



Pontificia Universidad Javeriana - Cali

FACULTAD DE INGENIERÍA Y CIENCIAS

SIMPLIFICACIÓN Y ANÁLISIS DE LA DINÁMICA DE LA FELICIDAD EN UN
SISTEMA COMPLEJO

Trabajo de grado

Autor:

Eduardo José Avendaño Caicedo

Segundo semestre, 2024

Resumen

Este proyecto se centra en el análisis del modelo dinámico de la felicidad propuesto por Mathias et al. [12], el cual estudia la motivación de aproximación y evasión como mecanismos clave para entender la fluctuación de la felicidad. El objetivo principal es explorar este modelo utilizando tres enfoques complementarios: simulaciones computacionales del sistema, simplificación del modelo para su análisis mediante la teoría tradicional de sistemas dinámicos, y el estudio mediante la teoría de sistemas dinámicos a trozos.

A través de las simulaciones numéricas, se investigó cómo los parámetros del modelo influyen en la dinámica de la felicidad, destacando la sensibilidad del sistema ante cambios en dichos parámetros. Estas simulaciones permitieron observar patrones de convergencia y fluctuación en la felicidad bajo diferentes configuraciones de parámetros.

Adicionalmente, se realizó un análisis detallado de la dinámica del sistema empleando la teoría de sistemas dinámicos a trozos. Este estudio identificó puntos fijos reales y virtuales, y cómo estos puntos fijos desencadenan bifurcaciones por colisión de borde (BCB, por sus siglas en inglés), un fenómeno característico de sistemas definidos por partes. Se analizó cómo el comportamiento del sistema cambia a medida que los parámetros se modifican, proporcionando una visión más profunda de las dinámicas complejas que emergen en el modelo.

Este trabajo contribuye a un mejor entendimiento del modelo dinámico de la felicidad propuesto en [12], destacando la relevancia de las bifurcaciones y los mecanismos subyacentes que determinan los ciclos hedónicos y sus dependencias paramétricas.

Palabras clave:

Sistemas dinámicos, motivación hedónica, ciclos hedónicos, aproximación-evasión, modelo computacional, sistemas dinámicos a trozos.

Abstract

This project focuses on the analysis of the dynamic model of happiness proposed by Mathias et al. [12], which studies approach and avoidance motivation as key mechanisms for understanding fluctuations in happiness. The main objective is to explore this model using three complementary approaches: computational simulations of the system, simplifying the model for analysis using traditional dynamical systems theory, and studying the model through piecewise dynamical systems theory.

Through numerical simulations, the study investigated how the model parameters influence the dynamics of happiness, highlighting the system's sensitivity to changes in these parameters. These simulations revealed patterns of convergence and fluctuation in happiness under different parameter configurations.

Additionally, a detailed analysis of the system dynamics was carried out using piecewise dynamical systems theory. This study identified real and virtual fixed points and explored how these points trigger border collision bifurcations (BCB), a phenomenon characteristic of piecewise systems. The behavior of the system was analyzed as the parameters were modified, providing deeper insight into the complex dynamics that emerge in the model.

This work contributes to a better understanding of the dynamic model of happiness proposed by [12], highlighting the importance of bifurcations and the underlying mechanisms that determine hedonic cycles and their parametric dependencies.

Keywords:

Dynamical systems, hedonic motivation, hedonic cycles, approach-avoidance, computational model, piecewise dynamical systems.

Índice

Resumen	1
Abstract	2
1. Introducción	4
2. Marco teórico	5
2.1. Marco conceptual psicológico	5
2.2. Marco conceptual matemático	8
2.3. Modelo psicológico propuesto	10
2.4. Planteamiento del problema	16
3. Modelo computacional	18
3.1. Pseudocódigo	18
3.1.1. Función de motivación de acercamiento	18
3.1.2. Función de motivación de evasión	19
3.1.3. Función de acercamiento	19
3.1.4. Función de evasión	20
3.1.5. Función del Sistema hedónico	21
3.2. Visualización de resultados	22
4. Modelos simplificados	32
4.1. Modelo convergente	34
4.2. Modelo de acercamiento descrito por el placer	35
4.3. Modelo de contacto con el estímulo descrito por el placer	36
4.4. Modelo 3	37
4.5. Modelo dinámico a trozos	38
5. Conclusiones	49

1. Introducción

La búsqueda de la felicidad es un tema central en la psicología y la salud, ya que todos los individuos aspiran a experimentar bienestar y evitar el sufrimiento. Sin embargo, la felicidad es un concepto subjetivo y complejo, lo que dificulta su definición, medición y predicción. Tradicionalmente, la psicología ha abordado la felicidad desde perspectivas hedónicas y eudaimónicas, pero aún existe la necesidad de modelos teóricos que profundicen en su naturaleza dinámica. [9]

Este proyecto tiene como objetivo desarrollar un modelo computacional para analizar la dinámica de la felicidad, centrándose en los mecanismos de acercamiento y evasión que subyacen a las respuestas emocionales de los individuos. El modelo se inspira en el enfoque teórico propuesto por Mathias et al. (2023) [12], que sugiere que la felicidad no es un estado estático, sino un proceso dinámico influenciado por la interacción entre estímulos externos y respuestas internas del individuo.

Para lograr este objetivo, se desarrollarán algoritmos que capturen la dinámica temporal de la felicidad y se realizarán simulaciones numéricas para revelar sus patrones oscilantes. Además, se identificarán casos específicos en los que el sistema complejo se pueda simplificar en sistemas dinámicos discretos más simples, facilitando su análisis analítico.

La estructura de este documento se organiza de la siguiente manera: el Capítulo 2 presenta el marco teórico, incluyendo los conceptos psicológicos y matemáticos relevantes; el Capítulo 3 describe el modelo computacional y su pseudocódigo; el Capítulo 4 se enfoca en los modelos simplificados y su análisis; y finalmente, el Capítulo 5 concluye con las implicaciones y futuras direcciones de la investigación.

2. Marco teórico

2.1. Marco conceptual psicológico

Bienestar hedónico

La psicología positiva, un campo dedicado al estudio del bienestar y el florecimiento humano, aborda el concepto de bienestar hedónico desde una perspectiva que busca comprender y fomentar la felicidad y el placer en la vida de las personas [14].

La raíz etimológica de la palabra "hedonismo" proviene del griego "hēdonē", que significa "placer". Aunque su origen se remonta a la antigua Grecia, a lo largo de la historia ha habido numerosos defensores del hedonismo. Thomas Hobbes, por ejemplo, sostenía que el propósito principal de la vida humana era alcanzar la felicidad mediante la búsqueda del placer y la evitación del dolor [13].

El hedonismo, como perspectiva del bienestar, ha adoptado diversas formas a lo largo del tiempo, desde un enfoque relativamente estrecho en los placeres corporales hasta una visión más amplia que abarca los apetitos y los intereses personales [13].

El modelo propuesto por Matias et al [12] se fundamenta en el modelo hedónico de la psicología positiva. La dinámica de la felicidad se encuentra ligada a los estímulos que un individuo experimenta en un momento dado, generando tanto placeres como afectos aflictivos. Cada uno de estos elementos ejerce una influencia específica, ya sea positiva o negativa, sobre el nivel de felicidad.

Adaptación hedónica

La adaptación hedónica es un proceso psicológico que permite a los seres humanos adaptarse tanto a circunstancias favorables como desfavorables y parece reducir el impacto afectivo de los estímulos emocionales. Cuando nos enfrentamos a circunstancias favorables que generan emociones positivas, la adaptación hedónica reduce el efecto y evita que las emociones intensas provoquen estados eufóricos. Del mismo modo, cuando nos enfrentamos a circunstancias desfavorables que generan emociones negativas, la adaptación hedónica reduce el efecto y evita que las emociones intensas provoquen estados depresivos. En consecuencia, se puede describir la adaptación hedónica mediante un término de amortiguamiento hedónico

que reduce el impacto de los estímulos emocionales en los niveles de felicidad de una persona [7, 11]

Este concepto desempeña un papel fundamental en el modelo abordado en este proyecto, según lo descrito por Mathias et al [12]. Desde la perspectiva del modelo, se aborda este concepto como un parámetro que tiene la función de mitigar el impacto del placer y los afectos aflictivos a lo largo del tiempo.

Enfoque de acercamiento-evasión

El enfoque de acercamiento-evasión (approach-avoidance) se refiere a una distinción conceptual en psicología.. Se originó con los antiguos filósofos griegos Demócrito y Aristipo, quienes abogaban por el hedonismo ético [13]. Este enfoque establece que el comportamiento humano puede ser impulsado por la búsqueda de eventos o posibilidades positivas (acercamiento) o por la evitación de eventos o posibilidades negativas (evasión) [6].

En este esquema, la motivación juega un papel fundamental, ya que determina la dirección y la energía de la conducta del individuo. La motivación puede influir en la preferencia por aproximarse a los estímulos positivos, buscando maximizar el placer y la satisfacción, o en la tendencia a evitar los estímulos negativos, buscando minimizar el malestar y el sufrimiento [6].

En el ámbito de la investigación psicológica, esta distinción ha sido ampliamente reconocida y ha demostrado su utilidad en diferentes perspectivas teóricas y áreas de estudio. Se considera que la motivación de aproximación y evasión es fundamental para comprender los procesos afectivos, cognitivos y de comportamiento de los individuos. Este enfoque proporciona una lente conceptual a través de la cual se puede examinar la estructura de la personalidad y entender cómo los estímulos y las emociones interactúan en la dinámica de la felicidad [6].

En el marco del modelo desarrollado por Matias et al [12], se utilizará el enfoque de acercamiento-evasión como base teórica. Se proponen los mecanismos de acercamiento y evasión que se activarán en función de un valor de motivación hedónica del individuo.

Modelo teórico SSHM

El Modelo SSHM (Self-centeredness/Selflessness Happiness Model) es una teoría en el ámbito de la psicología positiva, que busca encontrar los factores que influyen en la felicidad. De acuerdo con Dambrun y Ricard [5], al menos dos cualidades de la felicidad están influenciadas por dos tipos de funcionamiento psicológico: el centrado en uno mismo (Self-centeredness) y el altruísta (Selflessness). Este planteamiento sugiere que cada uno de estos modos de funcionamiento está asociado con características específicas que generan experiencias cualitativamente diferentes de felicidad. Mientras que la felicidad asociada al funcionamiento centrado en uno mismo tiende a ser efímera, la generada por el enfoque altruísta es descrita como “auténtica y duradera” [5] [3].

El funcionamiento psicológico centrado en uno mismo, está vinculado estrechamente al egoísmo y al egocentrismo [5], dando lugar también a una relación con el principio hedónico al favorecer la gratificación instantánea y la evasión de situaciones desagradables.

El placer desempeña un papel esencial en la búsqueda de la felicidad, pero su efímera naturaleza se ve contrarrestada por la adaptación hedónica [3]. Sin embargo, en este modelo, el concepto de afecto aflictivo también es crucial. La incapacidad de lograr metas valoradas da lugar a la expresión de afectos aflictivos, tales como la frustración, la ira, la hostilidad o la envidia, generando así un impacto negativo en el bienestar general. Dambrun explora la hipótesis de que el centrismo en uno mismo está relacionado con la Escala de Felicidad Fluctuante Subjetiva (SFHS, por sus siglas en inglés) [4] y que esta relación está mediada parcialmente por los afectos aflictivos [5].

El modelo SSHM juega un papel esencial en este trabajo, ya que proporciona la base psicológica que sustenta el modelo dinámico desarrollado por Matias et al. [12]. En este trabajo, la felicidad se conceptualiza a través de las funciones de placer y afectos aflictivos. Destaca el “self-centeredness” como el componente central de este modelo, lo que lo posiciona como un enfoque hedónico en el estudio de la felicidad.

2.2. Marco conceptual matemático

Sistemas dinámicos a trozos

La conceptualización de Sistemas dinámicos a trozos representa una categoría fundamental en la teoría de sistemas dinámicos, caracterizada usualmente en “dinámicas suaves y no suaves” (smooth and nonsmooth). Este enfoque, analizado por Avrutin y Sushko en sus contribuciones académicas [2][10], presenta una relevancia significativa en la modelización y comprensión de sistemas complejos en una variedad de disciplinas científicas y aplicadas. La denominación de “a trozos” denota la naturaleza fragmentaria de estos sistemas, cuya dinámica varía en función de la región del espacio de estados en la que se encuentran.

La investigación en sistemas dinámicos a trozos, abordada por Avrutin y Sushko [2][10], se presenta como una herramienta de gran utilidad en la comprensión matemática y la modelización de diversos fenómenos en disciplinas teóricas y aplicadas. Los trabajos de Avrutin y Sushko destacan aplicaciones significativas de esta categoría de sistemas, como se evidencia en sus investigaciones en los campos de la electrónica y la economía. Sin embargo, los autores también destacan la gran dificultad inherente al estudio de estos sistemas, se tienen bastantes resultados para los casos lineales e invertibles pero la complejidad aumenta para cualquier otro caso.

La importancia del trabajo desarrollado en sistemas dinámicos a trozos, ya sean suaves o no suaves, es de gran importancia en el contexto de este trabajo. Esto se evidencia particularmente en la aplicación de este enfoque al modelo psicológico propuesto por Matias et al. [12]. A lo largo de este estudio, el modelo psicológico explorado revela derivaciones que se corresponden con sistemas discretos a trozos no lineales.

Análisis de bifurcación

Los fenómenos de bifurcación constituyen un área de gran interés en el ámbito de sistemas dinámicos [2][10][8]. Estos eventos se caracterizan por provocar variaciones sustanciales en el comportamiento del sistema, desencadenadas por cambios mínimos en los parámetros que lo definen. Cuando estas bifurcaciones siguen un patrón genérico, el conjunto resultante se denomina escenario de bifurcación.

La clasificación de los escenarios de bifurcación depende de las características propias de cada

sistema, y comúnmente se distinguen entre escenarios regulares y caóticos [10]. Este análisis no solo permite comprender las transiciones cualitativas en el comportamiento dinámico de un sistema, sino que también facilita la categorización de dichos comportamientos en categorías más amplias.

Avrutin plantea una proposición de gran relevancia en su trabajo [10]: para mapas en una dimensión que son invertibles, el comportamiento del mapa puede resultar en la formación de ciclos de cualquier periodo o conjuntos de Cantor. Por otro lado, la no invertibilidad de los mapas unidimensionales puede conducir a comportamientos caóticos. Este planteamiento se basa en la observación de que la dinámica de un mapa está fuertemente condicionada por su capacidad para ser invertible o no, así como por su continuidad o discontinuidad. En el caso de mapas continuos e invertibles en una dimensión, definidos en $I \subseteq \mathbb{R}$, el comportamiento asintótico de las órbitas resulta en conjuntos límite compuestos por puntos fijos o ciclos de periodo 2. Sin embargo, la dinámica de un mapa discontinuo e invertible en I puede ser más compleja, dando lugar a ciclos de cualquier periodo o atractores de conjuntos de Cantor. No obstante, Avrutin destaca que ni los mapas continuos ni los discontinuos de una dimensión, invertibles en I , pueden contener comportamientos caóticos. Esto implica que la no invertibilidad de un mapa unidimensional se convierte en una propiedad esencial para la presencia de dinámicas caóticas.

Bifurcación por colisión de borde

La bifurcación por colisión de borde (BCB por sus siglas en inglés) es un fenómeno que ocurre en sistemas dinámicos discretos. Este tipo de bifurcación se presenta cuando un conjunto invariante del sistema, choca con una frontera donde la función que describe el sistema cambia. Esta colisión provoca un cambio significativo en la estructura del espacio de estados del sistema, lo que puede llevar a comportamientos cualitativamente diferentes [10]. Este comportamiento ha sido bien estudiado para mapas de una dimensión y continuos. Sin embargo, los autores [10][8] señalan la dificultad del estudio para mapas de dimensiones mayores o discontinuos.

En este trabajo se analiza un mapa discontinuo de una dimensión.

2.3. Modelo psicológico propuesto

La modelación de la felicidad ha sido un desafío debido a su naturaleza subjetiva. Por lo tanto, es de suma importancia emplear la modelización matemática para comprender las características principales de la felicidad y poder predecirla.

Recientemente, Mathias et al. [12] desarrollaron un modelo matemático con el objetivo de comprender las dinámicas principales de la felicidad hedónica. Su investigación se basa en la rama de autoenfoco del modelo de felicidad “Egocentrismo/Altruismo” (SSHM) y se enfoca específicamente en la dimensión hedónica utilizando el marco de acercamiento-evasión. Este modelo se centra en la interacción entre estímulos y bienestar en el contexto de la dinámica hedónica.

Los autores plantean la premisa de que los individuos están constantemente expuestos a estímulos en momentos discretos τ (con una unidad de tiempo asociada), y que la percepción de estos estímulos está influenciada por su valencia, la cual se representa mediante la función $V(t)$ e indica si un estímulo es percibido como positivo o negativo.

En este contexto, se introduce el concepto de un sistema de motivación hedónica compuesto por dos componentes principales: la motivación de aproximación (approach motivation) y la motivación de evasión (avoid motivation). Este sistema será el encargado de determinar, a partir de un umbral de activación, si el individuo mostrará un comportamiento de acercamiento o evasión hacia la actividad que está generando el estímulo, en función de la valencia asociada a dicho estímulo.

También se considera que el individuo puede tener éxito o fracaso en su comportamiento de acercamiento o evasión. En caso de éxito, experimentará un aumento de placer y, como consecuencia, de su nivel de felicidad. Sin embargo, en caso de fracaso, su nivel de placer disminuirá y los afectos aflictivos del individuo se incrementarán, lo que resultará en una disminución de su felicidad.

Tomando en consideración estos elementos, podemos definir la felicidad como la combinación del placer y los afectos aflictivos en un momento específico:

$$H(t) = P(t) - A(t). \quad (1)$$

En esta ecuación, $P(t)$ representa el nivel de placer experimentado y $A(t)$ representa el nivel

de afectos aflitivos presentes en ese momento.

El placer total en un momento dado se puede calcular como la suma de los placeres asociados a cada estímulo ocurrido hasta ese momento, teniendo en cuenta el efecto de la adaptación hedónica. Esta relación se puede expresar mediante la siguiente ecuación:

$$P(t) = \sum_{\tau=0}^t P_s(\tau) e^{-\gamma_P(t-\tau)}. \quad (2)$$

Aquí, $P(t)$ representa el placer total en el tiempo t , $P_s(\tau)$ es el placer asociado al estímulo en el tiempo discreto τ , y γ_P es el parámetro de adaptación hedónica que determina cómo disminuye la influencia de los placeres pasados en el placer actual a medida que transcurre el tiempo.

De manera análoga se definen los afectos aflitivos:

$$A(t) = \sum_{\tau=0}^t A_s(\tau) e^{-\gamma_A(t-\tau)}. \quad (3)$$

Aquí, $A(t)$ representa los afectos aflitivos totales en el tiempo t , $A_s(\tau)$ es el nivel de afecto aflitivo asociado al estímulo en el tiempo discreto τ , y γ_A es el parámetro de adaptación hedónica que determina cómo disminuye la influencia de los afectos aflitivos pasados en los afectos aflitivos actuales a medida que transcurre el tiempo.

Los autores han propuesto transformaciones para definir la forma de los valores acumulados de placer y afectos aflitivos:

$$P_m(t) = e^{-\gamma_P} P(t-1), \quad (4)$$

$$A_m(t) = e^{-\gamma_A} A(t-1). \quad (5)$$

El placer y los afectos aflitivos se pueden expresar en términos de sus valores acumulados y la contribución del estímulo actual:

$$P(t) = P_m(t) + P_s(t), \quad (6)$$

$$A(t) = A_m(t) + A_s(t). \quad (7)$$

La última formulación nos permite ver que la dinámica del placer y los afectos aflictivos es simplemente la adaptación hedónica de estas emociones, actualizada por las emociones proporcionadas por los estímulos actuales.

La motivación hedónica de acercamiento se ve influenciada por el placer acumulado y los afectos aflictivos acumulados. Una forma inicial de abordar esta formulación es la siguiente:

$$M_{ap}(P_m(t), A_m(t)) = \alpha_{ap} \cdot M_{ap}^P(P_m(t)) + (1 - \alpha_{ap}) \cdot M_{ap}^A(A_m(t)). \quad (8)$$

En esta ecuación, el parámetro α_{ap} representa la contribución de cada componente en la dinámica de la motivación hedónica. M_{ap}^P y M_{ap}^A representan las motivaciones de acercamiento basadas en el placer y el afecto aflictivo, respectivamente.

El valor de esta motivación se encuentra en una escala del 0 al 1, donde 0 indica una falta total de motivación para participar en la actividad relacionada con el estímulo, mientras que 1 representa una motivación intensa y fuerte hacia dicha actividad.

La componente de motivación de acercamiento asociada al placer es la siguiente:

$$M_{ap}^P(P_m(t)) = \begin{cases} 1 - \frac{(P_m(t)+1)^{q_{ap}}}{(P_m(t)+1)^{q_{ap}} + (1+\Theta P)^{q_{ap}}}, & \text{Si } P_m(t) \geq -1 \\ 1, & \text{Si } P_m(t) < -1. \end{cases} \quad (9)$$

La componente de motivación de acercamiento asociada a los afectos aflictivos es la siguiente:

$$M_{ap}^A(A_m(t)) = \frac{A_m(t)^{q_{ap}}}{A_m(t)^{q_{ap}} + \theta_A^{q_{ap}}}. \quad (10)$$

Los parámetros θ_P y θ_A corresponden a los niveles acumulados de placer y afectos aflictivos, respectivamente, en los cuales los valores de M_{ap}^P y M_{ap}^A alcanzan el valor de 0.5. Esta relación se ilustra de manera más clara en las siguientes gráficas de ambas funciones:

Cuando el valor de $M_{ap}(P_m(t), A_m(t))$ supera cierto valor de activación θ_B , es comprensible que el individuo tenga expectativas cercanas a la valencia del estímulo. Estas expectativas de placer se pueden expresar mediante la siguiente función:

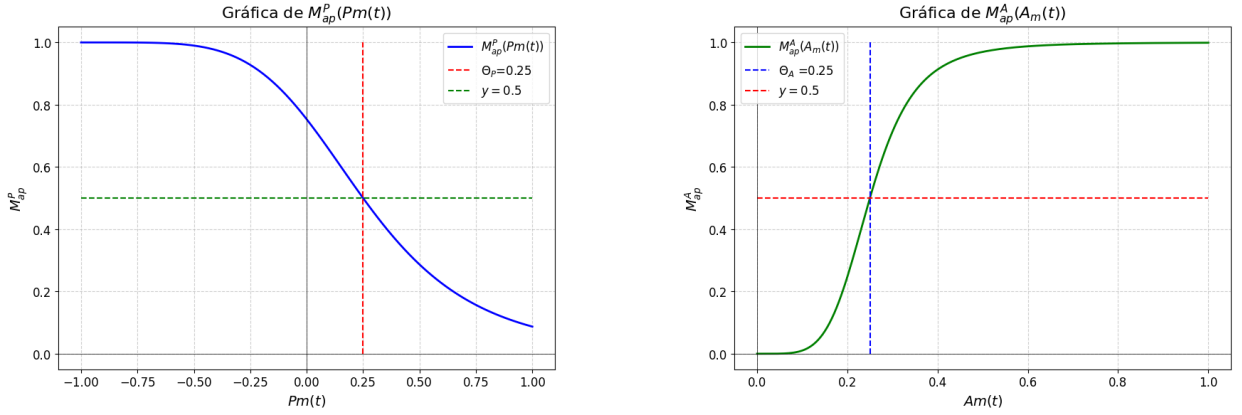


Figura 1: Componentes de motivación de acercamiento

$$E_{ap}(V(t), M_{ap}(t)) = V(t) + (M_{ap}(t) - \mu_{ap})V(t)(1 - V(t)). \quad (11)$$

En esta ecuación, μ_{ap} representa el coeficiente de motivación hedónica de aproximación, el cual permite considerar la posibilidad de tener niveles de expectativas superiores o inferiores a la valencia del estímulo.

En el contexto considerado, el éxito o fracaso del acercamiento está influenciado por diversos factores. En el modelo propuesto, se incorpora un parámetro denominado $p_{success}$ y una variable aleatoria p la cual sigue una distribución uniforme en un rango de 0 a 1. Si el acercamiento resulta exitoso ($p < p_{success}$) el nivel de placer experimentado se representa mediante la siguiente ecuación:

$$P_s(t) = V(t) + (V(t) - E_{ap}(V(t), M_{ap}(t))). \quad (12)$$

En caso de fracaso ($p_{success} \geq p$), se producen cambios en los afectos aflitivos y el nivel de placer, el nivel de placer, denotado como $P_s(t)$, disminuye y se representa como:

$$P_s(t) = -\beta_{ap}E_{ap}(V(t), M_{ap}(t)). \quad (13)$$

Por otro lado, los afectos aflitivos, representados por $A_s(t)$, se incrementan y se expresan como:

$$A_s(t) = \beta_{ap} E_{ap}(V(t), M_{ap}(t)). \quad (14)$$

La dinámica general del sistema se representa en diagrama expresado en la Figura 2:

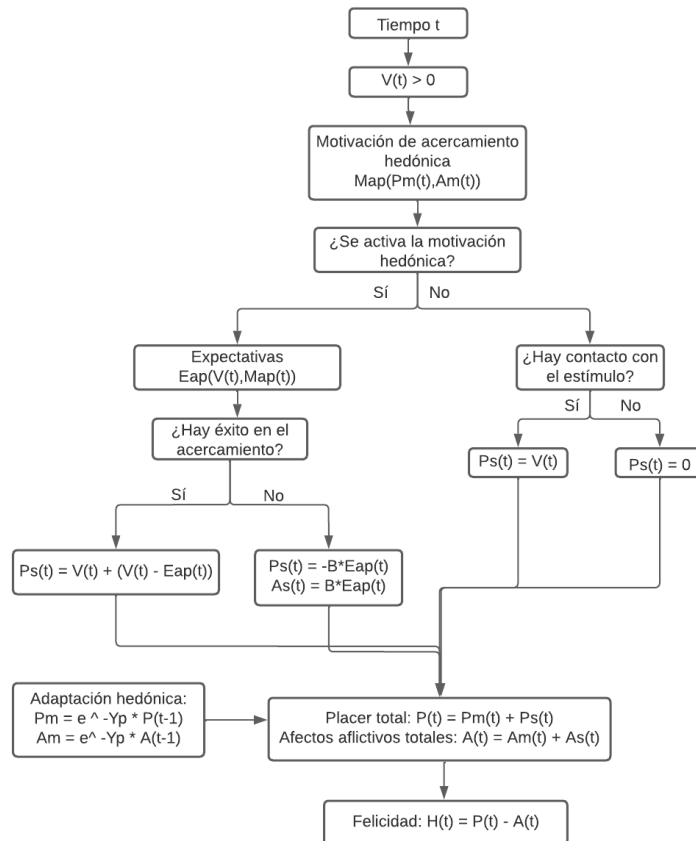


Figura 2: Dinámica del comportamiento de acercamiento.

Cuando un estímulo tiene una valencia negativa, las personas tienden a adoptar un comportamiento de evasión para evitar las consecuencias desagradables asociadas a dicho estímulo. El mecanismo de evasión sigue un proceso similar al de acercamiento, aunque con el objetivo de evitar situaciones o estímulos negativos en lugar de buscar situaciones placenteras. El diagrama presentado en la Figura 3 representa el sistema de evasión:

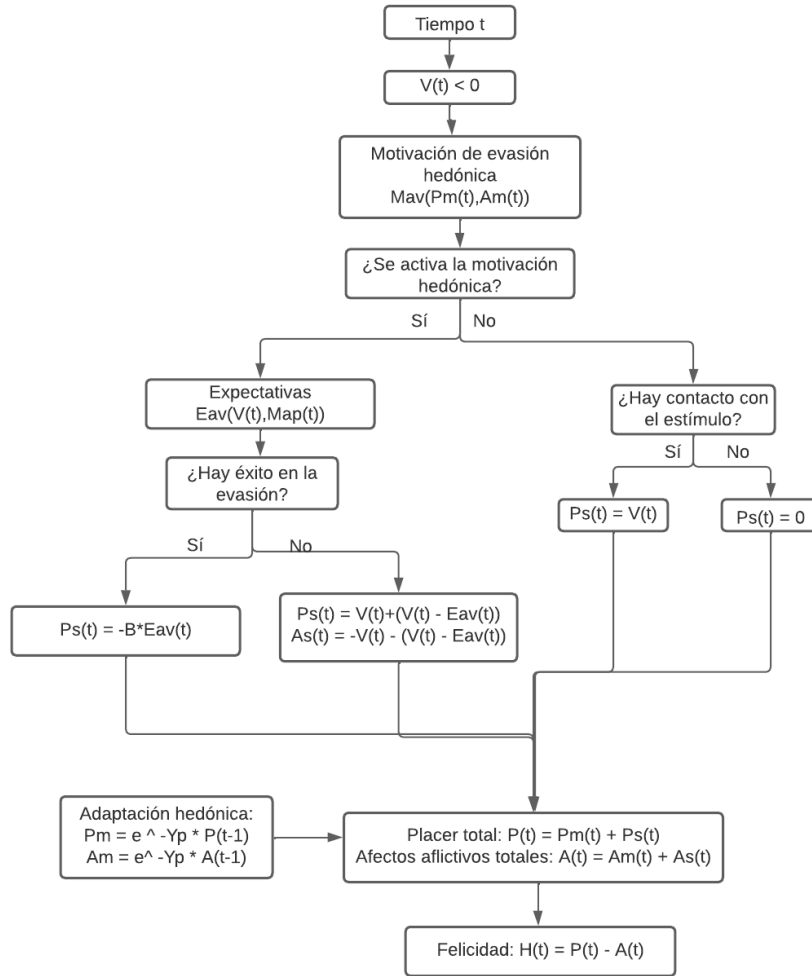


Figura 3: Dinámica del comportamiento de evasión.

Las diferencias claves entre ambos mecanismos se reflejan en el comportamiento del placer y los afectos aflictivos, como se ilustra en la Figura 2 y Figura 3. La expectativa toma la siguiente forma en el mecanismo de evasión:

$$E_{av}(V(t), M_{av}(t)) = V(t) + (M_{av}(t) - \mu_{av})V(t)(1 + V(t)). \quad (15)$$

Con la descripción de ambos mecanismos, se concluye este capítulo y se procederá con la presentación del planteamiento del problema.

2.4. Planteamiento del problema

El modelo propuesto por Mathias et al. [12] describen un sistema dinámico complejo que aborda la dimensión hedónica de la felicidad, considerando los afectos placenteros y aflictivos experimentados en respuesta a estímulos discretos dentro de un marco de acercamiento-evasión.

Si bien este modelo proporciona una base sólida para la comprensión de la dinámica de la felicidad, su complejidad inherente plantea varios desafíos para su análisis. En particular, el sistema es multifuncional, estocástico y está compuesto por mecanismos que interactúan de manera no autónoma. Estas características limitan la aplicabilidad de enfoques convencionales de sistemas dinámicos.

El problema radica en la necesidad de desarrollar un enfoque más profundo para el análisis del modelo, que permita superar las dificultades impuestas por su naturaleza compleja. El proyecto aborda los siguientes desafíos:

1. **Desarrollo de un algoritmo computacional:** Para poder manipular los parámetros del sistema y observar su evolución, se implementó un modelo computacional que permite explorar una amplia variedad de configuraciones del sistema. El algoritmo desarrollado es fundamental, ya que permite simular casos no considerados en el modelo original y simplificar el sistema para estudiar su dinámica mediante enfoques tradicionales de sistemas dinámicos. Este enfoque computacional facilita la observación de patrones y tendencias en las fluctuaciones de la felicidad.
2. **Simplificación de la dinámica del sistema:** La complejidad multifuncional del modelo radica en su dependencia de estímulos discretos que interactúan con la tendencia del individuo a acercarse o evitar dichos estímulos. Esta interacción no autónoma añade una capa de complejidad al sistema, que dificulta su análisis completo. A través de la simplificación del modelo, se logró reducirlo a un sistema dinámico tradicional, lo que permitió aplicar herramientas analíticas y estudiar comportamientos convergentes bajo ciertas configuraciones de parámetros.
3. **El componente estocástico del sistema:** El modelo original incluye un componente estocástico, donde la probabilidad de éxito en la aproximación o evasión de un

estímulo introduce aleatoriedad en la dinámica del sistema. Para facilitar el análisis, se descartaron las componentes estocásticas en las simulaciones principales. Esto permitió realizar un estudio más detallado de las dinámicas determinísticas del sistema y observar cómo los parámetros θ_p , γ_p y θ_B influyen en la estabilidad y comportamiento del modelo.

Este enfoque integrado entre simulaciones computacionales, simplificación de la dinámica y el análisis del sistema bajo la teoría de sistemas dinámicos a trozos permitió obtener una mejor comprensión de las dinámicas complejas del modelo de felicidad propuesto por Mathias et al [12].

3. Modelo computacional

Para el estudio del presente proyecto, se desarrolla un modelo computacional con el objetivo de analizar la dinámica de la felicidad, centrándose en los mecanismos de acercamiento y evasión que subyacen a las respuestas emocionales de los individuos. Este modelo se inspira en el enfoque teórico propuesto por Mathias et al. [12], el cual sugiere que la felicidad no es un estado estático, sino más bien un proceso dinámico influenciado por la interacción entre estímulos externos y respuestas internas del individuo.

El modelo computacional busca proporcionar una representación numérica de esta interacción, permitiendo simular cómo diferentes estímulos afectan la motivación de acercamiento y evasión, y por ende, la percepción de la felicidad. Es de gran importancia analizar cómo los parámetros del modelo influyen en el comportamiento de la felicidad, ya que esto permite comprender de manera más profunda las condiciones bajo las cuales las personas experimentan su bienestar.

3.1. Pseudocódigo

En esta sección, se presenta una serie de algoritmos que forman la base del modelo dinámico de la felicidad basado en el marco de la motivación de aproximación-evasión. Estos algoritmos se encargan de calcular la motivación de acercamiento y evasión, así como de implementar los mecanismos de acercamiento y evasión en respuesta a los estímulos. Además, se incluye un algoritmo que simula el sistema hedónico completo, integrando todos los componentes del modelo y presentado sus pseudocódigos.

3.1.1. Función de motivación de acercamiento

Este algoritmo calcula la motivación de acercamiento del individuo en base al placer acumulado y los afectos afflictivos.

Algorithm 1 Función MotivaciónAcercamiento

Require: PlacerAcum, AflictivoAcum**Ensure:** Macercamiento

```

1: if PlacerAcum  $\geq$  -1 then
2:    $M_{placer} \leftarrow 1 - \left( \frac{(PlacerAcum+1)^{q_{ap}}}{(PlacerAcum+1)^{q_{ap}} + (1+\theta_p)^{q_{ap}}} \right)$ 
3: else
4:    $M_{placer} \leftarrow 1$ 
5: end if
6:  $M_{aflictive} \leftarrow \frac{AflictivoAcum^{q_{ap}}}{AflictivoAcum^{q_{ap}} + \theta_a^{q_{ap}}}$ 
7:  $Macercamiento \leftarrow \alpha_{ap} \times M_{placer} + (1 - \alpha_{ap}) \times M_{aflictive}$ 
8: return Macercamiento

```

3.1.2. Función de motivación de evasión

Este algoritmo calcula la motivación de evasión del individuo, siguiendo un proceso similar al de la motivación de acercamiento. La función de evasión toma en cuenta tanto el placer acumulado como los afectos aflictivos para determinar el grado de motivación para evitar un estímulo.

Algorithm 2 Función MotivaciónEvasion

Require: PlacerAcum, AflictivoAcum**Ensure:** Mevasion

```

1: if PlacerAcum  $\geq$  -1 then
2:    $M_{placer} \leftarrow 1 - \left( \frac{(PlacerAcum+1)^{q_{av}}}{(PlacerAcum+1)^{q_{av}} + (1+\theta_p)^{q_{av}}} \right)$ 
3: else
4:    $M_{placer} \leftarrow 1$ 
5: end if
6:  $M_{aflictive} \leftarrow \frac{AflictivoAcum^{q_{av}}}{AflictivoAcum^{q_{av}} + \theta_a^{q_{av}}}$ 
7:  $Mevasion \leftarrow \alpha_{av} \times M_{placer} + (1 - \alpha_{av}) \times M_{aflictive}$ 
8: return Mevasion

```

3.1.3. Función de acercamiento

Este algoritmo implementa el mecanismo de acercamiento, determinando si se activará la respuesta de acercamiento en función de los parámetros de entrada y calculando los valores resultantes de placer y afectos aflictivos.

Algorithm 3 Función Acercamiento**Require:** valencia, Macercamiento**Ensure:** placer, aflictivos

```

1: if Macercamiento  $> \theta_B$  then
2:    $expectativa \leftarrow valencia + (Macercamiento - \alpha_{ap}) \times valencia \times (1 - valencia)$ 
3:   if Pexito  $> \text{rand}()$  then
4:      $placer \leftarrow valencia + (valencia - expectativa)$ 
5:      $aflictivos \leftarrow 0$ 
6:   else
7:      $placer \leftarrow -B_{ap} \times expectativa$ 
8:      $aflictivos \leftarrow B_{ap} \times expectativa$ 
9:   end if
10: else
11:   if Pcontacto  $> \text{rand}()$  then
12:      $placer \leftarrow valencia$ 
13:      $aflictivos \leftarrow 0$ 
14:   else
15:      $placer \leftarrow 0$ 
16:      $aflictivos \leftarrow 0$ 
17:   end if
18: end if
19: return  $placer, aflictivos$ 

```

3.1.4. Función de evasión

Este algoritmo implementa el mecanismo de evasión, determinando si se activará la respuesta de evasión en función de los parámetros de entrada y calculando los valores resultantes de placer y afectos aflictivos. El algoritmo utiliza la motivación de evasión calculada previamente para decidir si se evita un estímulo, simulando así una reacción de evasión en el modelo.

Algorithm 4 Función Evasión

Require: valencia, Mevasion**Ensure:** placer, aflictivos

```

1: if Mevasion >  $\theta_B$  then
2:    $expectativa \leftarrow valencia + (Mevasion - Mav) \times valencia \times (1 + valencia)$ 
3:   if Pexito > rand() then
4:      $placer \leftarrow -Bav \times expectativa$ 
5:      $aflictivos \leftarrow 0$ 
6:   else
7:      $placer \leftarrow valencia + (valencia - expectativa)$ 
8:      $aflictivos \leftarrow -valencia - (valencia - expectativa)$ 
9:   end if
10: else
11:   if Pcontacto > rand() then
12:      $placer \leftarrow valencia$ 
13:      $aflictivos \leftarrow 0$ 
14:   else
15:      $placer \leftarrow 0$ 
16:      $aflictivos \leftarrow 0$ 
17:   end if
18: end if
19: return  $placer, aflictivos$ 

```

3.1.5. Función del Sistema hedónico

Este algoritmo simula el sistema hedónico completo, combinando los mecanismos de acercamiento y evasión en función de la valencia de los estímulos.

Algorithm 5 Función sistemaHedonico**Require:** valencia**Ensure:** ArrayPlacer, ArrayAflictivo, ArrayMotivacionAcercamiento, ArrayMotivacionEvasion

```

1:  $n \leftarrow$  tamaño de valencia
2:  $ArrayPlacer \leftarrow$  Array de tamaño  $n$  inicializado con ceros
3:  $ArrayAflictivo \leftarrow$  Array de tamaño  $n$  inicializado con ceros
4:  $ArrayMotivacionAcercamiento \leftarrow$  Array de tamaño  $n$  inicializado con ceros
5:  $ArrayMotivacionEvasion \leftarrow$  Array de tamaño  $n$  inicializado con ceros
6: for  $i \leftarrow 0$  to  $n$  do
7:   if  $i == 0$  then
8:      $PlacerAcum, AflictivoAcum \leftarrow 0, 0$ 
9:   else
10:     $PlacerAcum, AflictivoAcum \leftarrow ArrayPlacer[i - 1] \times \exp(-Yp), ArrayAflictivo[i - 1] \times \exp(-Ya)$ 
11:   end if
12:    $ArrayMotivacionAcercamiento[i] \leftarrow$  MotivacionAcercamiento( $PlacerAcum, AflictivoAcum$ )
13:    $ArrayMotivacionEvasion[i] \leftarrow$  MotivacionEvasion( $PlacerAcum, AflictivoAcum$ )
14:   if valencia[ $i$ ]  $\geq 0$  then
15:      $ArrayPlacer[i], ArrayAflictivo[i] \leftarrow$  Acercamiento(valencia[ $i$ ],  $ArrayMotivacionAcercamiento[i]$ )
16:   else
17:      $ArrayPlacer[i], ArrayAflictivo[i] \leftarrow$  Evasion(valencia[ $i$ ],  $ArrayMotivacionEvasion[i]$ )
18:   end if
19: end for
20: return  $ArrayPlacer, ArrayAflictivo, ArrayMotivacionAcercamiento, ArrayMotivacionEvasion$ 

```

3.2. Visualización de resultados

Simulaciones referentes al mecanismo de acercamiento

En esta sección, se llevarán a cabo algunas simulaciones que siguen la metodología propuesta por los autores del artículo [12].

La Figura 9 muestra la dinámica de la felicidad bajo una exposición constante a estímulos positivos durante 10 días, con un acercamiento siempre exitoso ($p_{\text{success}} = 1$). Se examina cómo las configuraciones de los parámetros γ_p y θ_p afectan el comportamiento de la felicidad en este escenario. Se observa que un aumento en ambos parámetros conduce a un comportamiento más oscilatorio y de periodos menores en la dinámica de la felicidad. Es muy importante notar que el caso $\theta_B * 1,5$. presenta ciclos de orden muy bajo, esto es importante al momento de considerar configuraciones de parámetros para conseguir versiones

simplificadas de este modelo.

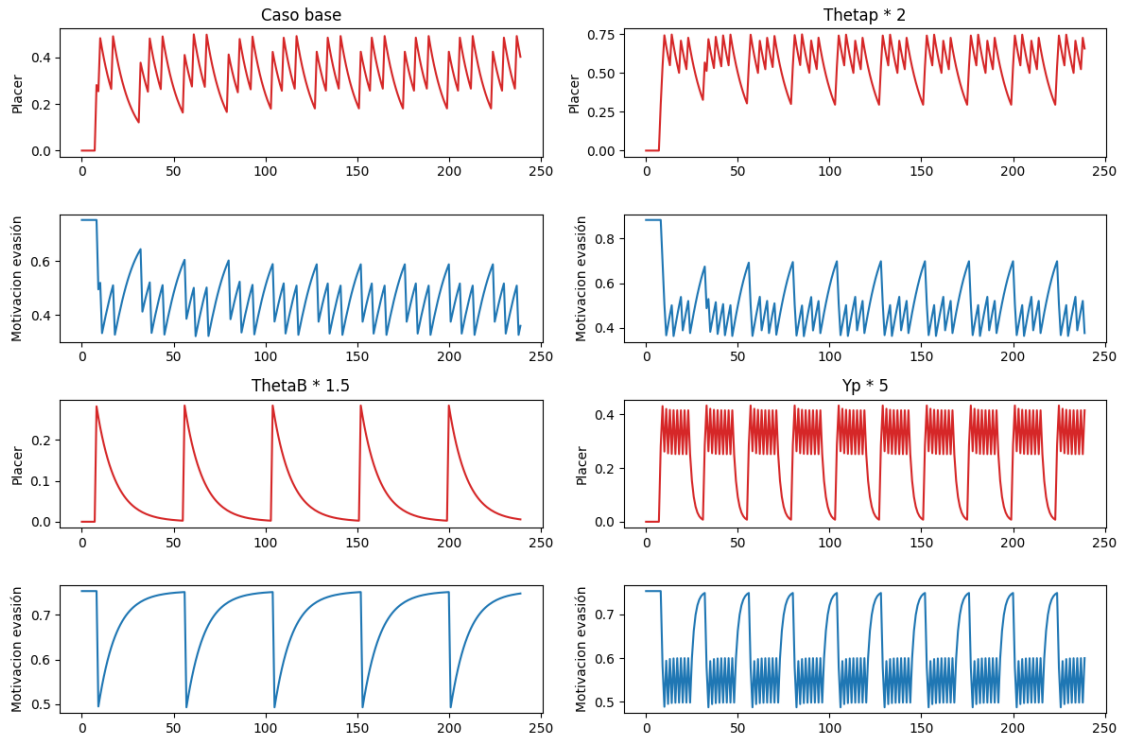


Figura 4: Dinámica de la felicidad sujeta a variaciones de los parámetros γ_p y θ_p .

La Figura 5 corresponde a la Figura 10 del artículo de Mathias et al [12]. Aunque se mantienen las mismas consideraciones respecto a las valencias que en la Figura anterior, en este caso, el mecanismo de acercamiento no está activo, y se realiza una variación en el parámetro P_{contacto} .

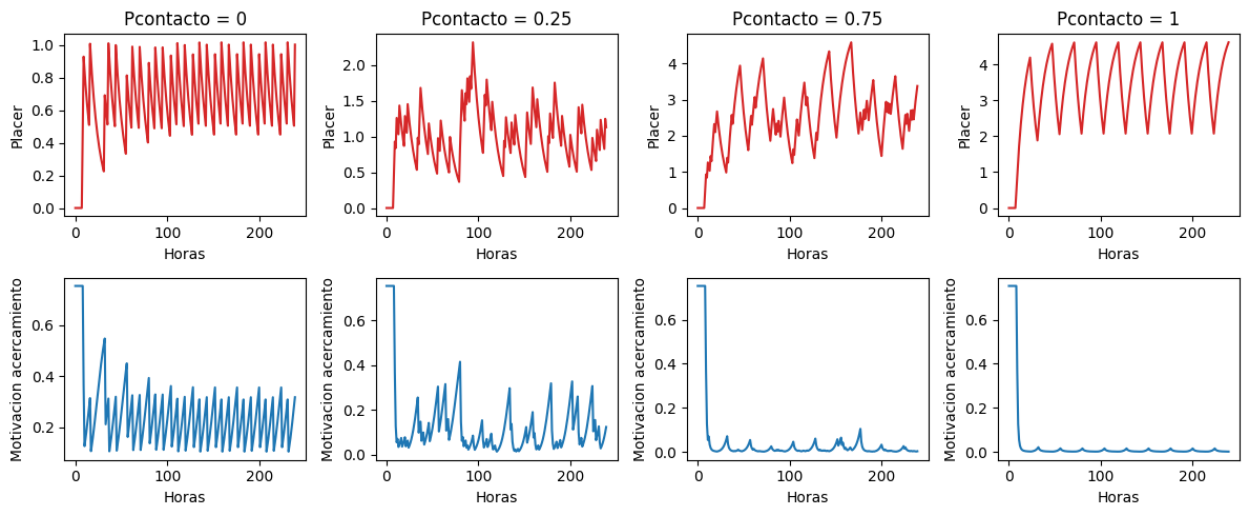


Figura 5: Dinámica del comportamiento de acercamiento.

En la Figura 5 también se puede observar cómo la probabilidad de contacto tiene un papel fundamental en la dinámica del placer; valores altos de P_{contact} implican valores altos de placer para este caso del modelo. También se observan comportamientos estocásticos en los valores de $P_{\text{contact}} = 0,25$ y $P_{\text{contact}} = 0,75$.

Ahora se explorarán escenarios en los que se tenga fracaso en el acercamiento durante dos días, dando lugar a la presencia de afectos aflictivos.

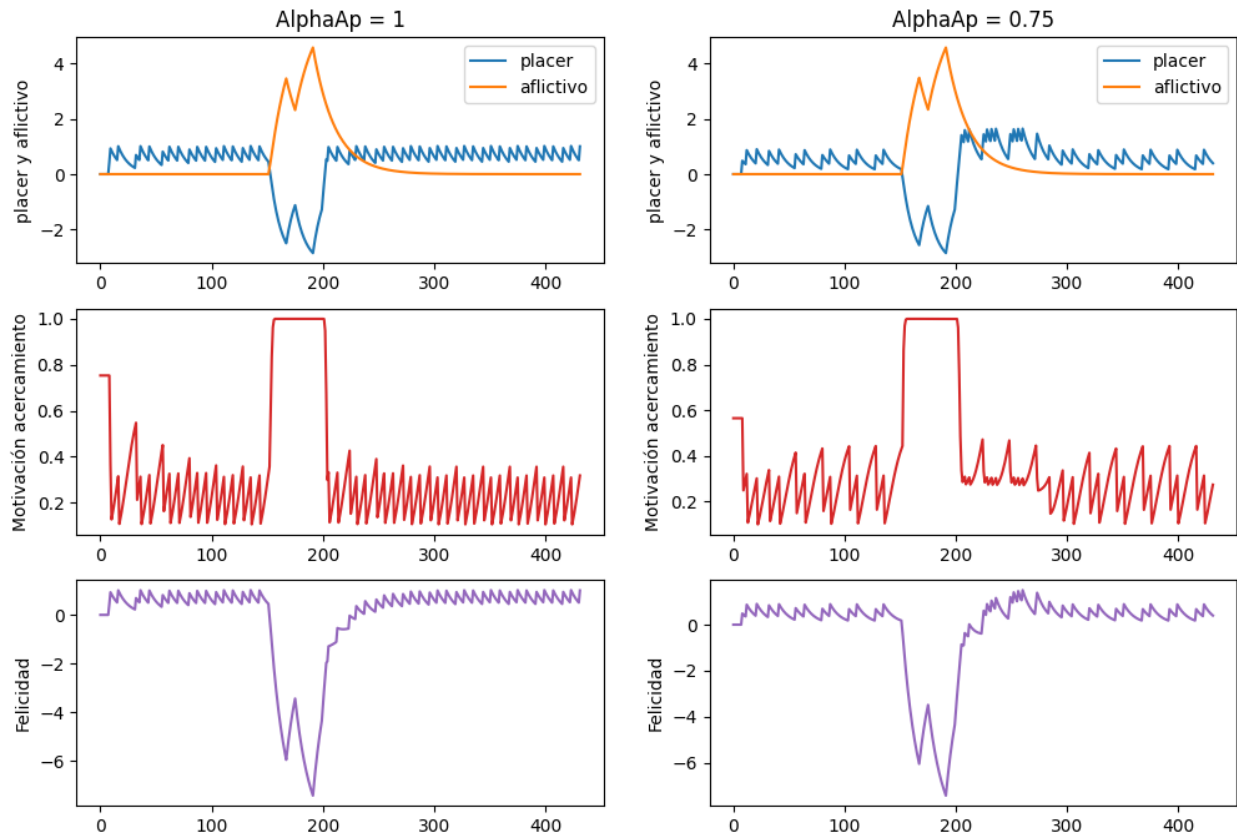


Figura 6: Dinámica del comportamiento de acercamiento.

Durante los días de fracaso, la motivación de acercamiento está en su valor máximo debido al deseo natural de obtener placer; además, el nivel de placer es negativo y existen afectos aflictivos.

Simulaciones referentes al mecanismo de evasión

En las simulaciones del mecanismo de evasión, se analiza el comportamiento del individuo ante estímulos negativos constantes ($v(t) = -\frac{1}{2}$) experimentados cada hora durante diez días. Al igual que en el mecanismo de acercamiento, la dinámica de la felicidad está influenciada

por el equilibrio entre el placer y la motivación hedónica. La Figura 7 (correspondiente a las Figura 15 del artículo) ilustra cómo la adaptación hedónica y la activación exitosa de la evasión regulan los niveles de placer.

En este contexto, se explora la sensibilidad del modelo a variaciones en los parámetros de umbral de placer (θ_P), umbral de activación (θ_B) y adaptación hedónica (γ_P). Los resultados muestran patrones similares a los observados en el mecanismo de acercamiento, con cambios en los parámetros afectando la frecuencia y amplitud de los ciclos hedónicos.

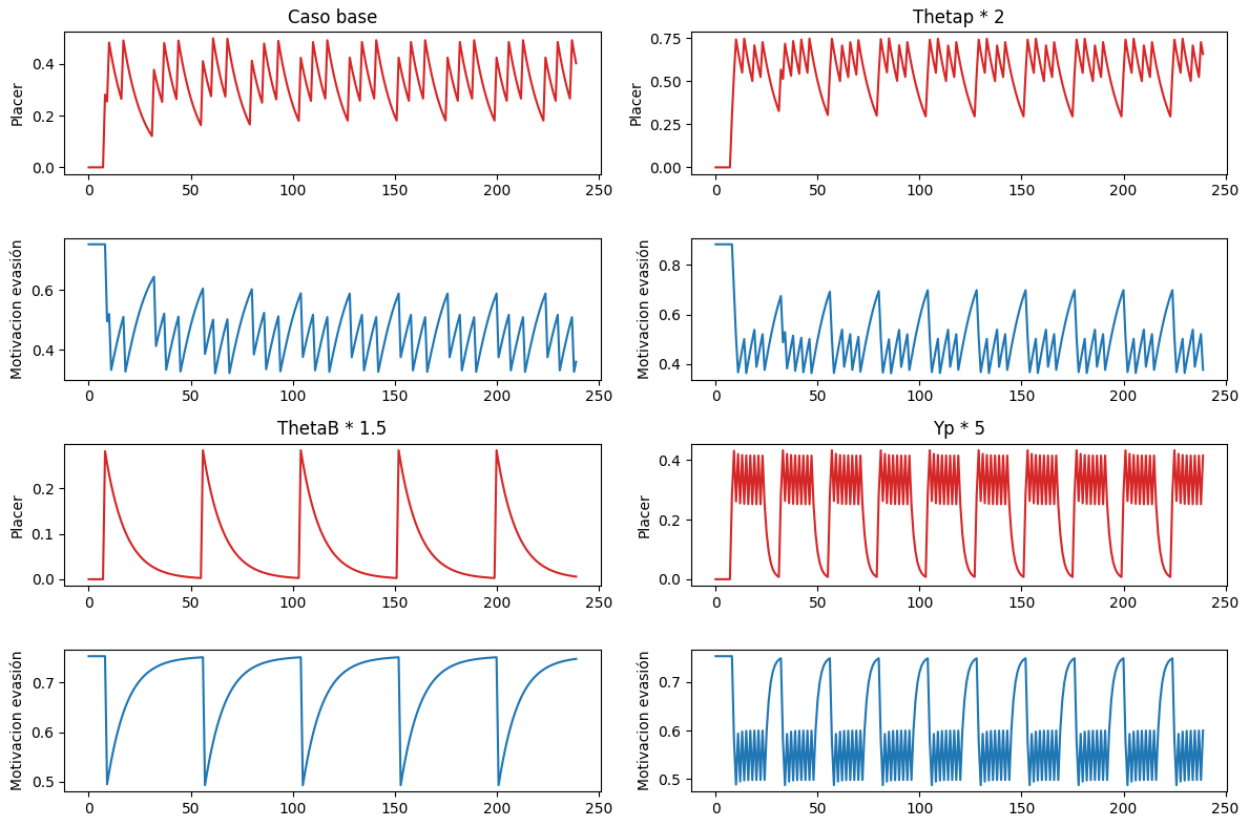


Figura 7: Dinámica del comportamiento de evasión y su sensibilidad a los parámetros θ_P y γ_P .

La simulación presentada en la Figura 7 permite observar como la alteración de los tres parámetros hace que el sistema presente ciclos de mayor orden para el mismo periodo de tiempo

En la Figura 8 se explora la variación de la probabilidad de contacto, p_{contact} , en el contexto en que el comportamiento de evasión no está activado. Se analiza cómo valores intermedios de $p_{\text{contact}0}$, como 0,25 y 0,75, generan un comportamiento aleatorio en la dinámica de la

felicidad y el placer al igual que en la Figura 5.

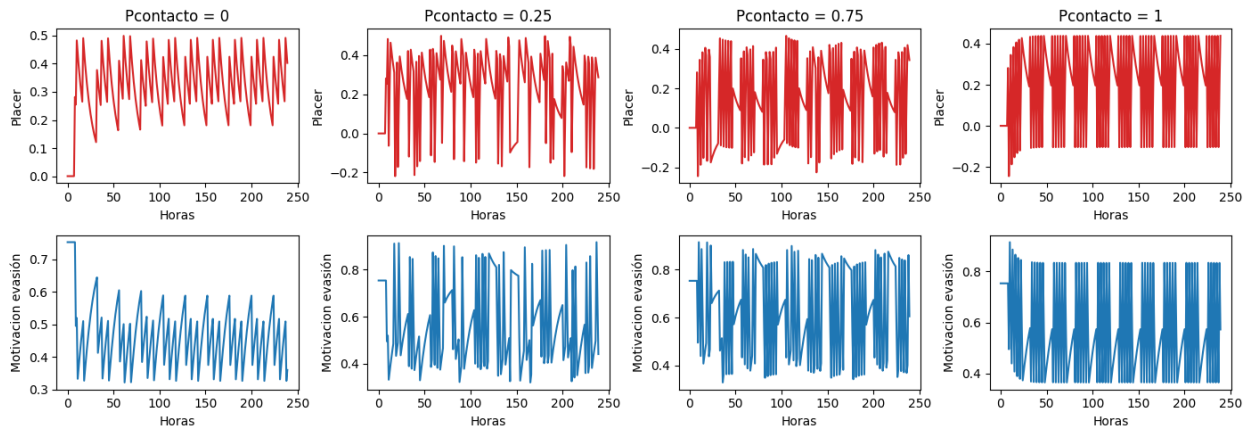


Figura 8: Influencia de la variación de la probabilidad de contacto en la dinámica de la felicidad cuando el comportamiento de evasión no está activado.

El análisis del sistema ha permitido observar como el comportamiento de los parámetros altera las propiedades cualitativas del sistema, en particular, los parámetros que no están relacionados con procesos estocásticos tienden a producir ciclos de diferente orden mientras que los parámetros relacionados con procesos estocásticos producen un comportamiento no predecible del sistema. Esta información será de suma importancia para los posteriores análisis que se desarrollarán en las simplificaciones del modelo en el próximo capítulo.

En la última simulación de esta sección, se considera un escenario en el que el individuo experimenta dos días consecutivos de fracaso en el comportamiento de evasión. Este período de adversidad continua se espera que dé lugar a un aumento en los afectos aflictivos y una disminución en los niveles de placer. Esta situación permite examinar cómo el modelo maneja la persistencia de experiencias negativas y su impacto en la dinámica emocional del individuo.

Se anticipa que, durante los días de fracaso, la motivación de evasión alcanzará su nivel máximo en un intento de contrarrestar la exposición a estímulos negativos. Sin embargo, la falta de éxito en la evasión puede resultar en un estado prolongado de afectos negativos. La Figura 9 muestra la evolución de la felicidad y las motivaciones hedónicas durante y después de este período de fracaso, proporcionando una visión detallada de la capacidad de recuperación del modelo ante eventos adversos.

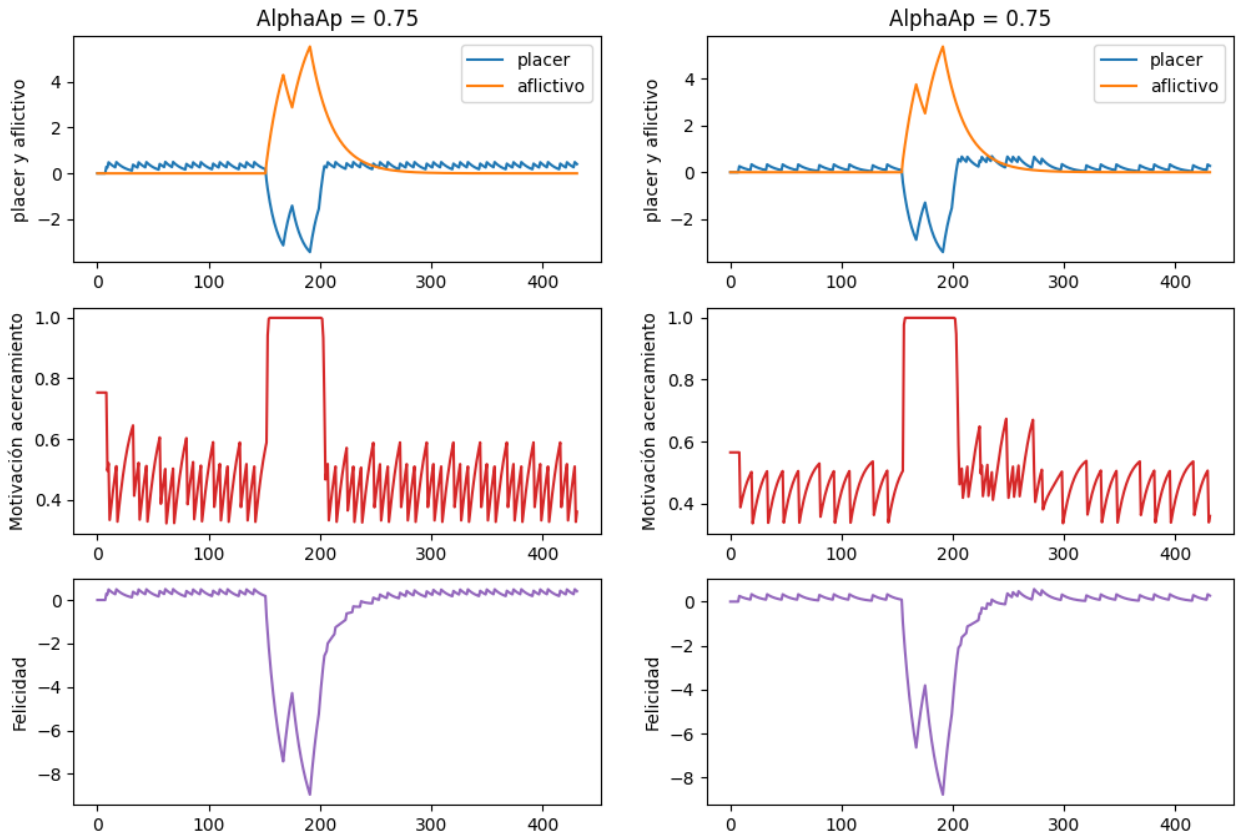


Figura 9: Dinámica de la felicidad y las motivaciones hedónicas durante y después de dos días de fracaso en el comportamiento de evasión.

Dinámica completa

En esta sección se hará uso del modelo computacional para analizar la dinámica de la felicidad con todos los aspectos definidos por los autores Mathias et al [12].

En las simulaciones de la dinámica completa presentadas en la Figura 10, se considera un éxito constante en los comportamientos de acercamiento y evasión, con la probabilidad de contacto variando entre dos valores extremos ($p_{\text{contact}} = 0$ y $p_{\text{contact}} = 1$); se analizan detalladamente las funciones de placer, afectos aflictivos, felicidad y las motivaciones de evasión y acercamiento para cada uno de los casos de la probabilidad de contacto. Esta configuración permite examinar el impacto del contacto con los estímulos en la dinámica de la felicidad y las motivaciones hedónicas.

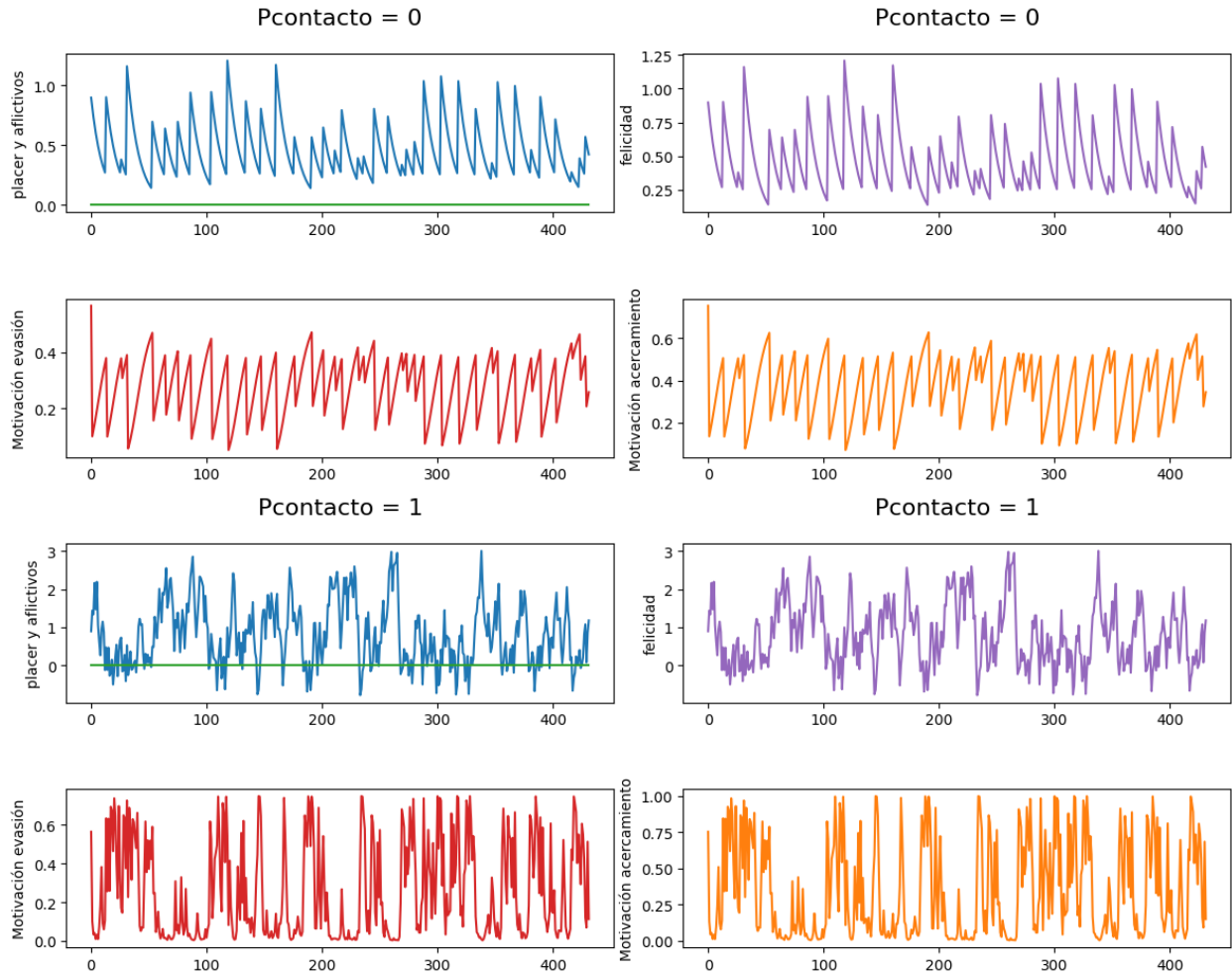


Figura 10: Efecto de la probabilidad de contacto en la dinámica de la felicidad y las motivaciones hedónicas. Las primeras cuatro subfiguras corresponden al caso de no contacto ($p_{\text{contacto}} = 0$), mientras que las últimas cuatro subfiguras muestran el caso de contacto constante ($p_{\text{contacto}} = 1$).

En el caso de no contacto ($p_{\text{contacto}} = 0$), los niveles de placer y felicidad permanecen siempre positivos debido al éxito constante en los comportamientos de acercamiento y evasión. Por el contrario, en el caso de contacto constante ($p_{\text{contacto}} = 1$), el contacto con estímulos positivos aumenta el placer y la felicidad, mientras que el contacto con estímulos negativos los disminuye, resultando en una mayor variabilidad en los niveles de placer y felicidad.

Tras explorar los efectos de la variabilidad en la probabilidad de contacto, el siguiente escenario se centra en el impacto del fracaso permanente en la dinámica del modelo. Este caso examina cómo la felicidad y las motivaciones hedónicas responden a un periodo de adversidad continua.

En este escenario, se analiza el impacto de un fracaso permanente durante dos días en la dinámica de la felicidad, asumiendo además que no hay contacto con el estímulo si no se activan los sistemas de acercamiento o evasión.

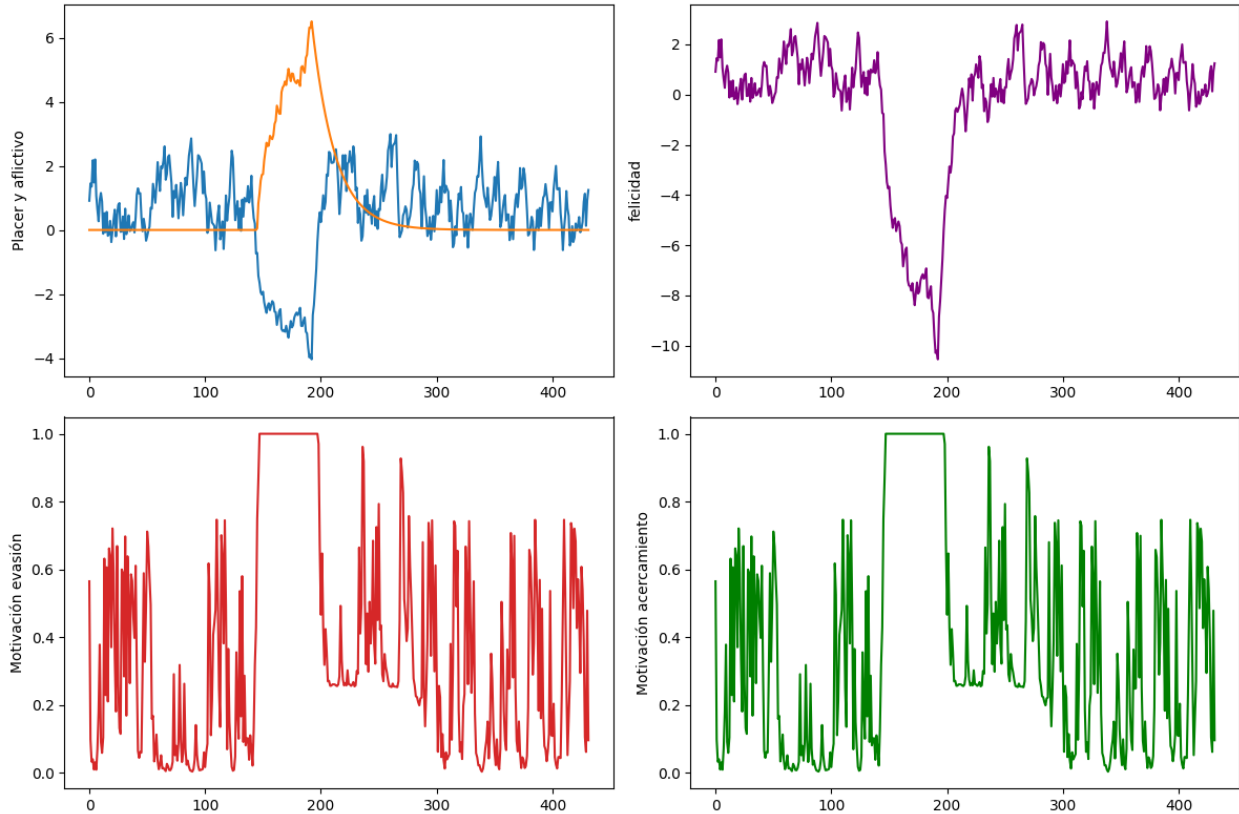


Figura 11: Dinámica de la felicidad y las motivaciones hedónicas durante y después de un periodo de fracaso constante.

La Figura 11 muestra que, como consecuencia del fracaso continuo, las motivaciones de acercamiento y evasión se mantienen altas, sin afectar significativamente los niveles de placer o afectos afectivos. Tras la reanudación de los éxitos, se observa un aumento temporal en el placer y una mayor frecuencia en los ciclos hedónicos, seguido de una recuperación gradual hacia niveles positivos de felicidad. Eventualmente, los afectos afectivos disminuyen, permitiendo que las motivaciones hedónicas y la felicidad regresen a su estado habitual.

Para la última simulación de la dinámica completa, ilustrada en la Figura 12, se añade un éxito aleatorio, es decir, una probabilidad de éxito distinta de cero o uno, en particular, $p_{\text{success}} = 0,5$. Se consideran dos casos: el caso en que la probabilidad de contacto es nula, $p_{\text{contact}} = 0$, si no se activa un comportamiento, y el caso en que siempre hay contacto

($p_{\text{contact}} = 1$) con los estímulos si no se activa el comportamiento.

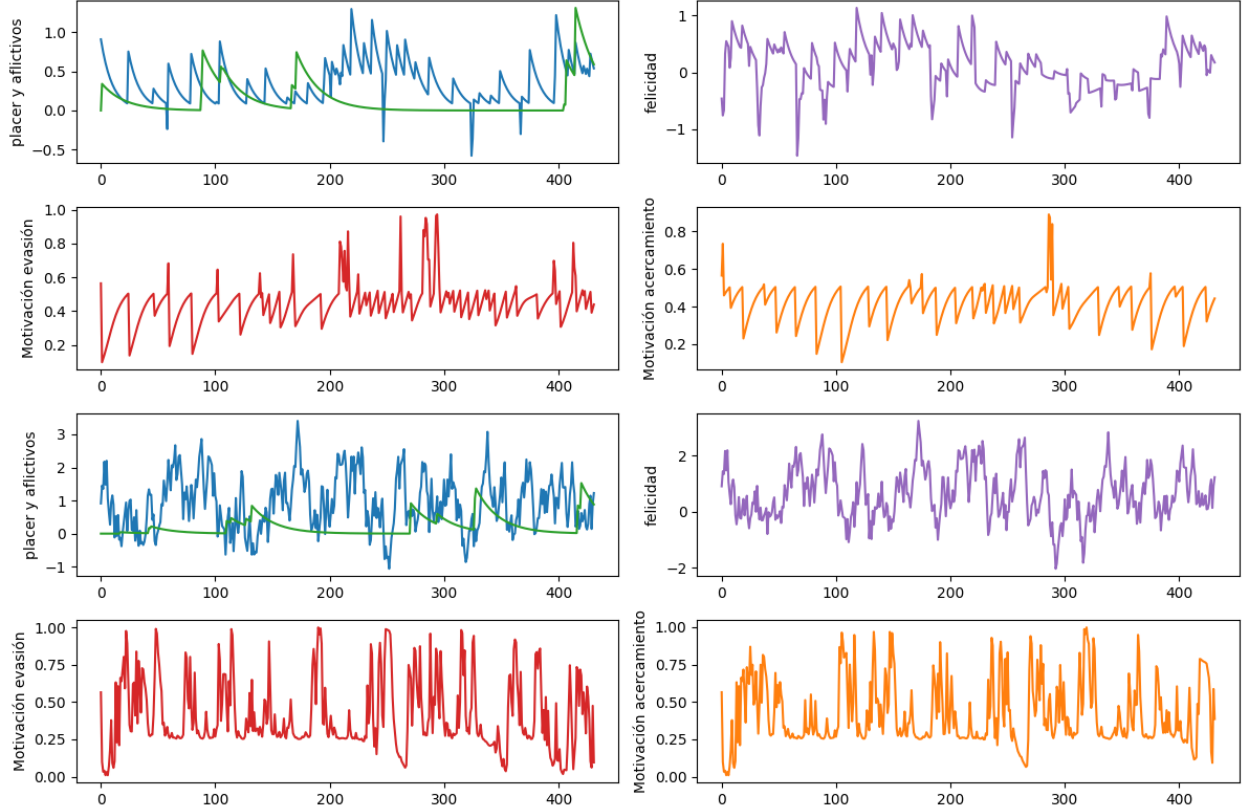


Figura 12: Dinámica del modelo con éxito aleatorio y variabilidad en la probabilidad de contacto. Las primeras cuatro subfiguras corresponden al caso de no contacto ($p_{\text{contacto}} = 0$), mientras que las últimas cuatro subfiguras muestran el caso de contacto constante ($p_{\text{contacto}} = 1$).

Es importante destacar que en este caso de éxito aleatorio, una mayor probabilidad de contacto no causa una mayor variabilidad en los niveles de felicidad o placer. La razón de esto es que el individuo ahora puede experimentar tanto afectos aflictivos como disgusto (debido al fracaso) independientemente de si hay contacto o no con los estímulos cuando no se activa un comportamiento. Sin embargo, cabe mencionar que tener contacto con los estímulos cuando no se activa el comportamiento contribuye a los picos altos de (in)felicidad y (dis)placer.

Conclusión

Las simulaciones del modelo computacional han permitido un entendimiento más profundo del modelo teórico propuesto por Mathias [12]. En particular, se ha destacado la sensibili-

dad del modelo ante las variaciones en los parámetros θ_P , θ_B , γ_P y p_{contacto} , lo cual se ha demostrado a través de las distintas simulaciones realizadas.

Estas propiedades resultan fundamentales, ya que, como se ha observado en las figuras anteriores, la complejidad de las dinámicas del sistema depende en gran medida de la configuración de parámetros utilizada.

En el próximo capítulo, se explorarán diversas configuraciones de parámetros que generarán dinámicas tanto simples, estudiables mediante la teoría tradicional de sistemas dinámicos, como dinámicas más complejas que corresponden al ámbito de los sistemas dinámicos a trozos.

4. Modelos simplificados

En este capítulo, se abordará una familia de modelos derivados del enfoque propuesto por Mathias et al.[12]. Estos modelos representan una adaptación del sistema propuesto por los autores, que originalmente es estocástico, debido a su dependencia de las variables aleatorias $P_{\acute{e}xito}$ y $P_{contacto}$. Para fines de simplificación y estudio detallado, se considera la fijación de estas variables en valores de 1 y 0 respectivamente. La dinámica de la felicidad depende exclusivamente del placer, lo que conduce a sistemas unidimensionales que resultan más accesibles para el análisis. Cuando $P_{\acute{e}xito}$ es igual a 0, la dinámica se ve influenciada por los afectos afflictivos y el placer.

En el artículo de referencia, los autores utilizan comúnmente una cadena de valencias que varían en función del día y la noche para simular la dinámica de descanso de un individuo. Sin embargo, en el siguiente modelo, es considerada una cadena de valencias constante, lo que simplifica el sistema y lo convierte en un sistema autónomo.

En el marco de estos modelos, los parámetros desempeñan un papel fundamental en la configuración de la dinámica del sistema. Los parámetros θ_P y θ_A corresponden a los niveles acumulados de placer y afectos afflictivos, respectivamente, en los cuales las motivaciones de acercamiento y evasión (M_{ap} y M_{av}) alcanzan un valor de 0.5. Por otro lado, el parámetro θ_B define el umbral de activación, por encima del cual las expectativas del individuo respecto al placer coinciden con la valencia del estímulo. Finalmente, el parámetro γ_p determina la tasa de decaimiento del placer a lo largo del tiempo, afectando cómo las experiencias pasadas influyen en el estado actual de felicidad.

En la Figura 13, se ilustran dos casos particulares en los que el comportamiento deseado se activa de manera constante. En la Figura 13a, se observa la activación cuando θ_P toma valores muy elevados, mientras que en la Figura 13b se presenta la situación en la que el umbral θ_B se reduce a cero. El estudio de estos parámetros se presentará con más detalle en el capítulo correspondiente al modelo dinámico a trozos.

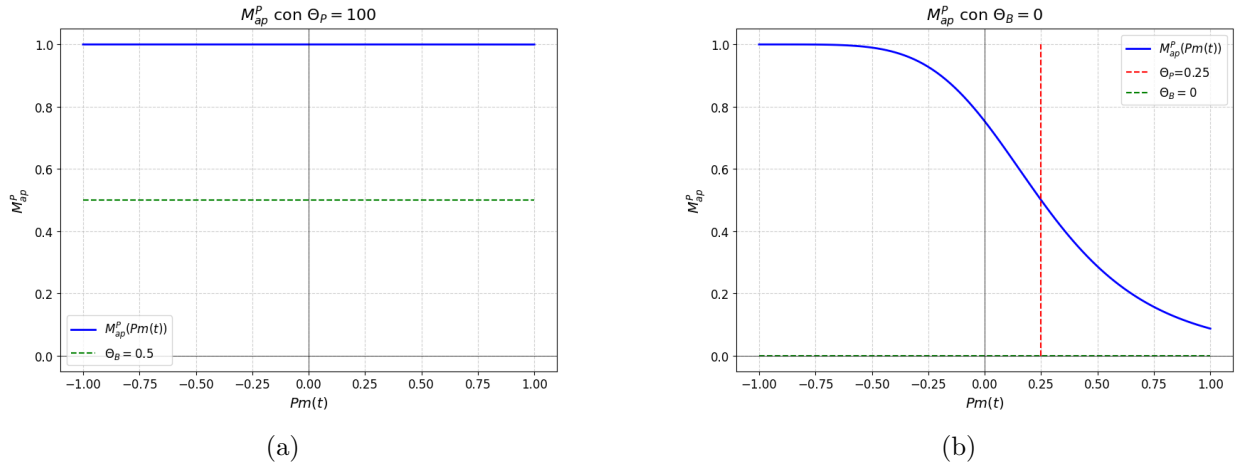


Figura 13: Casos de activación del comportamiento de acercamiento-evasión.

En un contexto similar, el siguiente escenario presenta dos conjuntos de parámetros θ_B y θ_P . Es fundamental destacar que cuando $\theta_P = 0$ y se emplean cadenas de estímulos con valores positivos, la acción del individuo nunca se activará. En contraste, en situaciones con cadenas de estímulos negativos, la activación es constante. Establecer el valor de $\theta_B = 1$ asegura de inmediato la desactivación de todos los mecanismos (ver Figura 14b).

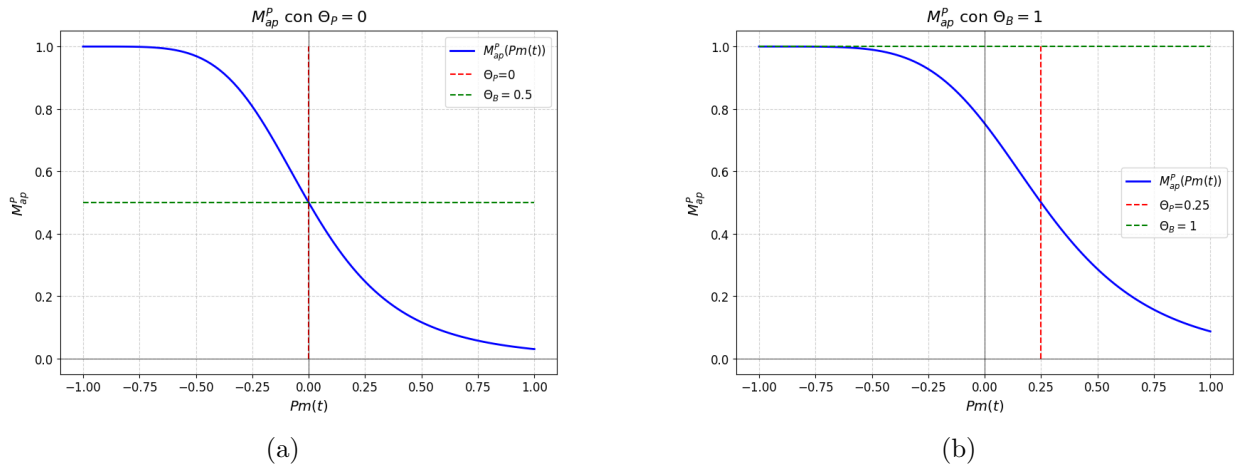


Figura 14: Casos de no activación del comportamiento de acercamiento-evasión. (a) Gráfica de la izquierda, (b) Gráfica de la derecha.

4.1. Modelo convergente

La primera simplificación propuesta para el modelo consistió en considerar los casos en los que P_s y A_s son valores constantes. Los modelos resultantes comparten la siguiente forma:

$$P(t) = e^{\gamma_P} P(t-1) + P_s \quad (16)$$

Conociendo el sistema, se puede encontrar su punto fijo P_f :

$$P_f = \frac{P_s}{1 - e^{-\gamma_P}}$$

Se puede reescribir el sistema inicial para obtener un nuevo sistema que depende del valor inicial y del punto fijo:

$d(t) = P(t) - P_f$	Se utiliza este cambio de variable
$P(t) = e^{-\gamma_P} P(t-1) + P_s$	
$d(t) = e^{-\gamma_P} (d(t-1) + P_f) + P_s - P_f$	
$d(t) = e^{-\gamma_P} d(t-1) + e^{-\gamma_P} P_f + P_s - P_f$	
$d(t) = e^{-\gamma_P} d(t-1) + P_f (e^{\gamma_P} - 1) + P_s$	
$d(t) = e^{\gamma_P} d(t-1)$	Se reemplaza el valor de P_f
$d(t) = e^{t\gamma_P} d(0)$	Se regresa a la variable inicial
$P(t) = e^{t\gamma_P} (P(0) - P_f) + P_f$	Expresión final

Es importante destacar que el parámetro γ_P siempre tiene un valor positivo. Por consiguiente, $|e^{-\gamma_P}| < 1$, lo que implica que el sistema converge hacia el valor de equilibrio P_f a medida que el tiempo t tiende al infinito.

A continuación se identificarán aquellos casos específicos que conducen a esta familia de sistemas.

4.2. Modelo de acercamiento descrito por el placer

El primer modelo considerado tendrá las siguientes características:

- $\gamma_p = \frac{1}{10}$
- $V(t) = \frac{1}{2}$
- $\theta_p \gg 1$
- $p_{sucess} = 1$
- $\mu_{ap} = \frac{1}{2}$

Al tratarse de un caso de éxito, el nivel de placer será el siguiente:

$$P(t) = e^{-\frac{1}{10}} P(t-1) + \frac{3}{8} \quad (17)$$

El sistema converge a su punto fijo:

$$P_f = \frac{\frac{3}{8}}{1 - e^{-\frac{1}{10}}} \quad (18)$$

En este modelo, la dinámica de la felicidad depende exclusivamente del placer, esto es, $H(t) = P(t)$. La Figura 15 muestra como el sistema converge al punto fijo $P_f \approx 3,94$.

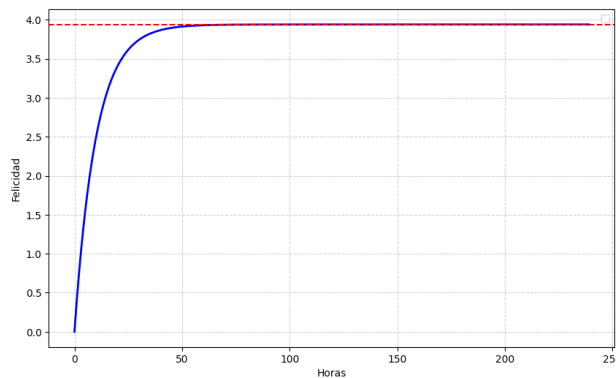


Figura 15: Convergencia del modelo 1.

En la simulación anterior, se utilizó una condición inicial de $P(t) = 0$. No obstante, es relevante señalar que cualquier condición inicial convergerá hacia el punto fijo.

4.3. Modelo de contacto con el estímulo descrito por el placer

La elección de parámetros para este modelo es la siguiente:

- $\gamma_p = \frac{1}{10}$
- $V(t) = -\frac{1}{2}$
- $\theta_p \gg 1$
- $p_{sucess} = 1$
- $p_{contact} = 0$
- $\mu_{ap} = \frac{1}{2}$

Este modelo se caracteriza por una entrada constante de estímulos con valencia negativa. En consecuencia, se describe exclusivamente a través del mecanismo de evasión, donde el individuo logra evitar el contacto con el estímulo negativo en todo momento, resultando en un aumento del placer.

$$P(t) = e^{-\frac{1}{10}}P(t-1) + \frac{5}{16} \quad (19)$$

El sistema converge a su punto fijo:

$$P_f = \frac{\frac{5}{16}}{1 - e^{-\frac{1}{10}}} \approx 3,28 \quad (20)$$

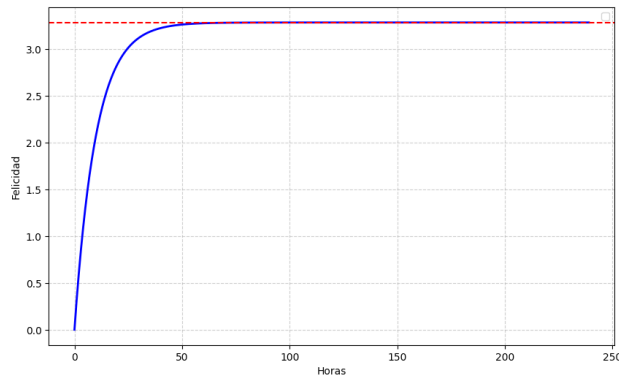


Figura 16: Convergencia del modelo 2.

4.4. Modelo 3

Los modelos previamente presentados ofrecen una descripción del comportamiento de la felicidad basada exclusivamente en el placer.

La presencia de afectos aflictivos solo se dará en situaciones donde se active el mecanismo de evasión o acercamiento, es decir, cuando el valor de θ_P es significativamente alto y en circunstancias donde el éxito es nulo, es decir, cuando $P_{sucess} = 0$. El siguiente será un ejemplo de modelo que involucra ambas dinámicas junto al mecanismo de acercamiento.

La selección de parámetros será la siguiente:

- $\gamma_p = \frac{1}{10}$
- $\gamma_a = \frac{1}{20}$
- $V(t) = \frac{1}{2}$
- $\theta_p \gg 1$
- $p_{sucess} = 0$
- $\mu_{ap} = \frac{1}{2}$

La dinámica del placer y los afectos aflictivos en este modelo se describe mediante las siguientes expresiones:

$$P(t) = e^{-\frac{1}{10}}P(t-1) - \frac{5}{6} \quad (21)$$

$$A(t) = e^{-\frac{1}{20}}A(t-1) + \frac{5}{6} \quad (22)$$

La convergencia de la felicidad viene dada por la convergencia de ambas componentes individualmente:

$$Pf = \frac{\frac{-5}{16}}{1 - e^{-\frac{1}{10}}} \quad (23)$$

$$Af = \frac{\frac{5}{16}}{1 - e^{-\frac{1}{20}}} \quad (24)$$

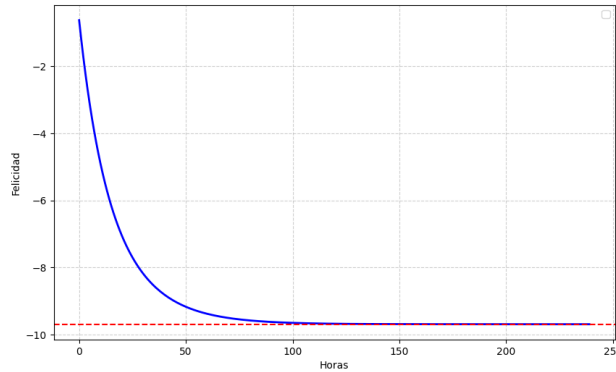


Figura 17: Convergencia del modelo 3.

4.5. Modelo dinámico a trozos

En la sección anterior se exploraron diversas combinaciones de parámetros para las cuales el modelo de Mathias et al. [12] converge a un ciclo de periodo uno. Sin embargo, para las configuraciones de parámetros utilizadas inicialmente en las simulaciones de los autores, se puede observar que la felicidad sigue ciclos de mayor orden que uno.

En esta sección se examina cómo varía el comportamiento del modelo bajo el cambio de algunos parámetros importantes restringiendo la aleatoriedad del sistema y evitando que el comportamiento de la felicidad dependa de los afectos aflictivos. Por lo tanto, la configuración inicial de parámetros garantizará que el modelo de felicidad sea descrito únicamente por el placer.

Además, se analizarán los parámetros θ_p y γ_p , que desempeñan un papel fundamental en la dinámica del sistema. θ_p define el umbral de respuesta emocional ante el placer acumulado, mientras que γ_p regula la rapidez con la que el individuo se adapta a experiencias pasadas, disminuyendo progresivamente su impacto emocional en el tiempo. También se fijan los valores de los parámetros $\alpha_{ap} = 5$ y $\theta_B = 0,5$.

Las características principales del sistema son las siguientes: cuenta con el mecanismo de motivación hedónica, el cual estaba restringido por el parámetro θ_p en la sección anterior; no habrá contacto con el estímulo en caso de no haber acercamiento; y siempre se garantiza que el individuo no tenga fracasos en el acercamiento al estímulo.

El diagrama presentado en la Figura 18 representa la dinámica de este modelo específico:

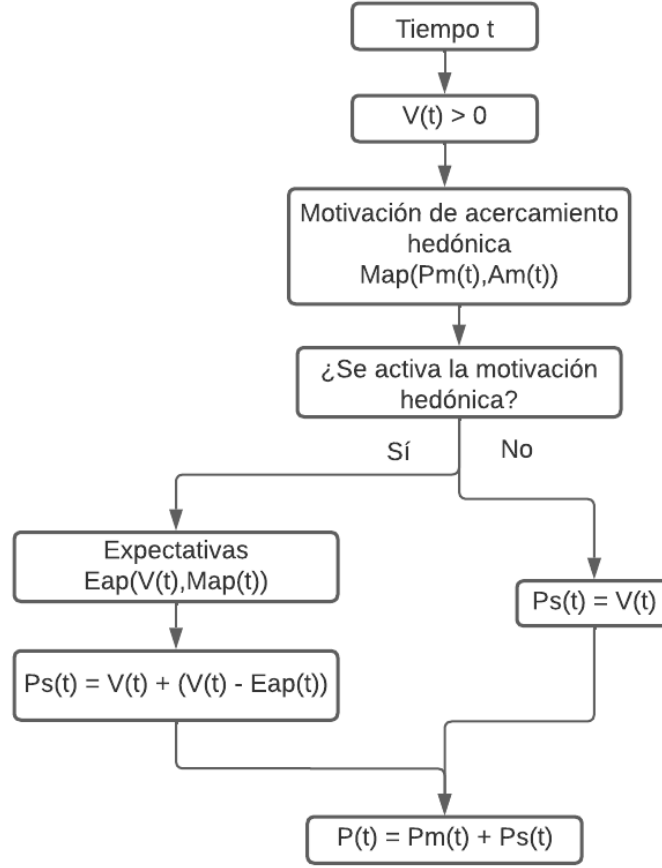


Figura 18: Diagrama del Modelo Complejo a Trozos.

El sistema se define en términos de $P(t)$ de la siguiente manera:

$$P(t) = \begin{cases} e^{-\gamma p} P(t-1) & \text{si } \frac{(e^{-\gamma p} P(t-1)+1)^5}{(e^{-\gamma p} P(t-1)+1)^5 + (1+\theta_p)^5} > \theta_B, \\ e^{-\gamma p} P(t-1) + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2} - \frac{(e^{-\gamma p} P(t-1)+1)^5}{(e^{-\gamma p} P(t-1)+1)^5 + (1+\theta_p)^5} \right) & \text{si } \frac{(e^{-\gamma p} P(t-1)+1)^5}{(e^{-\gamma p} P(t-1)+1)^5 + (1+\theta_p)^5} \leq \theta_B. \end{cases} \quad (25)$$

Para simplificar la expresión y facilitar el análisis, definimos Ps como el punto de cambio para el sistema definido en (25). El valor de Ps se obtiene al despejar $P(t-1)$ de la ecuación que define el cambio entre ambos mapas en (25):

$$\frac{(e^{-\gamma p} P(t-1) + 1)^5}{(e^{-\gamma p} P(t-1) + 1)^5 + (1 + \theta_p)^5} = \theta_B. \quad (26)$$

Al resolver esta ecuación para $P(t-1)$, se obtiene la siguiente expresión para Ps :

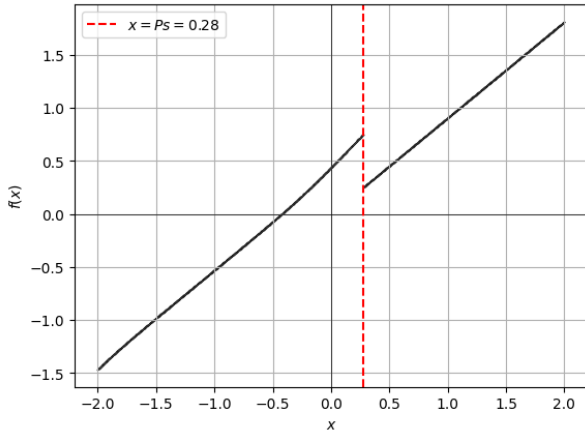
$$P_s = e^{\gamma_p} \left(\left(\frac{\theta_B(1 + \theta_p)^5}{1 - \theta_B} \right)^{\frac{1}{5}} - 1 \right). \quad (27)$$

El sistema original puede reformularse utilizando P_s de la siguiente manera:

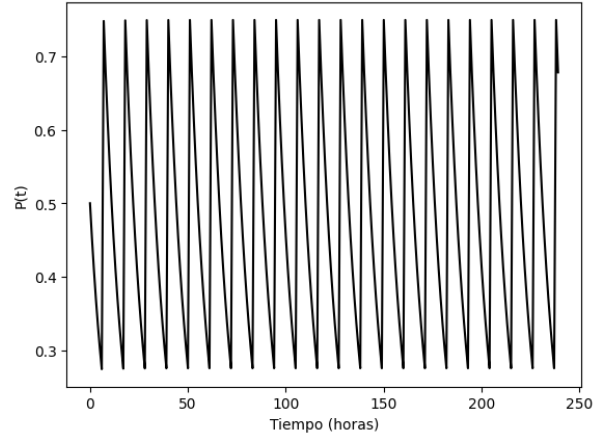
$$P(t) = \begin{cases} e^{-\gamma_p} P(t-1) & \text{si } P(t-1) > P_s, \\ e^{-\gamma_p} P(t-1) + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2} - \frac{(e^{-\gamma_p} P(t-1)+1)^5}{(e^{-\gamma_p} P(t-1)+1)^5 + (1+\theta_p)^5} \right) & \text{si } P(t-1) \leq P_s. \end{cases} \quad (28)$$

La definición de este valor resulta fundamental, ya que nos permite observar cómo cada parámetro afecta el comportamiento del salto en el sistema dinámico. Además, este valor se utilizará para trasladar el sistema al origen, lo que coincide con los análisis presentados por Avrutin[10].

En la Figura 19 se muestra el comportamiento de este sistema para la configuración de parámetros $\theta_p = 0,25$, $\gamma_p = 0,1$ y $\theta_B = 0,5$. La Figura 19(a) presenta la función definida a trozos que define el mapa, mientras que la Figura 19(b) ilustra la simulación del sistema dinámico para un valor inicial de cero.



(a) Gráfica de la función definida a trozos que define el mapa



(b) Gráfica del sistema dinámico con parámetros fijos

Figura 19: Descripción gráfica del modelo de felicidad simplificado

Formulación del Sistema Normalizado Se introduce el cambio de variable $x(t) = P(t) - P_s$ para realizar la traslación y normalizar el sistema.

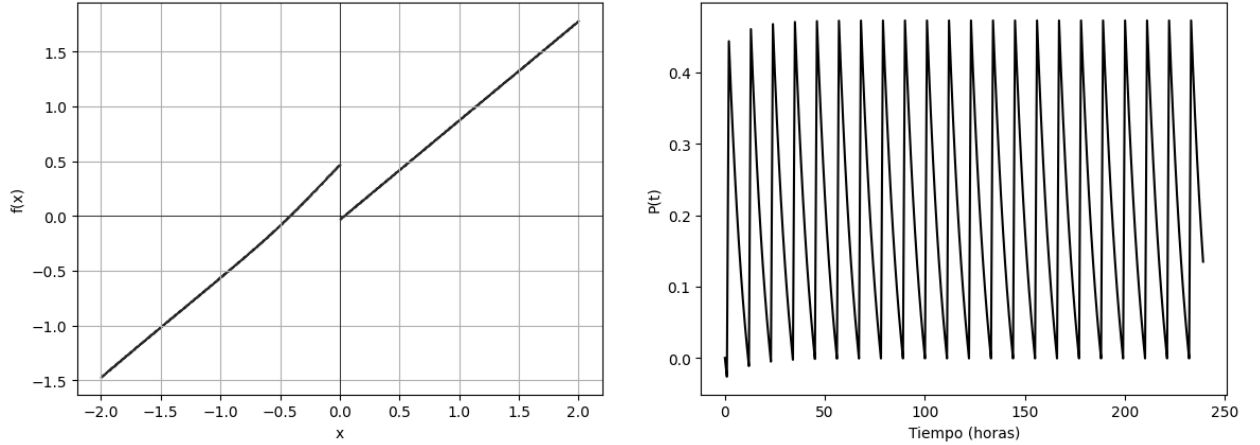
Con el cambio de variable introducido, el sistema dinámico puede ser descrito en términos

de x de la siguiente manera:

$$x(t+1) = \begin{cases} e^{-\gamma_p}(x(t) + Ps) - Ps & \text{si } x(t) > 0, \\ e^{-\gamma_p}(x(t) + Ps) + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2} - \left(\frac{(e^{-\gamma_p}(x(t)+Ps)+1)^\alpha}{(e^{-\gamma_p}(x(t)+Ps)+1)^\alpha + (1+\theta_P)^\alpha} \right) \right) - Ps & \text{si } x(t) \leq 0. \end{cases} \quad (29)$$

Este sistema refleja cómo la variable $x(t)$, que representa la diferencia entre el nivel actual de felicidad y el umbral Ps , evoluciona con el tiempo. La función $x(t+1)$ está definida para reflejar dos comportamientos distintos dependiendo de si $x(t)$ es mayor o menor que cero.

Se presentan las gráficas correspondientes a este nuevo sistema:



(a) Gráfica de la función a trozos que define el sistema normalizado

(b) Gráfica del sistema dinámico normalizado con parámetros fijos

Figura 20: Descripción gráfica del modelo de felicidad simplificado

Escribir el mapa de esta manera es crucial para identificar los espacios de parámetros en los cuales pueden ocurrir casos de BCB (bifurcación por colisión de borde) [2][8].

Espacio $\gamma_p \times \theta_p$

En esta sección, se explora el espacio de parámetros definido por γ_p y θ_p para entender cómo interactúan y afectan el comportamiento del sistema dinámico. La caracterización de estos sistemas comienza con la identificación de los puntos fijos reales y virtuales, los cuales juegan un papel fundamental en la dinámica de los sistemas a trozos [2][10].

Teniendo en cuenta que el mapa definido anteriormente está definido a trozos, cada una de

las funciones que lo definen poseen puntos fijos los cuales pueden alternar su naturaleza entre reales y virtuales. Si un punto fijo se encuentra dentro del dominio de acción del mapa, se clasifica como un punto fijo real. En cambio, si el punto fijo no pertenece a dicho dominio, se considera un punto fijo virtual.

Este concepto es esencial porque, dependiendo de la configuración de los parámetros, los puntos fijos pueden cambiar de reales a virtuales y viceversa. Estas transiciones en la naturaleza de los puntos fijos pueden desencadenar bifurcaciones por colisión de borde (BCB) y dar lugar a escenarios de adición de período, como se observa en sistemas similares al que se está estudiando [2].

Para identificar los puntos fijos, se calculan numéricamente sus valores para cada combinación específica de parámetros, y luego se determina si el punto fijo es real o virtual en función del dominio del mapa correspondiente.

La representación gráfica de estos puntos se muestra en la Figura 21.

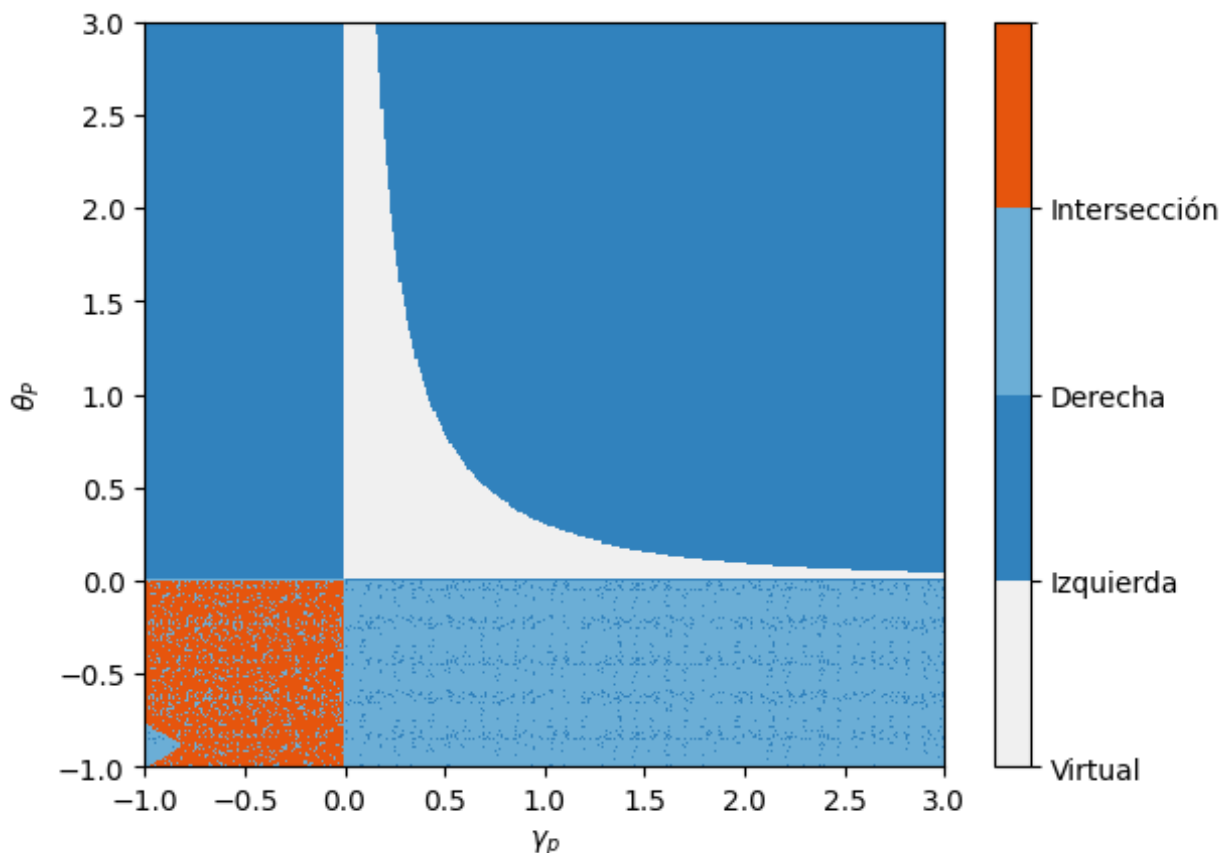


Figura 21: Matriz de puntos fijos virtuales y reales.

La Figura 21 emplea una codificación por colores para representar la naturaleza de los puntos fijos en el sistema dinámico a trozos. El color correspondiente a “Izquierda” señala las regiones donde el punto fijo del mapa definido en la ecuación (29) para $X(t) \leq 0$ es real, mientras que “Derecha” indica los valores en los que el punto fijo del mapa definido en la ecuación (29) para $X(t) > 0$ es real. “Virtual” hace referencia a las áreas en las que ambos puntos fijos son virtuales para ambos mapas de la ecuación (29), e “Intersección” denota las regiones donde ambos puntos fijos son reales simultáneamente.

Los diagramas de bifurcación y de período permiten visualizar la evolución del sistema cuando se varía uno de los parámetros, manteniendo el otro constante. Gráficamente, esto puede interpretarse como cortes en la matriz de puntos fijos: al variar γ_p y mantener θ_p fijo, se obtienen cortes horizontales, mientras que al variar θ_p con γ_p constante, se generan cortes verticales.

Observar cómo el sistema evoluciona al modificar los parámetros a lo largo de estas rectas es de gran interés. Para ello, se emplearán diagramas de bifurcación y de período, los cuales permitirán identificar los ciclos atractores del sistema y sus correspondientes períodos. En la Figura 22 se muestran las rectas más significativas para su posterior análisis:

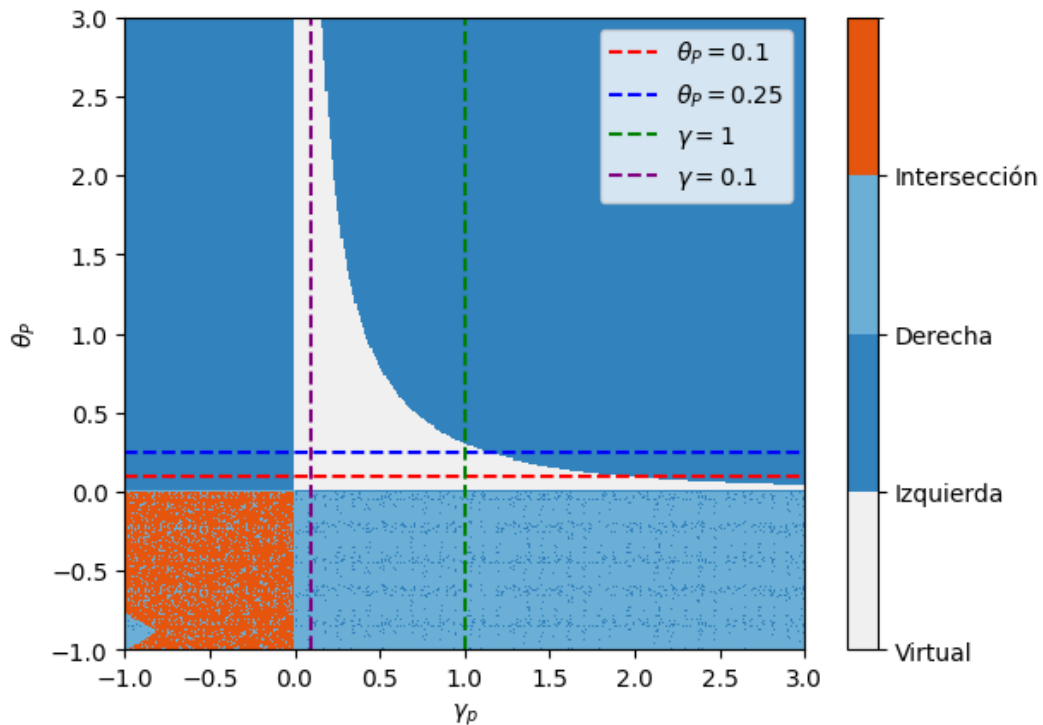
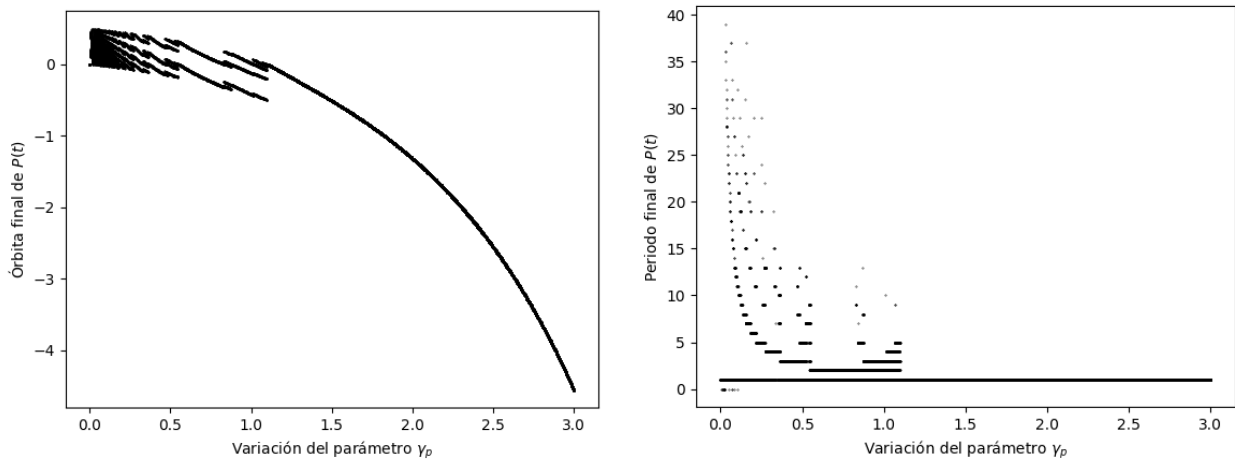


Figura 22: Matriz de puntos fijos virtuales y reales.

Análisis para θ_p fijo

En esta sección se presentan los diagramas de bifurcación y de período para valores fijos de θ_p , con el objetivo de analizar cómo varía la dinámica del sistema conforme se modifica el parámetro γ_p .

Inicialmente, se examinan los diagramas correspondientes a $\theta_p = 0,25$, donde se explora el rango completo de γ_p desde 0 hasta 3 (ver Figura 23).



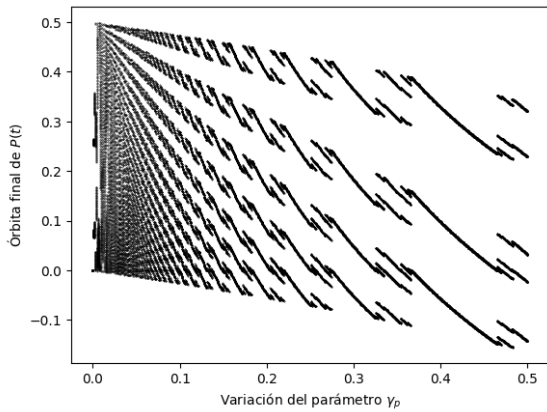
(a) Diagrama de bifurcación para $\theta_p = 0,25$

(b) Diagrama de período para $\theta_p = 0,25$

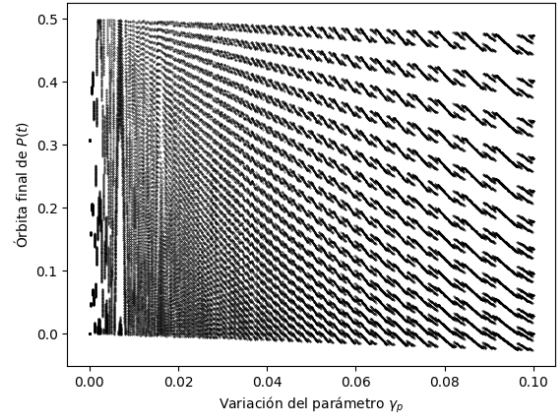
Figura 23: Diagramas de bifurcación y de período con $\theta_p = 0,25$

En las Figuras 23(a) y 23(b) se observa que los valores de γ_p que se encuentran dentro de la región de puntos fijos reales producen ciclos de período uno en el sistema. Por otro lado, cuando los puntos fijos son virtuales, el sistema exhibe comportamientos de distintos órdenes, especialmente en los valores cercanos a cero.

Con el fin de comprender más a fondo estas dinámicas, se ha realizado un análisis más detallado acotando la malla de valores de γ_p , lo que permite una observación más precisa de los fenómenos que ocurren en las regiones de interés. A continuación, se presentan los diagramas de bifurcación con mallas acotadas entre 0 y 0.5, y entre 0 y 0.1, respectivamente:



(a) Bifurcación con γ_p acotado entre 0 y 0.5 para $\theta_p = 0,25$

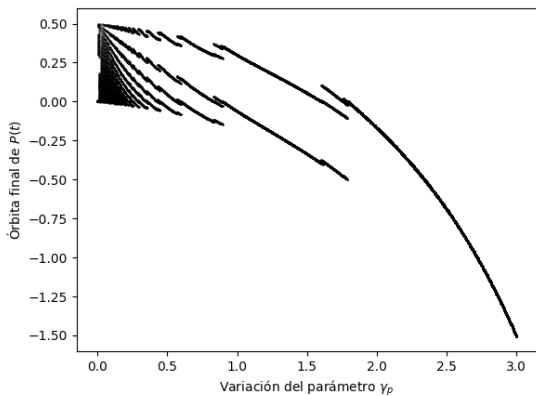


(b) Bifurcación con γ_p acotado entre 0 y 0.1 para $\theta_p = 0,25$

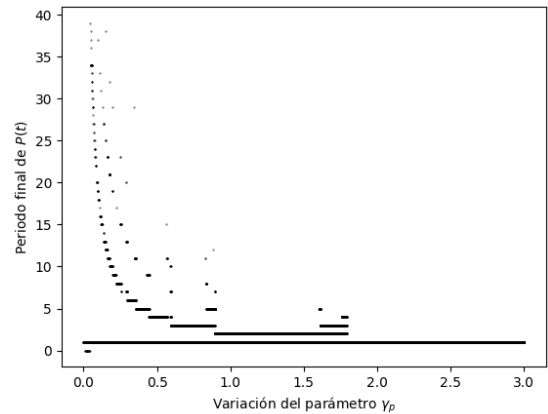
Figura 24: Zoom en los diagramas de bifurcación para $\theta_p = 0,25$

En los acercamientos realizados a las zonas de interés, con γ_p acotado a intervalos más pequeños, se puede observar con mayor detalle cómo el sistema comienza a exhibir órbitas de mayor período, especialmente en los rangos cercanos a $\gamma_p = 0$.

En la Figura 25 se presentan los diagramas correspondientes a $\theta_p = 0,1$, que incluyen tanto los diagramas de bifurcación como los diagramas de período, cubriendo un rango de γ_p desde 0 hasta 3. Posteriormente, se realizarán acercamientos a las zonas de interés, acotando el rango de γ_p para observar detalles más específicos en el comportamiento del sistema (Ver Figura 26).

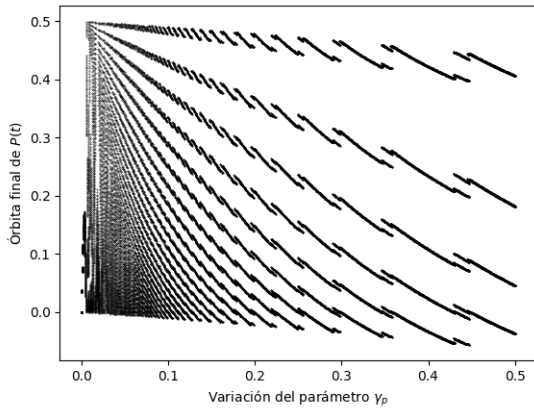


(a) Diagrama de bifurcación con $\theta_p = 0,1$, γ_p entre 0 y 3

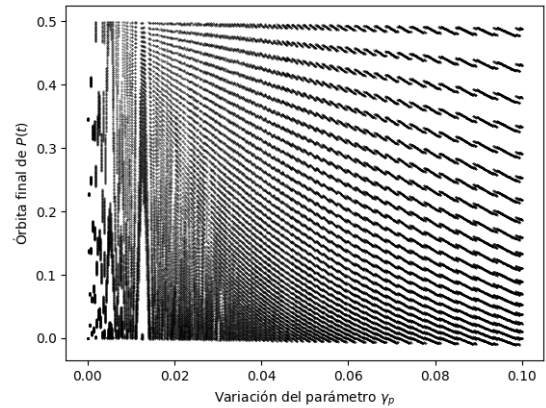


(b) Diagrama de período con $\theta_p = 0,1$, γ_p entre 0 y 3

Figura 25: Diagramas de bifurcación y de período para $\theta_p = 0,1$ y γ_p en el rango de 0 a 3.



(a) Diagrama de bifurcación con $\theta_p = 0,1$, γ_p entre 0 y 0.5



(b) Diagrama de bifurcación con $\theta_p = 0,1$, γ_p entre 0 y 0.1

Figura 26: Zoom de los diagramas de bifurcación para $\theta_p = 0,1$ con γ_p acotado entre 0 y 0.5, y 0 y 0.1.

Las figuras correspondientes a $\theta_p = 0,1$ presentan una similitud notable con las obtenidas para $\theta_p = 0,25$. Sin embargo, la diferencia clave radica en que la región con órbitas de mayor período se extiende de manera más pronunciada a lo largo de la variación del parámetro γ_p . Esta ampliación sugiere una mayor complejidad dinámica en un rango más amplio de γ_p en comparación con el caso anterior.

Dada la conducta observada previamente, se puede interpretar la dinámica del sistema de la siguiente manera:

Para valores de γ_p cercanos a cero, el contacto con estímulos placenteros pasados tienen una influencia más prolongada en el estado emocional actual del individuo, resultando en un sistema con oscilaciones o períodos más largos.

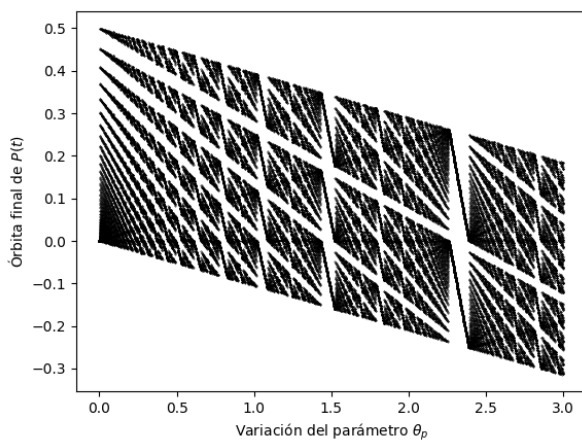
Para valores de θ_p cercanos a cero, el umbral para alcanzar una respuesta motivacional significativa (donde el placer tiene un efecto emocional duradero) es bajo, lo que significa que incluso pequeñas acumulaciones de placer tienen un impacto pronunciado en el estado emocional actual del individuo. Este umbral bajo prolonga la influencia de estas experiencias, lo que puede contribuir a oscilaciones prolongadas en el sistema, reflejadas en órbitas de mayor período.

En las figuras con zoom (Figuras 26(a) and 26(b)), se aprecia un comportamiento interesante: los valores cercanos a $\gamma_p = 0$ exhiben órbitas de mayor período y transiciones más abruptas en comparación con $\theta_p = 0,25$.

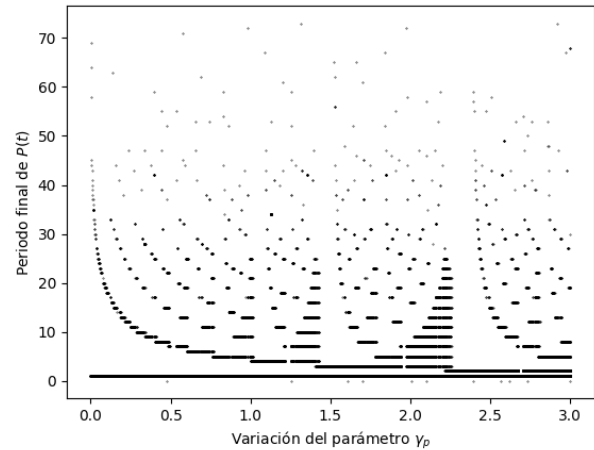
Además, la comparación entre los diagramas para $\theta_p = 0,25$ y $\theta_p = 0,1$ revela que los cambios de período no se limitan a los valores cercanos a $\gamma_p = 0$, sino que, al disminuir el valor de θ_p , también se observa un incremento en el período de las órbitas. La dinámica para θ_p variable y γ_p fijo será revisada en la siguiente sección.

Análisis para $\gamma_p = 0,1$

En esta sección, se analiza el comportamiento del sistema dinámico manteniendo $\gamma_p = 0,1$ fijo y variando θ_p en el rango de 0 a 3. El diagrama de bifurcación que se presenta en la figura 27(a) refleja cómo cambian las órbitas del sistema en función de los valores de θ_p .



(a) Diagrama de bifurcación con $\gamma_p = 0,1$, θ_p entre 0 y 3



(b) Diagrama de período con $\gamma_p = 0,1$, θ_p entre 0 y 3

Figura 27: Diagramas de bifurcación y de período para $\gamma_p = 0,1$ y θ_p variable entre 0 y 3.

Las Figuras 27a y 27b permiten observar cómo las órbitas del sistema se vuelven más complejas a medida que θ_p se acerca a cero. Es interesante notar que, en la sección cercana a $\theta_p = 0$, el sistema presenta órbitas de mayor período, similar a lo que ocurría cuando γ_p se aproximaba a cero en las simulaciones anteriores donde este parámetro no era constante. Este comportamiento, junto con el observado en las simulaciones para γ_p variable, refuerza la relevancia de estudiar con mayor detalle el punto $(0,0)$ del espacio de parámetros, ya que podría ser clave para entender mejor la dinámica del sistema.

Comentarios y posible trabajo sobre la bifurcación Big Bang

Las simulaciones y análisis realizados en este capítulo permiten observar cómo el sistema dinámico presenta una gran sensibilidad ante variaciones de los parámetros θ_p y γ_p , especialmente cuando estos se aproximan a valores cercanos a 0. Los diagramas muestran transiciones abruptas hacia órbitas de mayor período, lo que sugiere la existencia de una dinámica compleja en las proximidades de estos valores.

Este comportamiento plantea la posibilidad de que el punto $(0, 0)$ del espacio de parámetros $\theta_p \times \gamma_p$ sea un punto de bifurcación "Big Bang" de codimensión 2. Esta bifurcación ocurre cuando infinitas curvas de codimensión 1 se intersectan en un punto de codimensión 1 [1].

En [1] se reportan varios teoremas que permiten caracterizar analíticamente la bifurcación big bang en mapas de dimensión 1, sin embargo, estos resultados son de suficiencia y el mapa discontinuo que analizamos anteriormente no entra dentro de las condiciones expuestas en los teoremas. Por lo tanto, dejamos como un potencial trabajo de investigación futuro el explorar numéricamente la bifurcación "Big Bang", centrándose en el análisis numérico detallado de las curvas de codimensión 1 al rededor del punto $(0, 0)$ del espacio de parámetros $\theta_p \times \gamma_p$.

5. Conclusiones

En este trabajo, se ha llevado a cabo un análisis exhaustivo del modelo dinámico de la felicidad propuesto por Mathias et al. [12], basado en el marco teórico de la motivación de aproximación-evasión. Este modelo presenta una considerable complejidad debido a que la dinámica de la felicidad depende no sólo de los estímulos externos que interactúan con el individuo en un momento dado, sino también de una gran cantidad de mecanismos interrelacionados y parámetros que complican su estudio.

Para abordar la complejidad de este modelo, se han empleado tres metodologías distintas: (1) la implementación de un algoritmo computacional que simula el comportamiento del sistema; (2) una simplificación del modelo con el fin de analizarlo utilizando herramientas de los sistemas dinámicos tradicionales; y (3) otra simplificación específica para el análisis mediante la teoría de sistemas dinámicos a trozos. Estas metodologías permitieron examinar el modelo desde diferentes perspectivas, proporcionando una visión integral de su comportamiento.

En las simulaciones computacionales, se simplificó la dinámica del modelo para observar su evolución bajo ciertas restricciones específicas. Esto permitió aislar ciertos comportamientos clave, facilitando el análisis de la influencia de los parámetros más relevantes: γ_p , θ_p , θ_B , así como los parámetros estocásticos P_{success} y P_{contact} , los cuales fueron esenciales para activar o evitar la componente estocástica del sistema. Se observó cómo la variación de estos parámetros impacta directamente en las dinámicas del modelo, evidenciando comportamientos periódicos, convergentes o divergentes, dependiendo de las configuraciones empleadas.

Para simplificar el modelo y poder aplicar la teoría tradicional de sistemas dinámicos, se utilizó principalmente el parámetro θ_p como clave para generar dinámicas más comprensibles. Estas simplificaciones condujeron a dinámicas convergentes que, más adelante, fueron explicadas en el contexto del modelo de sistemas dinámicos a trozos, el cual representa una versión más generalizada de los análisis previos. Esta aproximación permitió conectar las dinámicas observadas en las simulaciones con las teorías matemáticas de bifurcación y colisión de fronteras, proporcionando una interpretación más rica y robusta del comportamiento del sistema.

Finalmente, para el último capítulo se escogieron los parámetros θ_p y γ_p para analizar su

espacio paramétrico y explorar las posibles bifurcaciones en el sistema. Este análisis reveló un comportamiento altamente sensible en las cercanías del punto $(0, 0)$, donde se observan transiciones bruscas y la aparición de órbitas de mayor período a medida que los valores de γ_p y θ_p se acercan a cero. Esta evidencia sugiere la posibilidad de una bifurcación big bang en ese punto, una bifurcación caracterizada por el colapso de dos curvas de bifurcación por colisión de borde, lo que da lugar a una serie infinita de órbitas periódicas de distintos órdenes.

El análisis del espacio paramétrico entre θ_p y γ_p no sólo permitió identificar estas transiciones, sino que también dejó abierta la puerta a futuros trabajos que se centrarán en investigar con mayor detalle la dinámica cercana al punto $(0, 0)$. La identificación precisa de las condiciones que conducen a la bifurcación big bang y el estudio de los ciclos atractores generados por este tipo de bifurcación serán fundamentales enriquecer en la comprensión del sistema y su aplicación en modelos más amplios de la teoría de sistemas dinámicos a trozos.

Referencias

- [1] V. Avrutin, A. Granados, and M. Schanz. Sufficient conditions for a period incrementing big bang bifurcation in one-dimensional maps. *Nonlinearity*, 24(9):2577–2600, August 2011.
- [2] Viktor Avrutin and Iryna Sushko. A gallery of bifurcation scenarios in piecewise smooth 1d maps. *Global Analysis of Dynamic Models in Economics and Finance: Essays in Honour of Laura Gardini*, 03 2012.
- [3] Michaël Dambrun and Matthieu Ricard. Self-centeredness and selflessness: A theory of self-based psychological functioning and its consequences for happiness. *Review of General Psychology*, 15:138–157, 06 2011.
- [4] Michel Dambrun, Matthieu Ricard, Guillaume Després, Emilie Drelon, Eva Gibelin, Marion Gibelin, Michel Loubeyre, Delphine Py, Aude Delpy, Christophe Garibbo, Elise Bray, Gérard Lac, and Olivier Michaux. Measuring happiness: from fluctuating happiness to authentic-durable happiness. *Frontiers in Psychology*, 3:16, Feb 2012.
- [5] Michèle Dambrun. Self-centeredness and selflessness: happiness correlates and mediating psychological processes. *PeerJ*, 5:e3306, 2017.
- [6] Andrew J Elliot. The hierarchical model of approach-avoidance motivation. *Motivation and emotion*, 30(2):111–116, 2006.
- [7] Shane Frederick and George Loewenstein. Hedonic adaptation. In *Well-being: The foundations of hedonic psychology*, pages 302–329. Russell Sage Foundation, New York, NY, 1999.
- [8] Albert Granados, Lluís Alsedà, and Maciej Krupa. The period adding and incrementing bifurcations: From rotation theory to applications. *SIAM Review*, 59(2):225–292, 2017.
- [9] Veronika Huta. Eudaimonia. In Susan A. David, Ilona Boniwell, and Anna C. Ayers, editors, *The Oxford Handbook of Happiness*, pages 201–213. Oxford University Press, Oxford, 2013.

- [10] L. Gardini I. Sushko and V. Avrutin. Nonsmooth one-dimensional maps: some basic concepts and definitions. *Journal of Difference Equations and Applications*, 22(12):1816–1870, 2016.
- [11] Sonja Lyubomirsky. Hedonic adaptation to positive and negative experiences. In *Oxford Handbook of Stress, Health and Coping*, pages 200–224. Oxford University Press, US, 2010.
- [12] Jean-Denis Mathias, Nicolas Pellerin, Gustavo Carrero, Eric Raufaste, and Michaël Dambrun. Running on the hedonic treadmill: A dynamical model of happiness based on an approach–avoidance framework. *Journal of Happiness Studies*, 25, 06 2024.
- [13] Richard Ryan and Edward Deci. On happiness and human potentials: A review of research on hedonic and eudaimonic well-being. *Annual review of psychology*, 52:141–66, 02 2001.
- [14] Dean Keith Simonton and Roy Baumeister. Positive psychology at the summit. *Review of General Psychology*, 9:99–102, 06 2005.