

# Cobertura de Áreas por Medio de la Interacción de una Flota de Vehículos Autónomos

**Diana C. Torres, Stephanie Tovar**

Departamento de Ingeniería Electrónica, Pontificia Universidad Javeriana Cali, Santiago de Cali, Colombia.

Email: [dtorres@javerianacali.edu.co](mailto:dtorres@javerianacali.edu.co) , [stovar@javerianacali.edu.co](mailto:stovar@javerianacali.edu.co)

## ABSTRACT

The purpose of this work is to implement a technique called Sliding Mode Control (SMC) to ensure the displacement of two autonomous land vehicles to a same destiny, also including a module of repelling forces that allows for the vehicles to avoid collisions between them when in a shared region.

*Palabras Clave:* UGV, no-holonómico

## 1. Introducción

Los UV (*Unmanned Vehicle*) son vehículos no tripulados que poseen un funcionamiento completamente autónomo. La creación de estos vehículos en un comienzo tenía un objetivo militar, siendo utilizados para misiones de inteligencia y reconocimiento de áreas. Se han encontrado diversas aplicaciones de los UV en entornos (escenarios) no militares en donde son programados y diseñados para realizar tareas específicas, tales como: monitorización de zonas catastróficas, localización de víctimas, inspección de infraestructuras en lugares de difícil acceso y vigilancia, entre otras.

En este escrito se presenta y describe el control por modos deslizantes como un método o estrategia de control propuesto para conseguir la cooperación entre diferentes tipos de robots móviles, para este caso en especial se hizo uso de robots UGV.

Existe un tipo de sistemas de control no lineal denominado control de estructura

variable, en el que la estructura del controlador varía de tal forma que un punto representativo del estado del sistema siga una trayectoria definida en el espacio de estados.

Los sistemas de control como “modo deslizante”, conocidos en la literatura como SMC o Sliding Mode Control por sus siglas en inglés, son un tipo especial de sistemas de estructura variable, en los cuales el estado del sistema es atraído por un “hiperplano” conocido como superficie de deslizamiento.

Cuando se satisfacen ciertas condiciones, el estado del sistema controlado “desliza” sobre esta superficie, permaneciendo insensible a variaciones en los parámetros de la planta y a las perturbaciones externas. Estas condiciones son:

Propiedad de existencia del modo deslizante. El modo deslizante existirá si y solo si cualquier trayectoria de un punto representativo del sistema intercepta a la superficie de conmutación (definida como

$S(x) = 0$ ), y luego permanece sobre ella. Esto será posible si se comprueba la estabilidad local del sistema, en la vecindad de la superficie de conmutación. Esta propiedad puede verificarse mediante la selección de una función de Lyapunov.

Propiedad de alcanzabilidad del modo deslizante. Si en un sistema con condiciones iniciales arbitrarias en un dominio de atracción, posee trayectorias que convergen hace un modo deslizante, para  $t > 0$ , se dice que este modo deslizante es alcanzable. Se puede elegir una función de Lyapunov del tipo  $V(x) = S^T S$  y la condición de alcance estará dada por  $\dot{V}(x) < 0$  (cuando  $S \neq 0$ ).

El procedimiento de diseño de un controlador de modos deslizantes podría resumirse en dos etapas:

1. Definir una superficie de conmutación y verificar la existencia y la estabilidad del modo deslizante
2. Determinar los valores de las ganancias variables y la lógica de conmutación que garanticen que las trayectorias alcancen la superficie de conmutación definida previamente.

En un sistema controlado con SMC se observa que todas las trayectorias de un punto representativo de su estado están formadas por dos partes:

- La primera parte es el llamado modo de alcance o modo no deslizante, que comprende la parte de la trayectoria que inicia en un punto cualquiera del espacio de estado y se mueve hacia la superficie de conmutación, alcanzándola en un tiempo finito.

- La segunda parte es el modo deslizante en el que la trayectoria tiende asintóticamente hacia el punto de equilibrio.

## 2. Metodología

Se presenta la implementación de un controlador por Modos Deslizantes para la formación de robots móviles terrestres de tipo diferencial o unicycle, cuya característica mecánica principal es tener dos ruedas convencionales con actuadores independientes y una tercera rueda sin actuator, para mantener su equilibrio horizontal. Estos robots, que se consideran sistemas no-holonómicos, presentan ciertas propiedades; entre ellas que su modelo linealizado es no controlable, por lo que los métodos lineales de análisis y diseño no pueden aplicarse directamente y tampoco existe una ley de control lineal continua que incluya solo retroalimentación de estados capaz de llevar y estabilizar el sistema a un estado de equilibrio.

### Planteamiento analítico del Control por Modos Deslizantes para UGV

Con el fin de determinar la ubicación de la plataforma móvil en el plano cartesiano, la velocidad lineal del robot se descompone en las velocidades correspondientes a cada eje del plano cartesiano (“x” y “y”), y se representa la velocidad angular para identificar la orientación del vehículo Ec. (1) Martínez (2015.)

$$\begin{aligned} \dot{v}_{fi} &= a_i v_{fi} + b_{1i}(u_{vi} + f_{vi}^r + f_i^d) \\ \dot{\theta}_i &= b_{2i}(u_{wi} + f_{wi}^r) \\ \dot{x}_i &= v_{fi} \sin(\theta_i) \\ \dot{y}_i &= v_{fi} \cos(\theta_i) \end{aligned} \quad (1)$$

Donde:

$v_{fi}$ : Velocidad frontal del  $i$ ésimo robot  
 $\theta_i$ : Desplazamiento angular del  $i$ ésimo robot respecto a su eje  
 $x_i$ : Desplazamiento lineal del robot proyectado en el eje de las abscisas cartesianas  
 $y_i$ : Desplazamiento lineal del robot proyectado en el eje de las ordenadas cartesianas  
 $u_{vi}$ : Señal de control para el desplazamiento lineal del robot  
 $u_{wi}$ : Señal de control para el desplazamiento angular del robot  
 $f_{vi}^r$ : Componente frontal de la fuerza de repulsión entre robots  
 $f_{wi}^r$ : Componente angular de la fuerza de repulsión entre robots  
 $f_i^d$ : Fuerza de perturbación acoplada

El procedimiento que se presenta a continuación está basado en el trabajo de Bacon et al (2012), pero a diferencia del modelo matemático lineal del robot utilizado en dicho trabajo, se considera aquí el modelo no lineal de los robots no-holonómicos, con lo que se podría obtener un mayor provecho de la estrategia de control SMC propuesta. Se comprobará entonces la robustez del control SMC sobre un solo robot al que el control deberá atraer, desde una posición inicial arbitraria, hacia una zona o región definida como región objetivo, incluso en el caso que dicha región objetivo se desplace en su entorno, tal como se ilustra en la figura 1. Dado que se plantea la navegación libre de colisiones entre varios UGV, se define un subconjunto de dichos robots que por su cercanía serán considerados vecinos y sobre los que actuará una fuerza adicional a la proporcionada por el sistema de control, denominada fuerza de repulsión con el fin de mantener una distancia prudente y segura para dicha

navegación. Este subconjunto de robots son vecinos del robot  $i$ ésimo cuando su vector de posición  $X_j = [x_j, y_j]^T$  cumpla con la siguiente ecuación:

$$V_i = \{X_j: \|X_i - X_j\| < r_v \quad i \neq j\} \quad (2)$$

Donde,  $r_v$  es el radio del círculo definido como vecindario.

La fuerza de repulsión mencionada está dada por la siguiente ecuación:

$$F_i^r = \sum_{X_j \in V_i} (r_v - \|X_i - X_j\|)^2 \frac{X_i - X_j}{\|X_i - X_j\|} \quad (3)$$

De acuerdo con las características de los robots diferenciales tratados aquí, esta fuerza se puede descomponer en  $f_{iv}^r$  y  $f_{iw}^r$  que son la componentes frontal y angular de dicha fuerza.

Lo que busca el control es hacer que los robots partan de una posición inicial y se acerquen a una región objetivo que se considera de forma circular, hasta quedar dentro de ella y permanecer allí. Tal como se puede observar en la figura 1.b.

Dicha región objetivo queda definida por la ecuación Ec. (4):

$$\|X - X_d\| < r_{circ} \quad (4)$$

Donde  $X_d(t) = [x_d(t), y_d(t)]^T \in \mathfrak{R}^2$  es el centro de la región objetivo circular y  $r_{circ}$  su radio. Para cumplir dicho objetivo de control, se define una función de error que está dada por la ecuación Ec. (5):

$$E_i = X_d - X_i \quad (5)$$

Para minimizar este error se hace uso del control por modos deslizantes, gracias a sus características de invariancia ante cambios

en el modelo y ante perturbaciones acopladas. De acuerdo con esto y utilizando el procedimiento propuesto por Bacon et al (2012), se define la *superficie de deslizamiento* ( $S_i$ ) en función del error:

$$S_i = \begin{bmatrix} S_{xi} \\ S_{yi} \end{bmatrix} = \lambda E_i + \dot{E}_i \quad (6)$$

Para continuar con el diseño del control, se propone una función positiva definida como función candidata de Lyapunov:

$$V_i = \frac{1}{2} S_i^T S_i > 0 \quad (7)$$

El propósito del control, como se verá más adelante, será forzar que la derivada de esta función sea negativa, es decir:

$$\dot{V}_i = S_i^T \dot{S}_i < 0 \quad (8)$$

La derivada de la superficie de deslizamiento está dada por:

$$\dot{S}_i = \lambda \dot{E}_i + \ddot{E}_i = \lambda \dot{E}_i + (\ddot{X}_d - \ddot{X}_i) \quad (9)$$

Incluyendo los términos correspondientes a las fuerzas de repulsión y de perturbación, se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \dot{S}_{xi} \\ \dot{S}_{yi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -K_1 s_{xi} + K_2 \frac{s_{xi}}{\|S_i\|} - b_{1i} \sin(\theta_i) (f_{vi}^r + f_i^d) - b_{2i} \cos(\theta_i) v_{fi} f_{\omega i}^r \\ -K_1 s_{yi} + K_2 \frac{s_{yi}}{\|S_i\|} - b_{1i} \sin(\theta_i) (f_{vi}^r + f_i^d) - b_{2i} \cos(\theta_i) v_{fi} f_{\omega i}^r \end{bmatrix} \quad (10)$$

Cuando se utiliza el SMC debe tenerse en cuenta que los valores pequeños  $\|S_i\|$  hacen que el término  $\frac{S_i}{\|S_i\|}$  introduzca vibraciones indeseadas en la señal de control; pero estas vibraciones podrían disminuirse al usar una aproximación de dicho término por medio de una función tipo saturación, que estaría limitada a la banda en que  $\|S_i\| \leq \varepsilon$  y que está definida por la siguiente ecuación:

$$Sat(S_i, \varepsilon) = \begin{cases} 1 & \text{para } \|S_i\| > \varepsilon \\ \frac{\|S_i\|}{\varepsilon} & \text{para } \|S_i\| \leq \varepsilon \end{cases} \quad (11)$$

Donde  $\varepsilon = \lambda r_{circ}$

En el procedimiento propuesto por Bacon et al (2012), a diferencia de la propuesta tradicional que solo busca suavizar las vibraciones introducidas por la señal de control conmutable, el valor de  $\varepsilon$  no es un valor pequeño y, además puede ser comparable con el valor de  $r_{circ}$ . El error de estado estable no solo no será nulo sino que permanecerá acotado según la ecuación Ec.12.

$$\|E_i\| = \|X_d - X_i\| < \frac{\varepsilon}{\lambda} = r_{circ} \quad (12)$$

Debido a esta suavización del control, serán ahora las fuerzas de repulsión las que se encargan de mantener una distribución adecuada de los robots dentro de la región objetivo. Es decir, que por fuera de la región objetivo el control conducirá de manera robusta a los robots hacia la región objetivo, pero una vez estén dentro de ella, este mismo control se hace tolerante ante las fuerzas de repulsión entre los robots, permitiendo que sean ellas las que mantengan las distancias entre los mismos.

Las señales de control son:

$$u_{vi} = \frac{\sin(\theta_i)}{b_{1i}} \left[ \lambda (\dot{x}_d - \dot{x}_i) + \ddot{x}_d - \bar{a}_i v_{fi} \sin(\theta_i) + K_1 s_{xi} + K_2 Sat(S_i, \varepsilon) \frac{s_{xi}}{\|S_i\|} \right] + \frac{\cos(\theta_i)}{b_{1i}} \left[ \lambda (\dot{y}_d - \dot{y}_i) + \ddot{y}_d - \bar{a}_i v_{fi} \cos(\theta_i) + K_1 s_{yi} + K_2 Sat(S_i, \varepsilon) \frac{s_{yi}}{\|S_i\|} \right] \quad (13)$$

$$u_{\omega i} = \frac{\cos(\theta_i)}{b_{2i} v_{fi}} \left[ \lambda (\dot{x}_d - \dot{x}_i) + \ddot{x}_d - \bar{a}_i v_{fi} \sin(\theta_i) + K_1 s_{xi} + K_2 Sat(S_i, \varepsilon) \frac{s_{xi}}{\|S_i\|} \right] + \frac{\sin(\theta_i)}{b_{2i} v_{fi}} \left[ \lambda (\dot{y}_d - \dot{y}_i) + \ddot{y}_d - \bar{a}_i v_{fi} \cos(\theta_i) + K_1 s_{yi} + K_2 Sat(S_i, \varepsilon) \frac{s_{yi}}{\|S_i\|} \right]$$

$$\dot{y}_i) + \dot{y}_d - \bar{a}_i v_{fi} \cos(\theta_i) + K_1 s_{yi} + K_2 \text{Sat}(S_i, \epsilon) \frac{s_{yi}}{\|s_i\|} \quad (14)$$

### 3. Resultados y Discusión

Las pruebas descritas a continuación tienen como objetivo comprobar en tiempo real la respuesta del Control por Modos deslizantes, partiendo de dos posibles ubicaciones de dos robots en referencia a un área destino. En las dos pruebas presentadas se consideró un radio de 5m para la región destino y un radio de 4m para definir vecindad.

#### Prueba 1

La figura 2 presenta las trayectorias recorridas por los dos UGV hacia la “Región Destino. Los dos robots parten de posiciones opuestas” y se van acercando al aproximarse al punto destino. En la figura 3.c se muestra la distancia existente entre los dos robots durante la prueba; estos inician el recorrido a una distancia de 28 metros aproximadamente entre equipos y finalizan su recorrido a una distancia de 3m entre ellos, al aproximarse al punto destino (distancia mínima durante el recorrido). La figura 3.a y 3.b presentan las componentes frontal y angular de las fuerzas de repulsión para el Robot 1 y el Robot 2 respectivamente, las cuales actúan cuando la distancia entre UGV es menor al radio de vecindad, evitando así una colisión entre ellos al acercarse al punto destino.

#### Prueba 2

Esta prueba consistió en enviar dos UGV a dos “Regiones Destino” diferentes. Inicialmente se dirigen al punto destino 2, después de alcanzarlo cambian su objetivo y se trasladan hacia el punto destino 1, la figura 4 presenta las trayectorias recorridas por los dos UGV hacia las “Regiones

Destino”, aparentemente se intersectan en un punto: (2.1,-10) pero esto sucede en instantes diferentes, lo cual indica que los robots no presentaron ninguna colisión en estos puntos. Las fuerzas de repulsión actúan en los intervalos de tiempo: 59 a 180s y 260 a 280s como se muestra en la figura 5.a y 5.b, en que la distancia entre robots es menor que el radio de vecindad definida, tal y como lo muestra la figura 5.c; lo que indica que en ningún instante de tiempo durante el recorrido se presentaron colisiones aun estando cerca de los puntos destinos.

### 4. Conclusiones

Los resultados obtenidos en las pruebas realizadas y presentadas en este trabajo, arrojaron resultados favorables en la respuesta del Control por Modos Deslizantes, tanto en el desplazamiento de un punto a otro de las plataformas móviles, como la interacción en un mismo espacio de dos agentes móviles

Las fuerzas de repulsión entre agentes móviles, aseguran una navegación libre de colisiones ante la presencia de otros robots y garantizan la llegada de los UGV a su destino de forma segura.

El Control por Modos Deslizantes es una técnica de control viable en la implementación de sistemas de navegación utilizados en dos vehículos autónomos terrestres en áreas compartidas y con objetivos destino en común.

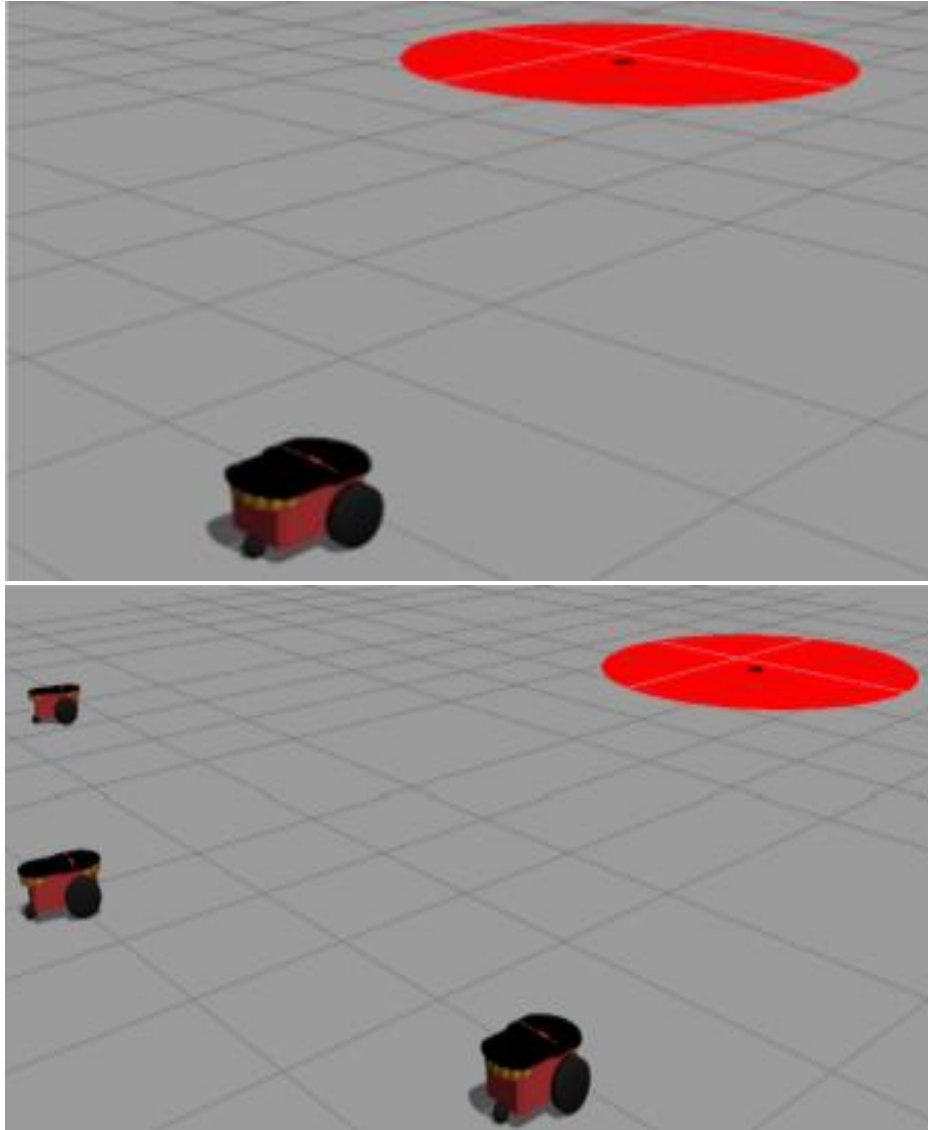
### 5. Referencias Bibliográficas

M Bacon, N. Olgac and R. Cepeda (2012), “Robust Region Tracking for Swarms via a Novel Utilization of Sliding Mode Control”,

*intelligent control and automation*, vol.03,  
No 01, pp. 98-109.

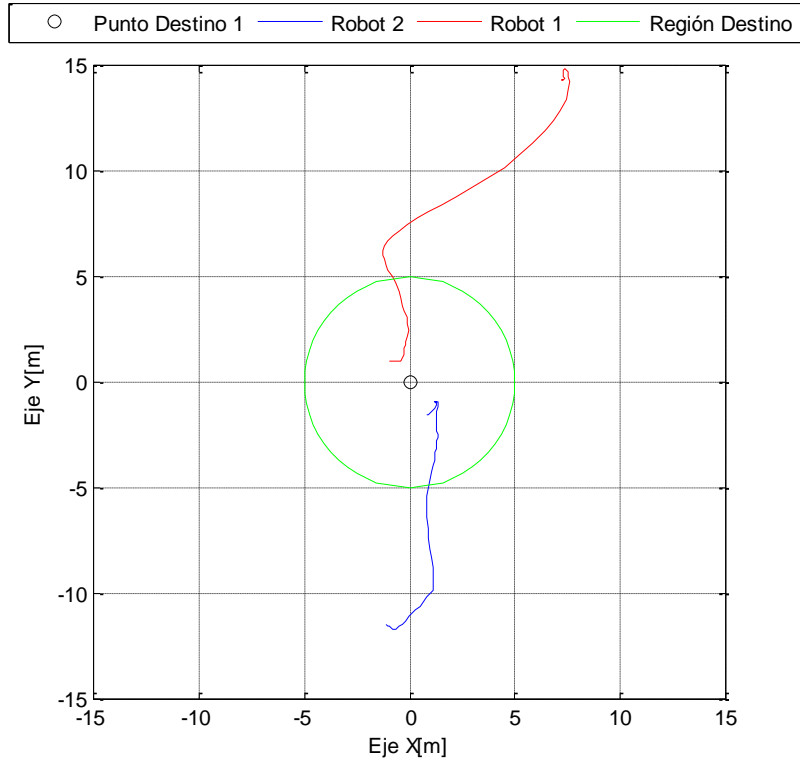
*en una Flota de Robots*".Ph.D, Universidad  
Politécnica de Madrid, Madrid, España.

A. Martínez (2015) “*Control Por Modos  
Deslizantes Como Estrategia de Navegación*”

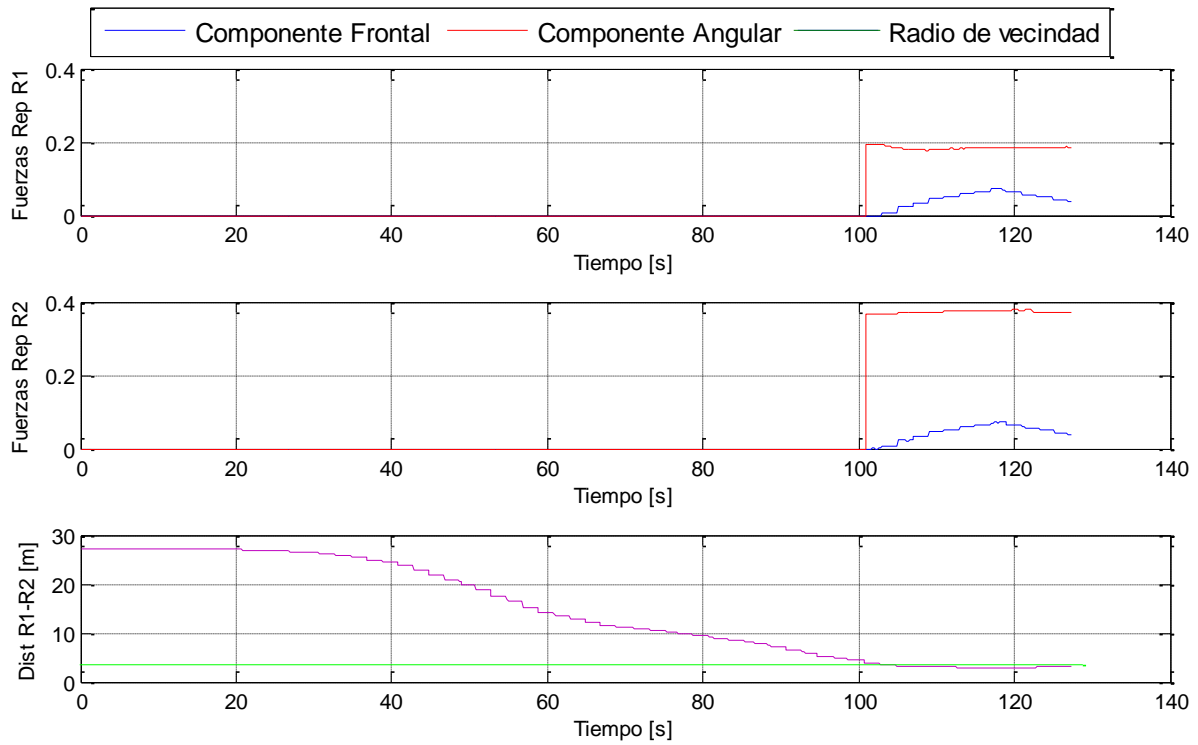


*Figura 1. a. Esquema del objetivo de control con un solo UGV*

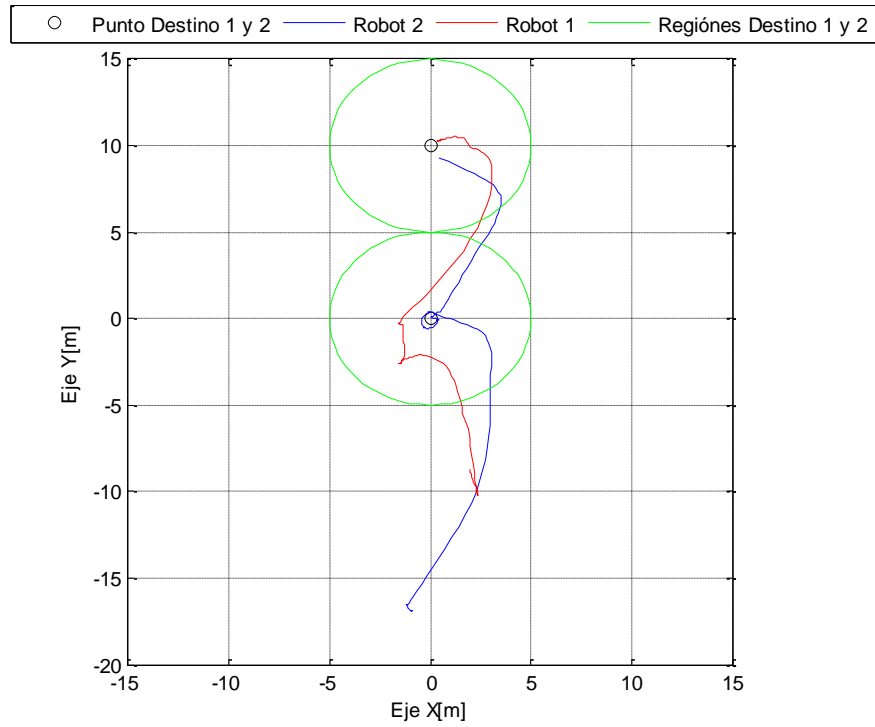
*b. Esquema del objetivo de control con varios UGV*



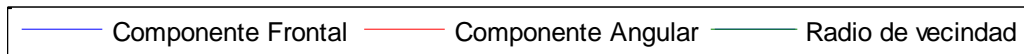
*Figura 2. Trayectoria de los Robots 1 y 2 hacia el Punto Destino 2 en Prueba 1.*



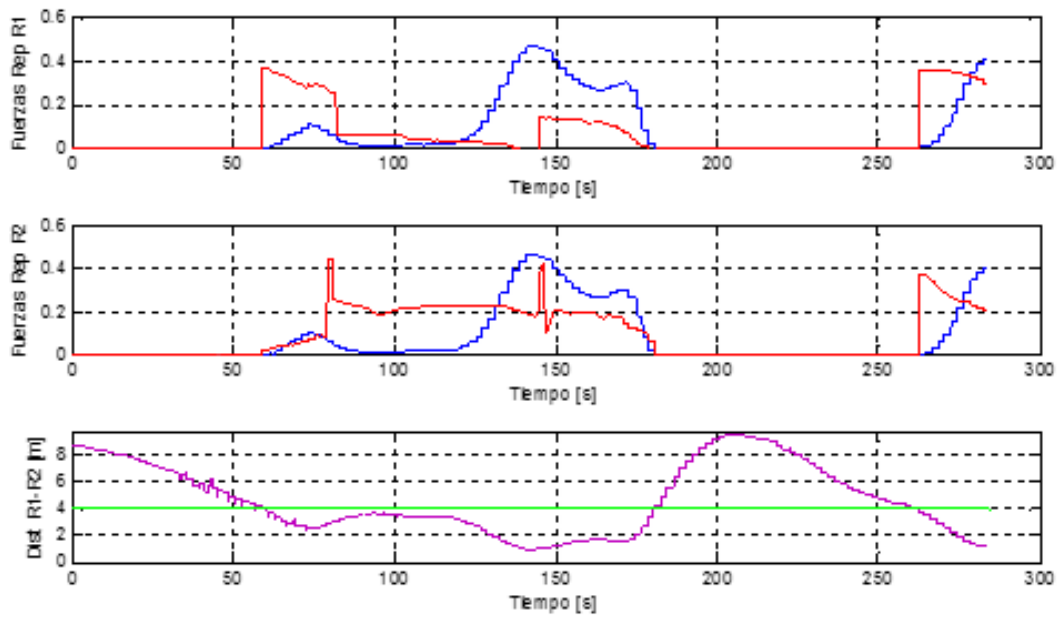
**Figura 3. (a). Fuerzas de Repulsión  $f_{i_v}^r$  y  $f_{i_\omega}^r$  del Robot 1. (b) Fuerzas de Repulsión  $f_{i_v}^r$  y  $f_{i_\omega}^r$  del Robot 2. (c) Distancia entre Robot 1 y Robot 2 en Prueba 1.**



**Figura 4. Trayectoria de los Robots 1 y 2 hacia el Punto Destino 2 en Prueba 2.**







**Figura 5.** (a). Fuerzas de Repulsión  $f_{iv}^r$  y  $f_{io}^r$  del Robot 1. (b) Fuerzas de Repulsión  $f_{iv}^r$  y  $f_{io}^r$  del Robot 2. (c) Distancia entre Robot 1 y Robot 2 en Prueba 2.