

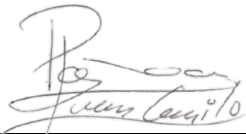
Nota de Aceptación:


Proyecto de Diseño Aprobado. en cumplimiento de los requisitos exigidos por la Pontificia Universidad Javeriana Cali para optar el título de Ingeniero Industrial.


HERNÁN CAMILO ROCHA NIÑO
Decano de la Facultad de Ingeniería y Ciencias


JORGE ENRIQUE ÁLVAREZ PATIÑO
Director Carrera Ingeniería Industrial


Daniel Morillo-Torres
Director(a) Proyecto de Diseño


Juan Camilo Paz Roa
Jurado 1


Luis Hernando Garzón
Jurado 2

Santiago de Cali, 04 de junio de 2024

Señores
Pontificia Universidad Javeriana Cali
Director Carrera de Ingeniería Industrial
Cali

Cordial saludo,

Me permito informarle que los estudiantes de Natalia Bobadilla Torres, Michele Alejandra Roldán y Diego Alejandro Escobar con códigos 8956744, 8953277 y 8953099 respectivamente trabajaron bajo nuestra dirección en el Trabajo de Grado denominado *Programación de tareas con recursos restringidos aplicado a la gestión energética en proyectos* el cual está listo para ser sustentado.

Atentamente,



Daniel Morillo Torres



José Ramírez Duque



Programación de tareas con recursos restringidos aplicado a la gestión energética en proyectos

Natalia Bobadilla Torres^{a,c}, Diego Alejandro Escobar Barona^{a,c}, Michele Alejandra Roldan Andrade^{a,c},

Daniel Morillo-Torres^{b,c}, José Luis Ramirez Duque^{b,c}

^aEstudiante de Ingeniería Industrial

^bProfesor, Director del Proyecto de Grado, Departamento de Ingeniería Civil e Industrial

^cPontificia Universidad Javeriana, Cali, Colombia

^dEntidad y área donde realizó el estudio

Resumen en español

Desde el área de la investigación de operaciones, la programación de tareas (scheduling) es una subárea que tiene una amplia aplicabilidad al desarrollo de proyectos en el mundo real, en síntesis, estos problemas están enfocados en la asignación de recursos escasos en el tiempo. Este trabajo propone la modificación de uno de los problemas combinatorio base más importantes dentro de esta subárea: el Resource-Constrained Project Scheduling Problem (RCPSP). La propuesta, para incluir los objetivos de gestión energética y de recursos limitados, introduce el denominado Variable-Energy-Work RCPSP (VEW-RCPSP). El objetivo es reprogramar las actividades de forma que, sin sacrificar precisión en la búsqueda del mínimo tiempo de ejecución, se consiga una mejor asignación de los recursos energéticos. La metodología de solución propuesta es bi-fase y permite una optimización secuencial de los objetivos de *makespan* y costos mediante dos modelos de programación lineal entera mixta (MILP). La propuesta se validó a través de la adaptación de la librería PSPLIB. Los resultados muestran una significativa capacidad del modelo para reducir costos, con reducciones en promedio entre 4,5-6,8%. Al dividir las instancias en clasificaciones basadas en el número de actividades que requieren energía, se confirmó que un mayor número de actividades energéticamente demandantes incrementa la complejidad del problema. La data se encuentra disponible en <https://mega.nz/folder/NYIGISQB#K57ugAzeuASv3ILEISQqrQ>.

Palabras claves: RCPSP, consumo energético, tarifas, generador, MILP, bi-fase.

Abstract

From the area of operations research, scheduling is a subarea that has a wide applicability to the development of real-world projects, in short, these problems are focused on the allocation of limited resources in time. This paper proposes the modification of one of the most important combinatorial problems within this subarea: the Resource-Constrained Project Scheduling Problem (RCPSP). The proposal, to include energy management and resource-constrained objectives, introduces the so-called Variable-Energy-Work RCPSP (VEW-RCPSP). The objective is to reschedule activities in such a way that, without sacrificing accuracy in the search for the minimum execution time, a better allocation of energy resources is achieved. The proposed solution methodology is bi-phase and allows a sequential optimization of makespan and cost objectives by means of two mixed integer linear programming (MILP) models. The proposal was validated through the adaptation of the PSPLIB library. The results show a significant ability of the model to reduce costs, with reductions on average between 4.5-6.8%. By dividing the instances into classifications based on the number of energy-demanding activities, it was confirmed that a higher number of energy-demanding activities increases the complexity of the problem. The data is available at <https://mega.nz/folder/NYIGISQB#K57ugAzeuASv3ILEISQqrQ>.

Keywords: RCPSP, energy consumption, tariffs, generator, bi-phase

Tabla de contenido

I.	PROJECT CHARTER.....	4
II.	DEFINIR.....	6
A.	Contexto del problema y justificación (¿por qué?)	6

B.	Planteamiento del problema.....	7
C.	Grupos de interés (¿Quiénes son los actores interesados?).....	8
D.	Requerimientos según los grupos de interés.....	9
III.	MEDIR.....	10
A.	Aplicabilidad de la problemática.....	10
B.	Casos de prueba.....	11
C.	Key Performance Indicator.....	14
IV.	ANALIZAR.....	14
A.	Análisis de Oportunidad.....	14
B.	Revisión de literatura.....	16
C.	Exploración de ideas y selección de alternativa.....	18
D.	Objetivos.....	19
E.	Plan de trabajo (PdT).....	19
V.	DISEÑAR.....	20
A.	Desarrollo del diseño de la solución.....	20
B.	Validación del diseño propuesto.....	25
VI.	VERIFICAR.....	27
A.	Medición de impactos y resultados.....	27
B.	Estandarización de la solución.....	32
C.	Conclusiones.....	35
D.	Recomendaciones.....	35
VII.	REFERENCIAS.....	36
VIII.	ANEXOS.....	38

Índice de Tablas

Tabla 1.	Requerimientos.....	9
Tabla 2.	Casos de prueba aplicados.....	10
Tabla 3.	KPI's.....	14
Tabla 4.	Comparación de resultados obtenidos.....	16
Tabla 5.	Matriz de diferenciación.....	16
Tabla 6.	Revisión de literatura.....	17
Tabla 7.	Plan de trabajo.....	19
Tabla 8.	Resultados de casos de la Ecuación (11).....	24
Tabla 9.	Comparación de resultados obtenidos.....	26
Tabla 10.	Muestra de resultados finales.....	28
Tabla 11.	Análisis de resultados agrupados.....	28
Tabla 12.	Análisis de resultados agrupados por clasificación de energía propuesta.....	29
Tabla 13.	Cálculo del impacto de emisiones de CO2 no equivalentes por escenarios.....	32
Tabla 14.	Anexos.....	39

Índice de Figuras

Fig. 1	Variación anual de la demanda de electricidad por regiones, 2022-2026 [8].....	6
Fig. 2	Ejemplo de RCPSP representado por un grafo [12].....	7
Fig. 3	Parámetros fijos para la generación de casos de instancias de la PSPLIB para el RCPSP [5].....	11
Fig. 4	Caso de prueba escenario inicial secciones iniciales.....	12
Fig. 5	Caso de prueba escenario inicial secciones finales.....	13
Fig. 6	Caso de prueba escenario adaptado secciones finales.....	13

Fig. 7 Diagrama de precedencias del caso de prueba seleccionado.....	15
Fig. 8 Programación de tareas de las soluciones propuestas	15
Fig. 9 Gráfico de Gantt de asignación de actividades para las soluciones propuestas.....	16
Fig. 10 Diagrama de precedencias de las actividades del caso de prueba j301_1_E.....	25
Fig. 11 Programación de actividades de la fase makespan y fCosto respectivamente.....	26
Fig. 12 Consumo energético por periodo obtenido minimizando el makespan.....	26
Fig. 13 Consumo energético por periodo obtenido minimizando el fCosto	27
Fig. 14 Uso de recurso de mano de obra para el proyecto.....	27
Fig. 15 Análisis de sensibilidad del costo de mano de obra	30
Fig. 16 Análisis de sensibilidad del costo de la energía	30
Fig. 17 Consumo de energía por escenarios para el j601_10	31

I. PROJECT CHARTER

Descripción (<i>Business case</i>)		Planteamiento del problema (<i>Problem statement</i>)		
<p>La comunidad científica e industrial ha abordado el problema de la programación de proyectos con recursos restringidos, enfocándose en reducir el tiempo total de ejecución (makespan) y los costos asociados. Investigaciones recientes destacan la importancia de combinar tiempo, costo y efectos ambientales, así como la integración energética desde diversas perspectivas. Las políticas gubernamentales promueven soluciones sostenibles, posicionando la gestión energética como un reto crucial para la toma de decisiones. La creciente demanda de energía, proyectada en un crecimiento anual del 3.4% entre 2024 y 2026, subraya la importancia de la eficiencia energética, especialmente en el sector industrial, que representó el 37% del consumo global en 2022. La gestión energética efectiva considera las tarifas horarias, permitiendo a las organizaciones optimizar el uso de energía según las fluctuaciones de costo. El problema de la programación de proyectos con recursos restringidos (RCPSP) es esencial en la optimización de la energía y se aplica a diversos sectores industriales. Este proyecto propone desarrollar una metodología que integre la gestión energética con la programación de tareas, equilibrando los objetivos gubernamentales y de sostenibilidad, para lograr soluciones eficientes con la mínima duración del proyecto.</p>		<p>El problema de programación de tareas con recursos restringidos (RCPSP) asigna recursos en el tiempo para ejecutar actividades de un proyecto, considerando precedencias y recursos limitados. Es relevante en campos como manufactura, industria, computación, construcción, medicina, biología, genética y física. El RCPSP busca determinar el orden y momento de las actividades, dividiendo el horizonte de planificación en intervalos de tiempo discretos, con recursos y duraciones también discretos. Las actividades deben respetar relaciones de precedencia y restricciones de recursos, los cuales se renuevan al finalizar una actividad. El RCPSP es NP-hard, lo que complica obtener soluciones óptimas, requiriendo heurísticas y metaheurísticas para buscar soluciones óptimas o casi óptimas, minimizando el tiempo total del proyecto o makespan. Modelos multiobjetivo pueden incluir costos y emisiones de gases de efecto invernadero. Este proyecto integra los objetivos de makespan y costos, considerando fluctuaciones de energía y tarifas, y costos de mano de obra. Se proponen adaptaciones como un generador de energía con tres estados y transiciones. La formulación incluye actividades ficticias para inicio y fin del proyecto, periodos de tiempo definidos, y recursos energéticos y de mano de obra. La variante propuesta, Variable-Energy-Work RCPSP (VEW-RCPSP), se destaca por integrar costos de energía y mano de obra, y tiempo.</p>		
Impacto de los actores (<i>Stakeholder's business needs</i>)		Restricciones	Especificaciones	Marco legal
<p>Los grupos de interés son cruciales para el desarrollo del proyecto, influyendo en su impacto y beneficios. En el sector industrial, el scheduling optimiza recursos y reduce el consumo de energía, beneficiando la construcción y manufactura al mejorar la eficiencia y cumplir regulaciones. En el sector financiero, el RCPSP respalda proyectos de gestión energética, creando inversiones sostenibles y reduciendo riesgos. Las comunidades locales se benefician con menores costos de energía y reducción de emisiones, mientras que el gobierno y las entidades reguladoras utilizan el RCPSP para cumplir normativas y promover prácticas energéticas eficientes.</p>		<p>Secuencias de las actividades (Precedencias). Variación en cada periodo de las tarifas de energía. Recursos limitados y distintos objetivos que tienen efectos opuestos en los costos. Gestión de los consumos energéticos y sus costos asociados. Leyes o estándares nacionales e internacionales. Se busca que los proyectos no tengan en cuenta sólo lo económico sino también lo social y ambiental.</p>	<p>Una secuenciación que siga las precedencias, que permitan aprovechar los recursos limitados de la mejor manera. Trabajo a través de escenarios con el fin de reducir costos y consumos. Los parámetros de los indicadores medioambientales y sociales deben estar restringidos a valores que estén bajo estas regulaciones.</p>	<p>ISO 45001 ISO 50001</p>
Indicadores de Desempeño (<i>KPI's</i>)				
Variable	Actualidad			Meta
<i>Makespan</i>	N/A			N/A
<i>Costo</i>	N/A			N/A
Objetivo general (<i>Goal statement</i>)				
<p>Diseñar un modelo matemático bi-fase para la solución del problema de programación de tareas con recursos restringidos enfocado a la gestión eficiente del consumo energético.</p>				
Objetivos específicos (<i>Project scope</i>)				
I.	<p>Identificar los principales modelos matemáticos exitosos que dan solución al problema de programación de tareas con recursos restringidos bajo una perspectiva de eficiencia energética, mediante una revisión de literatura en bases de datos científicas.</p>			
II.	<p>Desarrollar un modelo matemático bi-fase que integre la complejidad del problema de programación de tareas con la selección y el uso eficiente de la energía, para encontrar soluciones eficientes al problema abordado.</p>			

III. Validar computacionalmente el modelo propuesto mediante el uso de librerías de casos de prueba realistas encontradas en la literatura para evidenciar la robustez del diseño.

Plan de Trabajo (<i>Project Plan</i>)				Equipo de trabajo (<i>Team members</i>)	
Actividad	Fecha Inicio	Fecha Fin	Área IISE	Nombre	Rol
Ver Tabla 7.				Diego Alejandro Escobar	Estudiante
				Natalia Bobadilla Torres	Estudiante
				Michele Alejandra Roldán	Estudiante
				Daniel Morillo Torres	Director
				José Luis Ramírez	Co-director

II. DEFINIR

A. Contexto del problema y justificación (¿por qué?)

La comunidad científica e industrial en el mundo, además de buscar soluciones más eficientes y sólidas en la gestión de los recursos, ha abordado el problema de la programación de proyectos bajo recursos restringidos. Este problema cuenta con diferentes objetivos enfocados a la reducción del tiempo total de ejecución del proyecto (makespan) y los costos asociados [1]. En la actualidad, investigaciones destacadas demuestran la importancia de la combinación de tiempo, costo y efectos ambientales [2], [3], [4], como también la integración energética desde diferentes perspectivas [5], [6], [7]. Históricamente, los intereses gubernamentales sobre la regulación ambiental han incrementado y las políticas de cumplimiento sobre la actuación de las organizaciones promueven la adopción de soluciones sostenibles dirigidas a proyectos. En consecuencia, la gestión energética agregada a la programación de proyectos se posiciona como un reto crucial para la toma de decisiones conscientes sobre las necesidades actuales.

La energía se reconoce como un recurso esencial para la sociedad moderna y su funcionamiento. El reto de los próximos 30 años será abastecer una demanda creciente de energía. En la Fig. 1 [8] se evidencia la evolución de la demanda de electricidad por regiones entregado en el reporte de Electricidad 2024 por la Agencia Internacional de Energía (IEA). De igual forma, se concibe un crecimiento moderado de la demanda mundial de energía del 2,2% impulsado principalmente por las economías emergentes, y se proyecta en 2024 – 2026 un crecimiento promedio anual del 3,4%. En el caso de Colombia, se espera que a partir de 2022 a 2036, la demanda de energía eléctrica podría tener un crecimiento promedio anual entre el 2,22% y el 3,33% [9]. Del mismo modo, es importante destacar que el sector industrial desempeña un papel fundamental en el consumo global de energía representando el 37% (166 EJ) en 2022, según datos de la IEA [10]. Esta cifra subraya la responsabilidad significativa de la industria en el consumo energético mundial, dado el carácter intensivo en energía de sus procesos productivos. La fabricación de productos y el procesamiento de materiales a menudo requieren niveles importantes de energía, impulsados por tecnologías de alto consumo energético, como hornos, calderas y equipos de refrigeración. El aumento de los costos energéticos, especialmente en sistemas de fabricación, motiva a los investigadores a prestar más atención sobre la gestión de la energía de diferentes maneras [6] y será objeto clave para la satisfacción de esta creciente demanda y el uso eficiente de los recursos.

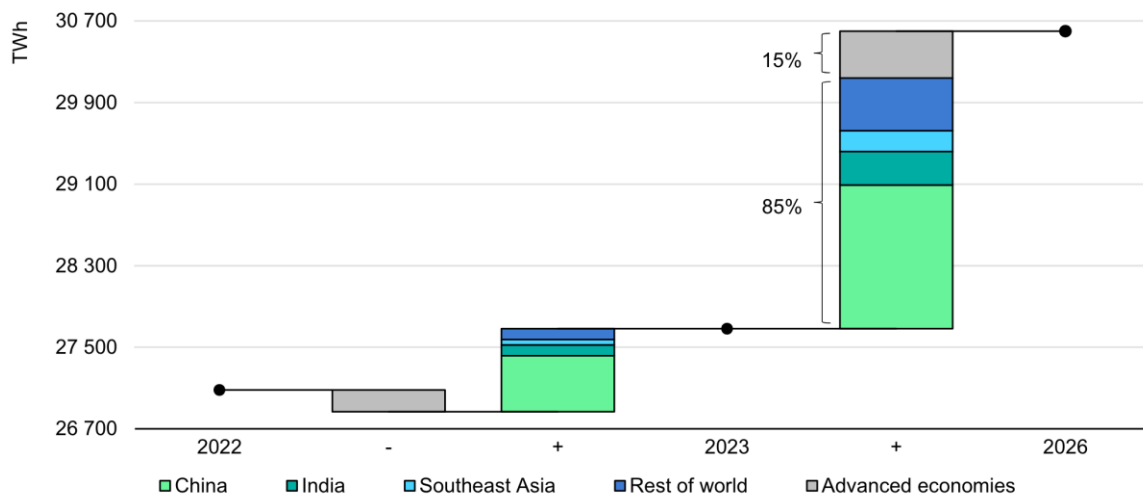


Fig. 1 Variación anual de la demanda de electricidad por regiones, 2022-2026 [8]

Dentro de la gestión de energía, es fundamental considerar las tarifas horarias, debido a que esto permite aprovechar las fluctuaciones en el costo de la energía a lo largo del día. Estas tarifas suelen variar en función de la demanda y la disponibilidad de energía en diferentes momentos del día. Al considerar estos costos, las organizaciones pueden tomar decisiones informadas sobre el momento en que realizan ciertas actividades que requieren un alto consumo energético o bien reprogramar todas las actividades de forma que se aproveche mejor los diferentes usos del recurso de energía, a la vez que consideran otras características y recursos que no la involucren. La industria es un sector atractivo para la aplicación de soluciones sostenibles y eficientes en el uso de la energía mediante la programación de proyectos. Dentro del área de optimización e investigación de operaciones, emerge uno de los problemas base combinatorios más relevantes sobre la programación de tareas también conocido como “scheduling”, el denominado Resource-Constrained Project Scheduling Problem (RCPSp). Este modelo consiste en determinar el orden y el momento en que se deben realizar un conjunto de actividades que conforman un proyecto, teniendo en

cuanta dos restricciones: la primera hace referencia a las relaciones de precedencia entre actividades; y la segunda corresponde a no superar el uso de recursos limitados. Sus objetivos pueden variar dependiendo el contexto, por ejemplo, pueden estar relacionados con el tiempo, el uso de recursos, el coste del proyecto u otras medidas de rendimiento [11]. La caracterización principal de estos modelos radica en el uso de recursos limitados o restringidos y, en consecuencia, su aplicabilidad se extiende a diversos sectores industriales como la manufactura y la construcción; de igual forma se incluye el sector energético, el sector salud, la logística, entre otros. La variabilidad de contextos y sectores en los que se pueden presentar estos problemas permite visualizar el aporte potencial que implicarían la optimización integral de los objetivos energéticos, la reducción de tiempos y los costos asociados. Bajo el contexto de equilibrar los objetivos gubernamentales y de sostenibilidad junto a la gestión responsable de los recursos, se tiene como propósito de este proyecto integrar estos componentes realistas sobre la gestión energética con la programación de tareas. El presente proyecto tiene como finalidad el desarrollo de una metodología de solución que permita considerar la gestión energética y soluciones eficientes con la mínima duración.

B. Planteamiento del problema

Los problemas de programación de tareas se pueden entender de manera general como la asignación de recursos en el tiempo para ejecutar un conjunto de actividades que forman parte de un proyecto. Estos modelos son útiles para cualquier proyecto que involucre la realización de actividades para alcanzar un objetivo específico [12]. Su aplicabilidad es especialmente relevante en áreas como la manufactura, la industria, la computación y la construcción, aunque también pueden aplicarse en campos tan diversos como la medicina, la biología, la genética y la física, entre otros. En este proyecto, se implementa el Problema de Programación de Tareas con Recursos Restringidos o Resource-Constrained Project Scheduling Problem (RCPSP). El objetivo del RCPSP consiste en determinar el orden y el momento en que se deben realizar el conjunto de actividades de un proyecto, considerado dos condiciones: precedencias y recursos limitados. Los elementos característicos del modelo incluyen: recursos, actividades, precedencias, objetivos y asignaciones de las actividades (distinguido en la literatura como “schedule”) [11]. Su naturaleza es discreta, lo que implica que el horizonte de planificación se divide en intervalos de tiempo discretos. Tanto la duración de las actividades como los recursos disponibles también se caracterizan por ser discretos, véase Fig. 2. En este grafo propuesto como ejemplo, es posible notar las dos principales restricciones a las que están sujetas las actividades: la primera, poseen relaciones de precedencia que consisten en que cada actividad no puede ser iniciada antes que todas sus actividades predecesoras hayan terminado; la segunda, las restricciones de recursos que consideran que para la realización de cada actividad se requiere de una cantidad de recurso que es limitado, como la mano de obra, dinero, máquinas, materiales, entre otros. Se supone que los recursos usados deben ser renovables, es decir, al terminar una actividad retorna la cantidad de recursos usados para tenerlos nuevamente disponibles [13].

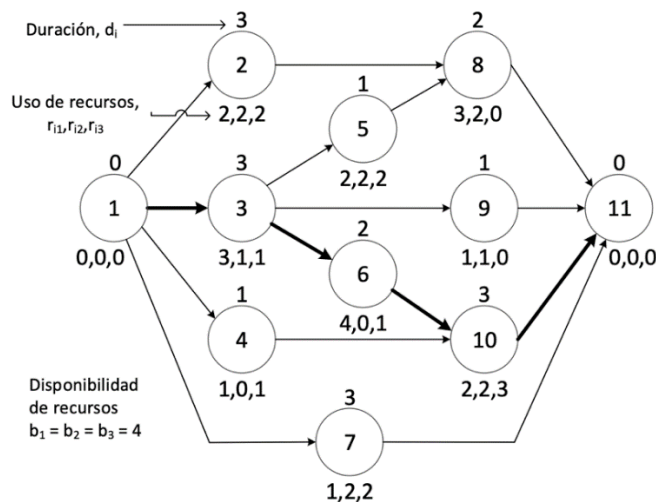


Fig. 2 Ejemplo de RCPSP representado por un grafo [12]

El RCPSP es un problema de tipo NP-hard, lo que significa que, por su complejidad, la obtención de soluciones óptimas es un gran reto y el tiempo de cómputo crece de manera no polinomial con el número de actividades [14]. El uso de la investigación operativa en los problemas de programación de proyectos implica encontrar una solución óptima o, más precisamente, una mejor solución, dado que puede existir un conjunto de soluciones que se consideren mejores en comparación con otras. Para ello, se han utilizado heurísticas y metaheurísticas eficientes para buscar soluciones óptimas o casi óptimas [3], [15]. La solución clásica del RCPSP está dada por los tiempos de inicio de cada una de las actividades de forma que se minimice el tiempo total de finalización del proyecto o *makespan*. En la literatura, se presentan modelos multiobjetivo que integran objetivos desde los costos totales de

un proyecto hasta las emisiones de gases de efecto invernadero (GEI) asociadas [3], [7], [16]. De acuerdo con el contexto energético actual y las necesidades de gestión de la energía, se plantea para el modelo propuesto la integración de los dos objetivos: *makespan* y *costos*. Los costos integran la energía y la mano de obra. Durante el día, la energía suele tener fluctuaciones y las tarifas de energía varían, así como también los costos de mano de obra. Esta variabilidad representa una oportunidad para que el modelo realice la búsqueda de la mejor programación de las actividades bajo el menor tiempo y costos posibles.

En relación con la propuesta, las variables de decisión para el modelo se basan en la formulación On/Off siendo variables de tipo binarias [17] y evalúan la conveniencia de programar una actividad i en el momento t . A partir de esta formulación del RCPSP, se realizan adaptaciones y supuestos para integrar un posible escenario energético de un proyecto. La primera adaptación supone la existencia de una fuente denominada *generador* que se encarga de suministrar la energía eléctrica necesaria para la realización las actividades de un proyecto que requieran electricidad. La segunda adaptación incluye los tres posibles estados del *generador* y sus transiciones. Los estados del generador son: estado de procesamiento, estado de apagado y estado de reposo (se encuentra encendido sin ningún tipo procesamiento de actividad activo). Los dos procesos de transición entre estados del generador que implican diferentes patrones de consumo de energía a considerar son: transición de encendido y transición de apagado. Siguiendo la estructura del modelo clásico del RCPSP, se define el conjunto I para las actividades o jobs y el conjunto PRE de precedencias entre actividades. Existen dos actividades ficticias que no consumen recursos ni tienen duración y que marcan el inicio y el final del proyecto. Los periodos de tiempo se definen como el conjunto T y se tiene como un parámetro máximo de periodos definido como T_{MAX} . Sin pérdida de generalidad, se distinguen 4 tipos de recursos contenidos en el conjunto K . La energía es el primer recurso R_1 y la mano de obra es el segundo recurso definido como R_2 . Los recursos R_3 y R_4 no se especifican, sin embargo, estos recursos generan una mayor complejidad en la toma de decisiones para la programación de las actividades debido a que, se restringe un valor máximo de cada recurso por periodo.

Esta variante propuesta se le denomina la Variable-Energy-Work RCPSP (VEW-RCPSP). Su nombre se debe a que integra los objetivos de costos de energía y mano de obra, como también de tiempo. Este problema se destaca dentro de la literatura porque integra las tarifas horarias de energía, y presenta el supuesto de *generador* de energía y sus posibles estados y transiciones.

C. Grupos de interés (¿Quiénes son los actores interesados?)

Los grupos de interés son un elemento esencial para el desarrollo del proyecto, pues estos determinan el impacto y beneficio que otorga la propuesta planteada. De esta forma, se identifican como principales sectores y agentes los siguientes:

Sector industrial:

Uno de los mayores desafíos en el sector industrial es la asignación eficiente de recursos limitados. De igual forma, este sector industrial demuestra ser responsable de un alto consumo de energía eléctrica en el mundo debido a la naturaleza en sus procesos y maquinaria. Para ello, el scheduling aborda este desafío al garantizar que los recursos estén disponibles cuándo y dónde se necesiten. Esto evita la subutilización de activos valiosos y reduce el consumo de tiempo y materiales. Algunas partes que se ven beneficiadas con el uso del scheduling para la optimización de energía son:

- **Construcción:** La disponibilidad y programación de recursos como trabajadores, materiales y equipos están directamente relacionadas con la eficiencia energética en la construcción [3]. Un uso eficiente de estos recursos puede contribuir significativamente a la optimización de energía. Además, muchos países y regiones tienen regulaciones estrictas sobre la eficiencia energética en la construcción. Cumplir con estas normativas puede ser un requisito legal, y el uso del RCPSP puede ayudar a planificar y ejecutar proyectos de construcción que cumplan con estas regulaciones.
- **Fabricación y manufactura:** La industria es uno de los sectores que más consume energía a nivel global. Procesos como la producción y transformación de materias primas requieren grandes cantidades de energía, y la optimización en este ámbito puede llevar a ahorros significativos. Las empresas de fabricación se pueden ver altamente interesadas en la optimización de energía, pues esto puede conducir a una disminución de los costos de producción y operación [18].

Sector financiero:

Al emplear el RCPSP en la parte energética, las instituciones financieras pueden identificar y respaldar proyectos que promuevan la gestión energética. Esto se traduce en una cartera de inversiones más resiliente y alineada con las tendencias globales hacia una economía más sostenible. Además, al financiar proyectos que incorporan tecnologías y prácticas de optimización energética, el sector financiero contribuye a la reducción de riesgos asociados con fluctuaciones en los precios de la energía y a la mitigación de impactos ambientales negativos.

Comunidades locales y sociedad civil:

El uso del RCPSP en la optimización de energía afecta positivamente a las comunidades de diferentes maneras, por ejemplo:

- Ahorro en costos de energía: Los hogares optimizados en términos de energía tienden a consumir menos electricidad, lo que se traduce en facturas de servicios públicos más bajas. Estos ahorros pueden llegar a ser sustanciales a lo largo del tiempo.
- Reducción de emisiones de gases de efecto invernadero: Al consumir menos energía proveniente de fuentes no renovables, los hogares optimizados contribuyen a la reducción de las emisiones de gases de efecto invernadero, lo cual ayuda a combatir el cambio climático.

Gobierno y entidades reguladoras:

Utilizar el RCPSP permite el cumplimiento de regulaciones y políticas (por parte de la industria) más precisas y efectivas para promover prácticas energéticas eficientes, fortaleciendo la seguridad energética y fomentando la innovación en tecnologías sostenibles.

Estos son algunos ejemplos de grupos de interés del presente proyecto. Cabe resaltar que su aplicabilidad cuenta con la gran ventaja de ser empleado sin ningún tipo de discriminación a sectores, debido a que las principales caracterizaciones para los posibles interesados radica en que deben contar con precedencia en sus actividades y sus recursos deben ser restringidos o limitados.

D. Requerimientos según los grupos de interés

Tabla 1. Requerimientos

Grupos de Interés	Requisitos del grupo de interés	Restricciones de Diseño	Especificaciones de Diseño	Leyes, normas y estándares
Sector Industrial	El cumplimiento de regulaciones y normativas relacionadas con el uso de energía y sostenibilidad. Seguridad de trabajadores.	Secuencias de las actividades (Precedencias). Recursos limitados. Variación en cada periodo de las tarifas de energía.	Una secuenciación que siga las precedencias, que permitan aprovechar los recursos limitados de la mejor manera.	ISO 45001
Sector Financiero	Reducción de costos y de riesgos.	Recursos limitados y distintos objetivos que tienen efectos opuestos en los costos.	Trabajo a través de escenarios con el fin de reducir costos y consumos.	N/A
Comunidades locales y sociedad civil	Reducción de costos y consecuencias ambientales.	Gestión de los consumos energéticos y sus costos asociados.	Trabajo a través de escenarios con el fin de reducir costos y consumos.	N/A
Gobierno y entidades reguladoras	Tener en cuenta factores sociales y medioambientales que estén dentro de las leyes y regulaciones.	Leyes o estándares nacionales e internacionales. Se busca que los proyectos no tengan en cuenta sólo lo económico sino también lo social y ambiental.	Los parámetros de los indicadores medioambientales y sociales deben estar restringidos a valores que estén bajo estas regulaciones.	ISO 50001

III. MEDIR

A. Aplicabilidad de la problemática

Con el fin de exponer la aplicabilidad y relevancia de la toma de decisiones en la programación de proyectos en la diversidad de enfoques, a continuación, se muestra un listado de casos de estudios que han implementado modelos relacionados con la programación de actividades. Los estudios mencionados en la Tabla 2 cuentan con aplicaciones en casos de estudio reales.

Tabla 2. Casos de prueba aplicados

Autores, año	DOI	Casos de prueba	Resultados
Mirnezami S., Moghaddam R., Shahabi-Shahmiri R., Ghasemi M. (2023) [19]	https://doi.org/10.1016/j.engappai.2023.106726	La empresa constructora Khakrishah establecida en 1997, aplicó el MRCPSP en un proyecto de construcción de un polideportivo en Teherán. El proyecto incluye 26 actividades y 2 modos.	Reducción de costos totales en un 32,7%. Reducción de riesgo del proyecto en un 21%. Aumentó en 5 días la duración del proyecto.
Hussain A.,Hussain I. (2023) [3]	https://doi.org/10.1016/j.spc.2023.05.019	Considera simultáneamente el tiempo del proyecto, las emisiones de gases de efecto invernadero y los objetivos de nivelación de recursos. Verificado en dos casos. Caso I: Adaptación del Hartmann. Manejan 6 actividades, 2 modos. Renewable resource (labor) and Non-renewable resource (cement, 50 kg bag). Caso II: Proyecto mediano construcción de presas de conservación de aguas pluviales para riego y consumo humano.	En las soluciones del frente de Pareto obtenidas para el caso práctico real, el rango de tiempo, emisiones de gases de efecto invernadero y desviación de recursos ha sido de 594-835 (días), 19.870.953,1 - 20.938.469,6 (kgCO ₂ -e) y 67.204,93 - 141.915,55 respectivamente.
Kang H., Jung S., Kim H., Hong J. Jeoung J., Hong T. (2023) [20]	https://doi.org/10.1016/j.rser.2023.113655	Modelo de optimización-multi objetivo mediante el Battery Energy Storage System (BESS) propone la creación de comunidades energéticas. Se presentan dos tipos de escenarios para la propiedad de las baterías: individual-owned BESS (IOB) and community-shared BESS (CSB). El caso aplicado se efectúa en tres edificios de tipo residencial (2) y de educación.	La autosuficiencia máxima del CSB fue un 12,4% superior a la del IOB, mientras que la carga máxima del CSB fue un 0,07% inferior a la del IOB. A medida que aumentaba el tamaño del BESS, aumentaba su coste total y disminuían los beneficios totales de la electricidad. El beneficio económico aumentó en torno a un 38% cuando se utilizó CSB en comparación con IOB.
Moradi M., Hafezalkotob A., Ghezavati V. (2019) [21]	https://doi.org/10.1016/j.cie.2019.04.046	Se aplicó el RCPSP en el proyecto Kosar, el cual fue un proyecto de construcción en Irán que continúa diversos subcontratistas. Se crearon todos los posibles conjuntos con 3 contratistas, y se determinó de qué modo aumentaban las ganancias.	Al utilizar el modo colaborativo, se aumentó en un 10.5% las ganancias comparado con el método individual.
Zhang X, Ma S., Chen S. (2020) [22]	https://doi.org/10.1016/j.aei.2020.101039	Un hospital general en Singapore aplicó el RCPSP para programar la secuencia de los módulos en que será atendido un paciente. Esto dependiendo de las preferencias del paciente. Se consideraron también dos escenarios teniendo en cuenta la satisfacción del cliente en un 80% o 90%. Para el caso de estudio, se utilizó a 14 pacientes de un turno en la mañana de un doctor en particular en una clínica de cardiología. Algunos de ellos, tenían también programadas citas para otros días con	De los 14 pacientes, para 13 de ellos se disminuyó el tiempo de ejecución total del proyecto. En promedio, la reducción del makespan por paciente es de 39.75% con una satisfacción del 80%, y de 28.66% con una satisfacción del 90%. Además, los pacientes que tenían dos citas en distintos días, se programó en uno solo.

		diferentes oculistas en la clínica oftalmológica. Todo esto se tomó de los registros médicos electrónicos de los pacientes.	
Nesbitt P., R. Blake L., Lamas P., Goycoolea M., K. Pagnoncelli B., Newman A., Brickey A. (2021) [23]	https://doi.org/10.1016/j.ejor.2021.01.011	Mina subterránea a gran escala situada en Estados Unidos, con una producción anual de aproximadamente 1,8 millones de toneladas de material (mineral y residuos) y 370.000 onzas troy de oro. Para esto se trabajaron con cinco escenarios, los cuales variaban los parámetros, en algunos de manera determinista, y en otros de manera estocástica.	Reducción en el makespan en 18,3%, con un valor presente neto de \$403,5M con un porcentaje de optimalidad de 56% para 4764 actividades distintas.

Además de los ejemplos previamente mencionados, los modelos de RCPSP encuentran aplicabilidad en diversos contextos industriales y de gestión de proyectos. Por ejemplo, en la planificación de la producción en fábricas, es fundamental coordinar múltiples tareas y gestionar recursos limitados para maximizar la eficiencia operativa. En la gestión de proyectos de construcción, los modelos RCPSP ayudan a secuenciar actividades de manera óptima, considerando las restricciones de recursos compartidos y los plazos de entrega. También son utilizados en la programación de operaciones en plantas químicas y farmacéuticas, donde las tareas deben cumplir con estrictas restricciones temporales y de recursos específicos.

Otro ámbito de aplicación es la organización de eventos a gran escala, como conferencias o festivales, donde la asignación eficiente de recursos humanos y materiales es crucial para el éxito del evento. Además, los modelos de RCPSP son útiles en la optimización de cadenas de suministro, permitiendo una mejor gestión de inventarios y tiempos de entrega. En la planificación de mantenimiento, especialmente en industrias con equipos complejos, estos modelos ayudan a programar intervenciones de manera que minimicen interrupciones en la producción. Asimismo, en empresas de servicios, los modelos RCPSP son empleados para la programación eficiente de equipos de trabajo, asegurando que los recursos disponibles se utilicen de la manera más efectiva posible. Estos ejemplos demuestran la versatilidad y relevancia de los modelos de RCPSP en la mejora de la eficiencia y efectividad en la gestión de recursos y tiempos en diversos sectores.

La versatilidad de los modelos, contextos y objetivos manifiestan la extensa aplicabilidad que puede tener la programación de tareas. Teniendo en cuenta las necesidades de gestión energética actuales en respuesta a la creciente demanda de energía en el mundo [8], se pretende aportar con la construcción del modelo adaptado VEW-RCPSP que incluye la combinación de los objetivos tradicionales y el uso de las tarifas horarias de energía, el costo de la mano de obra y los posibles estados del generador eléctrico y sus transiciones. Con esta combinación se busca otorgar una aproximación realista a la programación de proyectos desde una perspectiva energética y novedosa para la literatura, y expresa ser el principal aporte del presente proyecto.

B. Casos de prueba

Para la validación del modelo propuesto, es necesario contar con casos de prueba que contengan la diversidad de recursos y actividades que pueden tener asociados los diferentes proyectos. En la literatura referente al RCPSP, se encuentra la librería propuesta por Kolisch y Sprecher (1996) denominada PSPLIB. Esta consiste en una librería de casos de prueba de tipo general para los problemas de secuenciación para el RCPSP unimodal y multi-modal [24]. El diseño propuesto será puesto a prueba frente a la diversidad de combinaciones de datos que podrían simular proyectos reales ofrecidos por la librería PSPLIB con el fin de probar su robustez, desempeño y aplicabilidad. A continuación, se describe brevemente los componentes y parámetros usados por Kolisch y Sprecher para generar los casos de prueba.

El primer conjunto de parámetros que ofrece la PSPLIB se denomina fijo. Durante la generación de la totalidad de conjuntos de casos de prueba se caracterizan por permanecer estáticos. A continuación, se presentan los parámetros fijos encontrados en la librería PSPLIB:

	Tareas	Modos de realización	Duración	Tipos de recursos	Sucesores	Predecesores
Mínimo	j	1	1	4	1	1
Máximo	j	1	10	4	3	3

Fig. 3 Parámetros fijos para la generación de casos de instancias de la PSPLIB para el RCPSP [5]

El segundo conjunto de parámetros se denomina variable y se caracteriza por cambiar en cada problema generado. A partir de ellos, se define la complejidad del problema y los índices de complejidad de la red (NC), factor de recursos (RF), e intensidad de recursos (RS). Asimismo, se describen los elementos variables brindados por los casos de prueba:

- Número de actividades J .
- Número de recursos utilizados por cada actividad R_i .
- Disponibilidad máxima de cada recurso B_R .
- Número de sucesores de la actividad ficticia de inicio.
- Número de sucesores y predecesores de las actividades ficticias.
- Duración de las actividades d_j .

La librería cuenta con cuatro diferentes conjuntos de datos y se distinguen por la cantidad de actividades asociadas: j30, j60, j90 y j120. Un ejemplo concreto corresponde al conjunto j30 el cual cuenta con 30 actividades y tiene un total de 48 combinaciones de parámetros, de los cuales, se desglosan 10 casos de prueba para un acumulado de 480 [12].

Adaptación propia del proyecto de la PSPLIB para el VEW-RCPSP

Para este trabajo se realiza una adaptación de la librería PSPLIB para el RCPSP y se integran los componentes necesarios para la gestión energética: transformación de los consumos de energía e inclusión de las tarifas de energía y mano de obra. Estos componentes serán detallados posteriormente. Se ejemplifica la adaptación propuesta en el “j301_1” mediante dos escenarios: inicial y adaptado “_E”. El escenario inicial presenta el caso de prueba sin ninguna modificación y en su forma original ubicada en la PSPLIB. Para la comprensión de la estructura de los casos de prueba, se propone percibir en 6 secciones diferentes tomando como referencia el “j301_1”. En la Fig. 4, se evidencian las 4 primeras secciones: información general, elementos del proyecto, información del proyecto y relaciones de precedencias respectivamente.

```

*****
file with basedata      : j30_17.bas
initial value random generator: 28123
*****
projects      : 1
jobs (incl. supersource/sink) : 32
horizon      : 158
RESOURCES
- renewable      : 4 R
- nonrenewable  : 0 N
- doubly constrained : 0 D
*****
PROJECT INFORMATION:
prnfr. #jobs rel.date duedate tardcost MPM-Time
1 30 0 38 26 38
*****
PRECEDENCE RELATIONS:
jobnr. #modes #successors successors
1 1 3 2 3 4
2 1 3 6 11 15
3 1 3 7 8 13
4 1 3 5 9 10
5 1 1 20
6 1 1 30
7 1 1 27
8 1 3 12 19 27
9 1 1 14
10 1 2 16 25
11 1 2 20 26
12 1 1 14
13 1 2 17 18
14 1 1 17
15 1 1 25 22
16 1 2 21 22
17 1 1 22
18 1 2 20 22
19 1 2 24 29
20 1 2 23 25
21 1 1 28
22 1 1 23
23 1 1 24
24 1 1 30
25 1 1 30
26 1 1 31
27 1 1 28
28 1 1 31
29 1 1 32
30 1 1 32
31 1 1 32
32 1 0
*****

```

Fig. 4 Caso de prueba escenario inicial secciones iniciales

En la Fig. 5, se ubican las dos últimas secciones que corresponden a los requerimientos/duraciones seguidos por la disponibilidad de recursos.

```

*****
REQUESTS/DURATIONS:
jobnr. mode duration R 1 R 2 R 3 R 4
-----
1 1 0 0 0 0 0
2 1 8 4 0 0 0
3 1 4 10 0 0 0
4 1 6 0 0 0 3
5 1 3 3 0 0 0
6 1 8 0 0 0 8
7 1 5 4 0 0 0
8 1 9 0 1 0 0
9 1 2 6 0 0 0
10 1 7 0 0 0 1
11 1 9 0 5 0 0
12 1 2 0 7 0 0
13 1 6 4 0 0 0
14 1 3 0 8 0 0
15 1 9 3 0 0 0
16 1 10 0 0 0 5
17 1 6 0 0 0 8
18 1 5 0 0 0 7
19 1 3 0 1 0 0
20 1 7 0 10 0 0
21 1 2 0 0 0 6
22 1 7 2 0 0 0
23 1 2 3 0 0 0
24 1 3 0 9 0 0
25 1 3 4 0 0 0
26 1 7 0 0 4 0
27 1 8 0 0 0 7
28 1 3 0 8 0 0
29 1 7 0 7 0 0
30 1 2 0 7 0 0
31 1 2 0 0 2 0
32 1 0 0 0 0 0
*****
RESOURCE AVAILABILITIES:
R 1 R 2 R 3 R 4
12 13 4 12
*****

```

Fig. 5 Caso de prueba escenario inicial secciones finales

Para la adaptación de los casos de prueba se realiza la selección y transformación del contenido que es relevante para este proyecto y se nombra la nueva designación “j301_1_E” relativo a “E” de *Energía*. Las primeras secciones de la adaptación parten de la cantidad de *jobs* como primer elemento ubicado en el caso de prueba adaptado, inmediatamente le siguen las relaciones de precedencia entre las actividades manteniéndose sin modificaciones.

En seguida, se sitúan los requerimientos/duraciones con un cambio apreciable en el recurso R_1 . Este primer recurso se define como el consumo energético y de acuerdo con la necesidad de transformar los valores en un contexto real de posibles consumos energéticos asociados a la maquinaria, se realiza un proceso de recolección de datos sobre consumos de energía en diferentes máquinas de forma general. A partir de este resultado, se encontró que el consumo energético se encontraba en una escala de 0 a 15 en unidades de energía kilowatt (kW). Ya que en los casos de prueba los recursos se encuentran entre 0 – 10, en la función objetivo, se ajustará con un factor de 1.5 para garantizar la adaptación de los costos asociados al consumo de energía. Se especifica la mano de obra como R_2 . Nótese Fig. 6.

```

REQUESTS / DURATIONS:
jobnr mode duration R1 R2 R3 R4
-----
1 1 0 0 0 0 0
2 1 8 4 0 0 0
3 1 4 10 0 0 0
4 1 6 0 0 0 3
5 1 3 3 0 0 0
6 1 8 0 0 0 8
7 1 5 4 0 0 0
8 1 9 0 1 0 0
9 1 2 6 0 0 0
10 1 7 0 0 0 1
11 1 9 0 5 0 0
12 1 2 0 7 0 0
13 1 6 4 0 0 0
14 1 3 0 8 0 0
15 1 9 3 0 0 0
16 1 10 0 0 0 5
17 1 6 0 0 0 8
18 1 5 0 0 0 7
19 1 3 0 1 0 0
20 1 7 0 10 0 0
21 1 2 0 0 0 6
22 1 7 2 0 0 0
23 1 2 3 0 0 0
24 1 3 0 9 0 0
25 1 3 4 0 0 0
26 1 7 0 0 4 0
27 1 8 0 0 0 7
28 1 3 0 8 0 0
29 1 7 0 7 0 0
30 1 2 0 7 0 0
31 1 2 0 0 2 0
32 1 0 0 0 0 0
*****
TARIFFS:
ENERGY TARIFFS
TYPE COST INTERVALS
Minimal 791.81 0 - 4 23 - 24
Medium 839.89 4 - 9 12 - 18 21 - 23
Maximal 849.28 9 - 12 18 - 21
LABOR COST
SHIFT COST INTERVALS
Day 5531 6 - 21
Night 7466 21 - 24 0 - 6
*****
RESOURCE AVAILABILITIES:
R 1 R 2 R 3 R 4
12 13 4 12
*****

```

Fig. 6 Caso de prueba escenario adaptado secciones finales

Finalmente, se agrega una nueva sección que se denomina tarifas. En ella se integran dos tipos de tarifas: energía y mano de obra. En el caso de las tarifas de energía, en inglés *energy tariffs*, se especifican tres tarifas: Mínima, Media y Máxima. Esta especificación se obtiene de los registros de costos unitarios ofrecidos por Celsia, una de las mayores empresas de energía en Colombia [25]. Cada tipo de tarifa viene acompañado de su respectivo costo, así como los intervalos de tiempo durante los cuales se aplican en un día. Para las tarifas de mano de obra, se especifican los costos asociados durante los turnos diurnos y nocturnos. Cada turno tiene un costo específico y se aplican durante intervalos de tiempo específicos. Por último, se sitúa la disponibilidad de recursos y se agrega una nueva sección de tarifas.

Para validar el modelo propuesto se proponen 3 conjuntos de agrupación para los casos de prueba de acuerdo con la cantidad de actividades que utilizan el R_1 en dicho proyecto. Así, las clasificaciones se imparten desde 0 a 10, 10 a 20 y de 20 a 30, donde n corresponde a la cantidad de actividades que utilizan el recurso de energía R_1 . Esta clasificación se aplica en el caso del conjunto de casos para la j30, sin embargo, funciona para los demás conjuntos j60, j90 y j120 en grupos con fracciones iguales. Esta clasificación propuesta es una oportunidad para notar el comportamiento del diseño propuesto bajo un criterio de agrupación energético y observar el comportamiento de las soluciones.

C. Key Performance Indicator

Se plantean dos indicadores para el modelo propuesto VEW-RCPS: *makespan* y costo total del proyecto. En la Tabla 3, se describe cada indicador.

Tabla 3. KPI's

Indicador	Objetivo	Descripción
<i>Makespan</i>	Minimizar el tiempo de ejecución total del proyecto.	Este indicador está sujeto a la obtención de los tiempos de inicio de cada actividad que logren disminuir el tiempo de ejecución del proyecto. Se define como <i>makespan</i> .
<i>fCosto</i>	Minimizar el costo total del proyecto.	Este indicador, como indica el nombre, calcula el costo total del proyecto. Para esto, involucra la variedad de recursos que son necesarios para el desarrollo del proyecto, a los cuales se les suele asociar costos. Se define <i>fCosto</i> .

IV. ANALIZAR

A. Análisis de Oportunidad

Dada la complejidad de las decisiones por la multiplicidad de soluciones por su naturaleza NP-hard, se plantea en esta sección un ejemplo de caso de prueba de la PSPLIB para demostrar el problema de decisión en un modelo de pequeña escala. El caso de estudio seleccionado corresponde al “j3011_10” y describe un proyecto que cuenta con 30 actividades, de las cuales 22 usan recursos R_1 que corresponden a la energía eléctrica en kW para cualquier periodo T . Adicionalmente, se tienen 2 actividades ficticias que indican el inicio y final del proyecto. Cada actividad cuenta con un consumo de energía R_1 , de mano de obra R_2 y los distintos recursos R_3 y R_4 . En la Fig. 7, se observa el diagrama de precedencias de las actividades pertenecientes al proyecto. Para este planteamiento no se tienen en cuenta los estados del generador ni sus posibles transiciones, debido a que se pretende demostrar que, a partir de un ejemplo más básico, la complejidad de la decisión puede escalar a medida que se agregan más restricciones. Se subraya que la solución presentada no corresponde a la solución óptima, sino que corresponde a una solución factible para representar la oportunidad de mejora que puede obtenerse a partir de la implementación del modelo matemático se facilita la búsqueda del resultado óptimo.

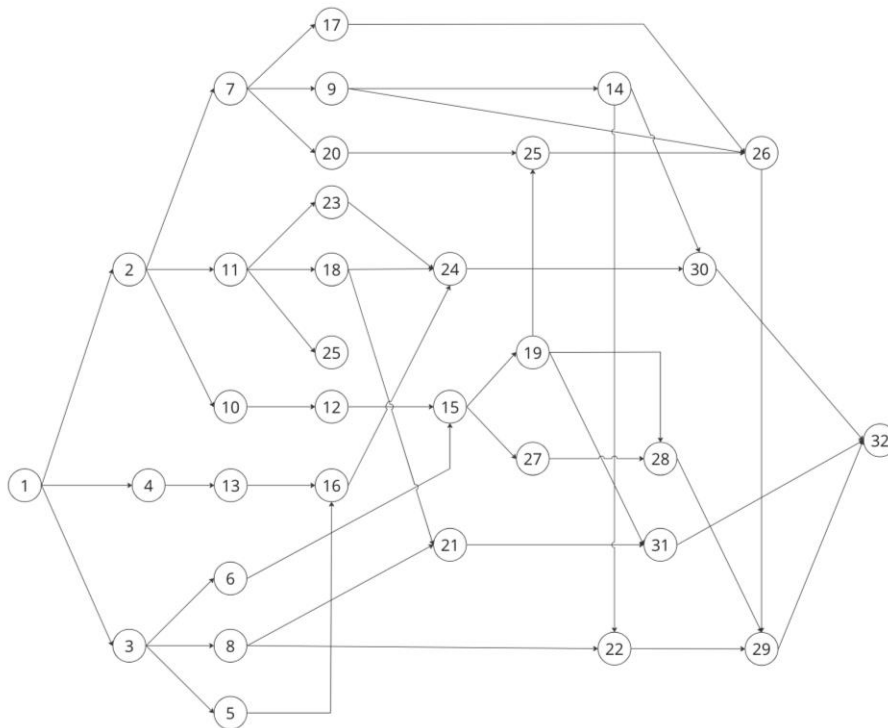


Fig. 7 Diagrama de precedencias del caso de prueba seleccionado

Para esta formulación, se presentan dos posibles soluciones aleatoriamente construidas pero factibles. A continuación, se muestra la programación de tareas para las soluciones, los diagramas de Gantt correspondientes y finalmente, se presentan los resultados obtenidos en términos de costos y duración del proyecto (el caso de prueba).

En la Fig. 8, se encuentran las dos secuencias de soluciones de las actividades. Como se observa, la secuencia no es la misma, pues existen diferentes cambios en el orden en que se programan las actividades, teniendo en cuenta sus respectivas precedencias. Es importante analizar el impacto en los indicadores que se genera el hacer un mínimo cambio en el proyecto presentando una secuencia de programación distinta. Como se observa tanto en la Fig. 9 como en la Tabla 4, se obtienen resultados distintos para los indicadores de *costos* y *makespan*. Mientras la solución 1 tiene un mayor costo total y se completa el proyecto más rápido, la solución 2 tiene una mayor duración con un menor costo. En este orden de ideas, la selección entre diferentes secuencias de actividades tiene impacto en los indicadores del proyecto, mostrando las penalizaciones que se pueden presentar.

Programación de tareas solución 1																															
j1	j2	j3	j4	j7	j10	j11	j8	j5	j13	j12	j6	j9	j17	j18	j21	j16	j15	j20	j23	j14	j19	j27	j25	j31	j24	j28	j22	j30	j26	j29	j32

Programación de tareas solución 2																															
j1	j2	j4	j10	j3	j11	j12	j6	j7	j8	j5	j15	j13	j9	j19	j23	j20	j16	j27	j18	j24	j14	j25	j17	j21	j22	j26	j28	j31	j30	j29	j32

Fig. 8 Programación de tareas de las soluciones propuestas

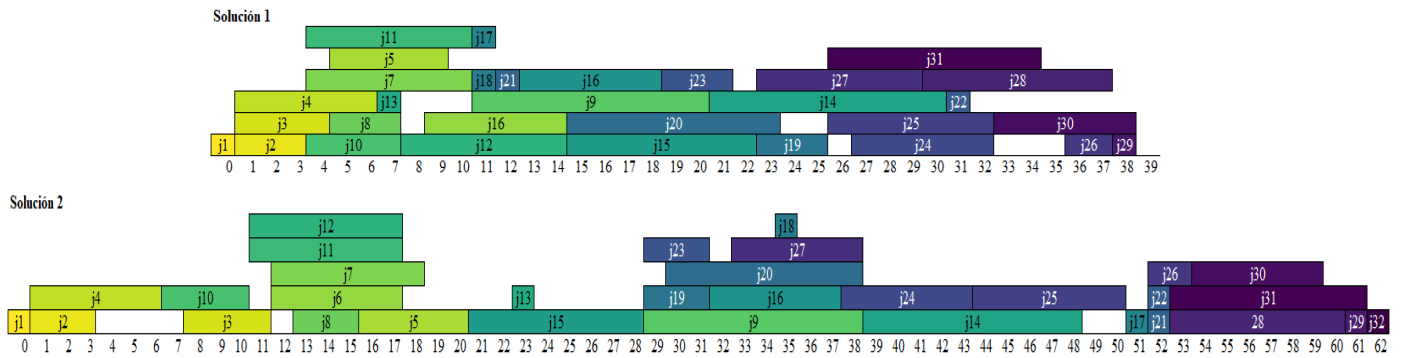


Fig. 9 Gráfico de Gantt de asignación de actividades para las soluciones propuestas

Tabla 4. Comparación de resultados obtenidos

Indicadores	Solución 1	Solución 2
Costo total del proyecto (<i>fCosto</i>)	\$4.606.370	\$4.189.650
Duración total del proyecto (<i>makespan</i>)	38	62

B. Revisión de literatura

A partir de la matriz de diferenciación presentada en la Tabla 5, se realiza la comparación entre las características propias del modelo propuesto VEW-RCPSP y la literatura existente en el campo de la programación de tareas. Cada fila representa un estudio relevante en la literatura, identificado por su fuente y especificaciones del problema abordado. El objetivo principal de la matriz consiste en destacar las diferencias que distinguen la novedad de este proyecto de diseño, en relación con la investigación previa. Los siete factores que se tuvieron en cuenta fueron los siguientes:

- **Scheduling:** Describe el tipo de problema de programación abordado.
- **OBJ (Objetivo):** El estudio cuenta con múltiples objetivos.
- **Energía:** El estudio considera el uso de energía y se especifica de qué manera se incorpora en el problema. TOU se refiere a Time of Usage. GPI a Green Project Indicator, BESS a Battery Energy Storage System y por último, SO refiere a Setup Operations.
- **SM (Single machine):** El estudio tiene un enfoque de una sola máquina.
- **EM (Estados de la máquina):** El estudio considera los diferentes estados de las máquinas y sus transiciones.
- **TAR (Tarifas horarias):** Se utilizan tarifas horarias, ya sean de energía o de mano de obra.
- **Método de solución:** Algoritmo o método utilizado para resolver el problema.

Tabla 5. Matriz de diferenciación

Fuente	Scheduling	OBJ	Energía	SM	EM	TAR	Método de solución
		Multi-objetivo					
[26]	RCPSP	✓	TOU	✓	✓	✓	NSGA-II
[7]	RCPSP	✓	GPI				MA
[27]	Shop floor		TOU	✓	✓	✓	GA
[20]	RL-based	✓	BESS				RL
[3]	MRCPS	✓	GHG				GWO
[18]	MRCPS		ELP				MSLS
[28]	RCPSP	✓	TOU		✓		INSGA-II
[19]	Multi project						MA
[16]	Batch	✓	TOU	✓		✓	Batch First Fit

[29]	Job-shop	✓	TOU				HIGA
[30]	RCPSP/ π RC		SO				MCA
[6]	Single-machine		TOU	✓	✓	✓	HA, GA
Este trabajo	VEW-RCPSP	✓	✓	✓	✓	✓	MILP Bi-fase

En la literatura existente, se encuentran estudios que trabajan algunas de las características mencionadas, como el RCPSP y el uso de tarifas horarias en el tiempo de uso (TOU) de la energía. Hasta el momento no se ha encontrado un estudio que integre todos los factores combinados en la matriz. Por este motivo, el modelo propuesto (Variable-Energy-Work) VEW-RCPSP puede generar novedad en la literatura porque integra la totalidad de factores.

Por otro lado, con el objetivo de distinguir las principales metodologías implementadas por la comunidad científica para dar solución a los problemas de programación de tareas y que han demostrado resultados sobresalientes, se realiza una revisión exhaustiva de la literatura y se resumen los principales hallazgos en la Tabla 6.

Tabla 6. Revisión de literatura

Autores, año, DOI	Problema	Método de solución
Lihua He, Yajun Zhang (2022) https://doi.org/10.1007/s12205-022-0095-4 [26]	TOU-RCPSP (time of use) donde se programan las actividades por cada hora a lo largo del día. Se tiene en cuenta el costo de las tarifas horarias tanto de energía como de turnos laborales de mano de obra. También se decide el estado de la máquina.	Para resolver este problema, mejoraron la metaheurística NSGA-II y para demostrar su efectividad mediante la comparación de los escenarios J30, J60 y J90, tanto con el NSGA-II convencional como con métodos analíticos. De esta forma, se obtienen mejores resultados en todos los escenarios para la mejora del makespan como la reducción de costos.
Faghih A., et al (2022) https://doi.org/10.22097/EEE.R.2022.311693.1227 [4]	Fuzzy green multi-objective multi-mode resource-constrained project scheduling problems (GFMMRCPSP). Multimodal que considera todos los parámetros como triangularmente aleatorios. Modelo multiobjetivo que maximiza el valor neto, minimiza polución y el makespan.	Se implementa un algoritmo heurístico de solución inicial para acortar el tiempo y mejorar la calidad de la solución conocido como IFSCA (Initial feasible solution calculation algorithm). En este trabajo se aplican tres métodos de solución distintos: el NSGA-II (algoritmo genético), MOPSO (algoritmo de enjambre) y NSICA (Non-dominated Sorting Imperialistic Competitive Algorithm). Como resultado se obtiene que, el NSGA-II es el algoritmo que más soluciones encuentra a comparación de los otros. Por otro lado, el NSICA encuentra soluciones óptimas en comparación, y finalmente la mayoría de las soluciones del MOPSO se encuentran cubiertas por ambos métodos.
Hussain A, Hussain I. (2023) https://doi.org/10.1016/j.rser.2023.113655 [3]	Modelo de optimización multimodal con enfoque en emisiones de GEI. Su objetivo central es la selección de modos para cada actividad, minimizar el makespan, minimizar la emisión de GEI y minimizar la fluctuación del uso de recursos renovables.	Se utiliza el MGWO (Memory-based Grey Wolf Optimizer) modificado para que pueda trabajar el MRCPSP integrando operadores genéticos y una búsqueda local heurística. Se comparan sus resultados con el NSGA-II, obteniendo que el MGWO se impone en casi todas las métricas de evaluación.
Fuad H, et al (2022) https://doi.org/10.1016/j.eswa.2021.116446 [7]	Modelo bi-objetivo que busca reducir el makespan y minimizar GPI (Green Project Indicator). Se hace una selección de suppliers para cada actividad y cada actividad cuenta con velocidades asociadas, las cuales deben ser elegidas.	Se propone un algoritmo genético MA (memetic algorithm) el cual, es comparado tanto con el NSGA-II como con el EP (Evolutionary programming). Como resultado se obtiene que el MA es superior a los otros métodos tanto en velocidad como en calidad de soluciones.

<p>Okubo H, et al (2015) https://doi.org/10.1016/j.cie.2015.02.006</p> <p>[30]</p>	<p>Modelo RCPSP/pRC uniobjetivo que minimiza makespan, teniendo en cuenta recursos parcialmente renovables puesto que, en la realidad, para distintos periodos no se tienen siempre la misma disponibilidad de recursos.</p>	<p>Es solucionado mediante un IP (Integer Programming) y un CP (Constraint Programming) mediante el análisis y la comparación de los resultados en ambos casos. Se obtiene que el IP no encuentra soluciones a problemas de gran escala. Al comparar los métodos en problemas de pequeña escala, el CP es más eficiente. Por último, se compara el CP con el método de búsqueda de tabú, obteniendo que el CP tiene en relación tres veces más cantidad de mejores soluciones que el método de búsqueda de tabú.</p>
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

En la literatura, se encuentran principalmente dos enfoques de solución: exactos y aproximados. Los métodos exactos engloban algoritmos que emplean técnicas analíticas o matemáticas para garantizar la convergencia hacia una solución óptima, siempre que exista. Estos métodos se diseñan considerando supuestos y características particulares, como la continuidad, diferenciabilidad, tamaño reducido del espacio de búsqueda o linealidad, entre otros [13]. Dentro de los métodos exactos pueden resaltarse los eficientes algoritmos basados en ramificación y acotamiento (Branch and Bound) y, la programación lineal entera mixta (MILP). En el caso de los métodos aproximados, son metodologías heurísticas o metaheurísticas que, si bien no garantizan la optimalidad, pueden dar muy buenas soluciones en tiempos razonables [15]. Dentro de este conjunto de métodos aproximados se destacan la búsqueda local, los algoritmos genéticos, los algoritmos híbridos y los heurísticos basados en reglas de prioridad. La mayor parte de los estudios se centran en el desarrollo de metaheurísticas, dada su flexibilidad y escalabilidad. Para un estudio más detallado, se remite al lector a los artículos [13], [15], [31], [32].

C. Exploración de ideas y selección de alternativa

La ventaja de los métodos exactos se centra en que, en el caso de existir la solución óptima, este método garantiza poder alcanzarla. No obstante, tienen una importante limitación para los problemas grandes o muy complejos porque se puede volver inviable debido a que el tiempo de cómputo necesario para resolverlos crece de forma exponencial con el tamaño del problema [13]. En el caso de los métodos aproximados, tienen como ventaja la obtención de buenas soluciones en un menor tiempo de computación, sin embargo, estos métodos no garantizan la optimalidad. Dentro del conjunto de métodos exactos, destacado por su capacidad para manejar decisiones combinatorias y de optimización, se encuentra la programación lineal entera mixta (MILP). Es conocido como una de las herramientas más útiles y poderosas de la investigación de operaciones [13]. Es una técnica flexible y robusta, de forma que ha permitido la formulación y resolución exitosa de gran variedad de problemas como el RCPSP. Su hipótesis consiste en que la totalidad de funciones deben ser combinaciones lineales de las variables de decisión del problema y su función objetivo, corresponde a la expresión que se desea minimizar o maximizar. Las soluciones proporcionadas por MILP actúan como puntos de referencia importantes para evaluar el rendimiento de métodos heurísticos o metaheurísticos, permitiendo a investigadores y profesionales comparar la calidad y fiabilidad de sus soluciones aproximadas con las óptimas o casi óptimas obtenidas mediante MILP.

Desde una perspectiva teórica, la formulación de problemas como modelos MILP facilita la comprensión de la estructura subyacente y las restricciones del problema, lo cual es valioso para el desarrollo de algoritmos heurísticos o de aproximación más eficaces y eficientes. Asimismo, los continuos avances en los solucionadores MILP, como CPLEX y Gurobi, han aumentado significativamente la capacidad de resolver problemas de mayor tamaño gracias a algoritmos mejorados, procesamiento en paralelo y mejores heurísticas incorporadas en estos solucionadores. Las técnicas de descomposición, como la descomposición de Benders y la de Dantzig-Wolfe, también son aprovechadas en combinación con los modelos MILP para dividir grandes problemas en subproblemas más pequeños y manejables, haciendo factible abordar instancias mayores de forma indirecta. Los modelos MILP también son componentes esenciales en métodos híbridos, donde resuelven subproblemas críticos o proporcionan límites y orientación para otros métodos heurísticos, mejorando así la calidad y eficiencia del enfoque híbrido. En el ámbito comercial y práctico, los modelos MILP se integran en sistemas de apoyo a la toma de decisiones en industrias para tareas como la programación, la asignación de recursos y la gestión de la cadena de suministro, donde su precisión y fiabilidad son altamente valoradas, incluso si solo se pueden resolver directamente instancias más pequeñas del problema. Finalmente, los modelos MILP tienen una importancia académica y de investigación significativa, siendo una parte fundamental de los campos de la investigación operativa y la optimización. Estos modelos son ampliamente estudiados y enseñados, proporcionando una base sólida para la comprensión de métodos de optimización más complejos.

Los métodos exactos permiten una exploración completa del espacio de soluciones factibles, revelando soluciones no intuitivas o contraintuitivas que las heurísticas y metaheurísticas podrían pasar por alto. Esta exploración exhaustiva proporciona información sobre la estructura del problema, facilitando mejoras en el diseño del sistema y el descubrimiento de soluciones óptimas no evidentes inicialmente. Además, los modelos exactos, como MILP, posibilitan un análisis de sensibilidad detallado, evaluando cómo varían las soluciones óptimas frente a cambios en los parámetros del problema. Este análisis es esencial para entender la robustez de las soluciones ante incertidumbres y variaciones en las condiciones, garantizando que las decisiones basadas en estos modelos sean fiables y sostenibles a largo plazo. La capacidad de los métodos exactos para ofrecer este nivel de detalle y comprensión teórica destaca su relevancia en la investigación y en aplicaciones prácticas complejas.

D. Objetivos

Objetivo general

Diseñar un modelo matemático bi-fase para la solución del problema de programación de tareas con recursos restringidos enfocado a la gestión eficiente del consumo energético.

Objetivos específicos

- I. Identificar los principales modelos matemáticos exitosos que dan solución al problema de programación de tareas con recursos restringidos bajo una perspectiva de eficiencia energética, mediante una revisión de literatura en bases de datos científicas.
 - II. Desarrollar un modelo matemático bi-fase que integre la complejidad del problema de programación de tareas con la selección y el uso eficiente de la energía, para encontrar soluciones eficientes al problema abordado.
 - III. Validar computacionalmente el modelo propuesto mediante el uso de librerías de casos de prueba realistas encontradas en la literatura para evidenciar la robustez del diseño.
- E. Plan de trabajo (PdT)

Tabla 7. Plan de trabajo

Objetivo general						
Diseñar un modelo matemático bi-fase para la solución del problema de programación de tareas con recursos restringidos enfocado a la gestión eficiente del consumo energético.						
Objetivo Específico	Actividad	Área de IISE	Entregables	Fecha de inicio	Fecha de entrega	Nombre del encargado
Identificar los principales modelos matemáticos exitosos que dan solución al problema de programación de tareas con recursos restringidos bajo una perspectiva de eficiencia energética, mediante una revisión de literatura en bases de datos científicas.	Identificar cómo funciona el RCPSP de manera general.	Investigación y análisis de operaciones	NA	01/08/2023	20/08/2023	Natalia Bobadilla, Michele Roldán y Diego Escobar
	Identificar aplicaciones reales del RCPSP en artículos científicos.	Investigación y análisis de operaciones	Matriz de síntesis	15/08/2023	31/08/2023	Natalia Bobadilla y Diego Escobar
	Realizar búsquedas en bases de datos de artículos científicos que tengan soluciones relacionadas a la gestión energética.	Investigación y análisis de operaciones	Matriz de síntesis	20/08/2023	30/09/2023	Diego Escobar
	Listar enfoques de distintas investigaciones que puedan ser aplicados en la gestión energética.	Investigación y análisis de operaciones	NA	01/09/2023	8/9/2023	Natalia Bobadilla

	Seleccionar aspectos que se busquen aplicar y adaptar al modelo propuesto.	Investigación y análisis de operaciones	NA	08/09/2023	30/09/2023	Michele Roldán
Desarrollar un modelo matemático bi-fase que integre la complejidad del problema de programación de tareas con la selección y el uso eficiente de la energía, para encontrar soluciones eficientes al problema abordado.	Definir los parámetros del modelo matemático.	Investigación y análisis de operaciones	Algoritmo	05/10/2023	24/11/2023	Natalia Bobadilla, Michele Roldán y Diego Escobar
	Plantear el método de decodificación.	Investigación y análisis de operaciones		01/12/2023	05/12/2023	Natalia Bobadilla, Michele Roldán y Diego Escobar
	Seleccionar el lenguaje de programación que sea eficiente para el desarrollo de la metodología propuesta.	Investigación y análisis de operaciones	Documento de comparación respecto a los distintos lenguajes evaluados.	08/01/2024	15/01/2024	Natalia Bobadilla, Michele Roldán y Diego Escobar
Validar computacionalmente el modelo propuesto mediante el uso de librerías de casos de prueba realistas encontradas en la literatura para evidenciar la robustez del diseño.	Obtener resultados.	Diseño y medición del trabajo	Documento de comparación respecto a los distintos lenguajes evaluados.	03/03/2024	24/03/2024	Natalia Bobadilla, Michele Roldán y Diego Escobar
	Análisis de resultados.	Diseño y medición del trabajo		02/04/2024	17/04/2024	Natalia Bobadilla, Michele Roldán y Diego Escobar
	Validación de la eficiencia de la metodología propuesta.	Diseño y medición del trabajo		19/04/2024	28/04/2024	Natalia Bobadilla, Michele Roldán y Diego Escobar
	Comparación de los resultados obtenidos con modelos matemáticos investigados.	Diseño y medición del trabajo	Documento de comparación de resultados obtenidos a partir de la metodología de solución desarrollada con los resultados de las metodologías actuales.	29/04/2024	24/05/2024	Natalia Bobadilla, Michele Roldán y Diego Escobar

V. DISEÑAR

A. Desarrollo del diseño de la solución

En esta sección, se describe el diseño para la metodología propuesta en tres diferentes momentos. Como primer momento, se realiza la descripción del modelo matemático para el RCPSP. En el segundo momento, se describe un nuevo modelo que integra las adaptaciones y nuevas restricciones del modelo RCPSP en relación con el modelo VEW-RCPSP propuesto. En el tercer momento, se detalla un algoritmo para calcular un límite superior de alta calidad para problemas de programación para reducir el número de variables y restricciones de los modelos. Es importante resaltar que la regla de parada para las dos fases del modelo es por medio de un tiempo límite. Para cada fase se puso un límite de 900 segundos.

Modelo RCPSP

El problema RCPS P clásico puede ser formulado de la siguiente manera. Sea un conjunto $I = \{1, \dots, Jobs\}$ de actividades (trabajos) y un conjunto de K recursos, donde cada recurso k tiene una disponibilidad total $RMax_k$ en cada intervalo de tiempo del período de programación. Cada actividad i tiene un tiempo de procesamiento (duración) P_i , su ejecución requiere una cantidad constante de recursos k para cada intervalo de tiempo. Se supone que todas las cantidades P_i, R_{ik} y $RMax_k$ son números enteros no negativos, no se permite la interrupción de actividades (*non-preemptive*) y se supone que los tiempos de preparación deben incluirse en los tiempos de procesamiento. A cada actividad j se asocia un conjunto de predecesores inmediatos $PRE_{(i,j)}$, actividades que deben completarse antes de iniciar la ejecución de la actividad j . Las actividades 1 y n se utilizan para representar el comienzo y el final de todo el proyecto: la actividad 1 debe completarse antes de comenzar las actividades $I \setminus \{1\}$ y la actividad n puede comenzar después de la finalización de las actividades $I \setminus \{Jobs\}$. Se asigna $d_1 = d_n = 0$. El costo de una solución factible viene dado por el tiempo de finalización del proyecto (*makespan*). El objetivo es encontrar un tiempo de inicio factible para cada actividad, de modo que se satisfagan las limitaciones de precedencia y recursos y se minimice el costo de la solución. T_{MAX} denota la cota superior para el tiempo de finalización del proyecto, este se puede calcular como $T_{MAX} = \sum_{i \in I} d_i$. Las restricciones del modelo están basadas en la conocida formulación On/Off del RCPS P [17], que se caracteriza en tener variables que indiquen los periodos de funcionamiento de cada una de las actividades [32].

Con el propósito de facilitar la resolución del problema y mejorar los tiempos de computación, la metodología de diseño propuesta es bi-fase. Este enfoque secuencial servirá como punto de referencia para que el modelo busque la mejor solución combinada para el indicador faltante mediante la redistribución de las actividades y recursos. Se espera que la metodología planteada reduzca la complejidad del problema debido a que, cada fase aborda un subconjunto del problema, haciendo más manejable la búsqueda de soluciones óptimas a partir de los resultados alcanzados en la fase previa. La metodología está compuesta por el modelo de programación lineal entera mixta (MILP) denominado VEW-RCPS P y tiene como preproceso para mejorar la eficiencia computacional de la búsqueda, la obtención del Upper Bound que acota el T_{MAX} a partir de la implementación de un algoritmo iterativo basado en la regla de prioridad del Most Total Successors (MTS) y un esquema generador de secuencias en serie (SGS en serie). El T_{MAX} que inicialmente tiene un valor muy alto y genera mayor cantidad de variables. Se intenta reducir el espacio de búsqueda de soluciones a partir de una cota superior, y que consecuentemente se realice en tiempos de computación factibles.

A continuación, se describe la formulación del modelo RCPS P.

Conjuntos

- $T := \{1, \dots, T_{MAX}\}$ Periodos en horas
- $I := \{1, \dots, n\}$ Número de actividades
- $K := \{1, \dots, 4\}$ Recursos
- $PRE_{(i,j)}$ Parejas de precedencias donde la actividad $i \in I$ es predecesora de $j \in I$.

Parámetros

- P_i duración de cada actividad $i \in I$.
- $R_{i,k}$ uso de cada recurso $k \in K$ por cada actividad $i \in I$.
- $RMax_k$ máximo de recursos de tipo $k \in K$.
- n cantidad de actividades en el proyecto.

Variables de decisión del RCPS P

- $A_{i,t} \begin{cases} 1, & \text{si la actividad } i \in I \text{ se realiza en el periodo } t \in T \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$
- $ST_i \geq 0$, tiempo de inicio de la actividad $i \in I$
- $Makespan \geq 0$, duración total del proyecto.

Restricciones del RCPS P:

$$ST_j \geq ST_i + P_i, \quad \forall (i,j) \in PRE \quad (1)$$

$$ST_i + P_i - 1 \geq t * A_{i,t}, \quad \forall t \in T, i \in I \quad (2)$$

$$ST_i \leq t + (1 - A_{i,t}) * M \quad \forall t \in T, i \in I \quad (3)$$

$$\sum_{t=1}^{T_{MAX}} A_{i,t} = P_i \quad \forall i \in I \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^n R_{i,k} * A_{i,t} \leq RMax_k \quad \forall t \in T, k \in K \quad (5)$$

$$makespan = ST_n \quad (6)$$

Función objetivo del RCPSP

$$\text{Minimizar } z: makespan \quad (7)$$

La **Ecuación (1)** representa las restricciones de precedencia, permitiendo que la actividad solo j inicie luego de que hayan finalizado las actividades i que la preceden. La **Ecuación (2)** restringe a que una actividad no pueda estar activa en un periodo mayor a su tiempo de inicio sumado su duración. La **Ecuación (3)** restringe que el tiempo de inicio de una actividad no puede ser superior a los instantes a que está activa. La **Ecuación (4)** restringe que cada actividad tiene que estar activa en el mismo número de periodos que su duración. Por último, la **Ecuación (5)** restringe que en cada periodo no se pueda utilizar más recursos (entre ellos energía y mano de obra) de los que se tienen disponibles para estos. La **Ecuación (6)** indica que el *makespan* es igual al tiempo de inicio de la última actividad. La **Ecuación (7)** representa la primera función objetivo, cuyo propósito es minimizar el *makespan*. Esta última ecuación del RCPSP es el punto de partida para adicionar los nuevos elementos y ecuaciones del modelo propuesto VEW-RCPSP. En este orden de ideas, el modelo VEW-RCPSP está compuesto del modelo RCPSP y las nuevas adaptaciones.

Modelo VEW-RCPSP

A continuación, se detalla la formulación propuesta para la variante VEW-RCPSP, se usarán las definiciones previamente realizadas en el modelo clásico del RCPSP y también se detallan los nuevos conjuntos parámetros y demás elementos del modelo matemático.

Conjuntos

- $S := \{1, 2, 3\}$ Estados del generador, donde 1 representa que el generador se encuentra prendido, el 2 apagado, y el 3 en reposo.

Parámetros

- CE_t costo de la energía en cada periodo $t \in T$.
- M la gran M .
- $ConsuR$ constante de consumo de energía del generador en estado de reposo.
- $ConsuP$ constante de consumo de energía del generador cuando es prendido.
- CMO_t costo de mano de obra en cada periodo $t \in T$.
- SE_i $\begin{cases} 1, & \text{si la actividad } i \in I \text{ requiere energía} \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$
- $RMakespan$ Resultado del makespan de la primera fase.

Variables de decisión

- $\alpha_{s,t}$ $\begin{cases} 1, & \text{si el generador está en el estado } s \in S \text{ en el periodo } t \in T \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$
- $\beta_{s,sp,t}$ $\begin{cases} 1, & \text{si el generador cambia del estado } s \in S \text{ al estado } sp \in S \text{ en el periodo } t \in T \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$
- $fCosto \geq 0$, representa el costo total del proyecto.
- $energy_t \geq 0$, representa el consumo total de energía en el periodo $t \in T$.
- $work_t \geq 0$, representa la mano de obra utilizada en el periodo $t \in T$.

Restricciones del VEW-RCPSP:

$$fCosto = \sum_{t=1}^{T_{MAX}} (energy_t * 1,5 * CE_t + work_t * CMO_t) \quad (8)$$

$$energy_t = \alpha_{3,t} * ConsuR + \sum_{i=1}^n A_{i,t} * R_{i,1} + \beta_{2,1,t} * ConsuP, \quad \forall t \in T \quad (9)$$

$$work_t = \sum_{i=1}^n A_{i,t} * R_{i,2}, \quad \forall t \in T \quad (10)$$

$$\sum_{i=1}^n SE_i * A_{i,t} \leq \alpha_{1,t} * n, \quad \forall t \in T \quad (11)$$

$$\sum_{i=1}^n R_{i,1} * A_{i,t} + \beta_{1,2,t} * ConsuP + \alpha_{3,t} * ConsuR \leq RMax_1, \quad \forall t \in T \quad (12)$$

$$\sum_{s=1}^3 \alpha_{s,t} = 1, \quad \forall t \in T \quad (13)$$

$$\alpha_{s,t} \leq \sum_{sp=1}^3 \beta_{sp,s,t} \quad \forall t \in T, s \in S \quad (14)$$

$$\sum_{sp=1}^3 \beta_{s,sp,t} \leq \alpha_{s,t-1} \quad \forall t \in T \setminus \{1\}, s \in S \quad (15)$$

$$\sum_{sp=1}^3 \sum_{s=1}^3 \beta_{s,sp,t} = 1 \quad \forall t \in T \quad (16)$$

$$\beta_{2,3,t} = 0, \quad \forall t \in T \quad (17)$$

$$makespan \leq RMakespan \quad (18)$$

Funciones objetivo

$$Min z: makespan \quad (19)$$

$$Min z: fCosto \quad (20)$$

El modelo VEW-RCPSP (Variable-Energy-Work RCPSP “VEW-RCPSP”) integra los objetivos tradicionales de costos y tiempo, sin embargo, considera las tarifas horarias de energía, el costo de la mano de obra y los estados del generador eléctrico y sus

posibles transiciones. La **Ecuación (8)** corresponde a la ecuación de costo. Indica que el $fCosto$ es igual a la sumatoria de todos los periodos del costo del consumo de energía ($energy_t$) dependiendo de la tarifa horaria y el costo de la cantidad de mano de obra ($work_t$) dependiendo de su tarifa horaria. La **Ecuación (9)** indica que el consumo de energía ($energy_t$) por periodo del generador incluye tres componentes agregados: el consumo en estado de reposo, el consumo de las actividades activas y el consumo debido a las transiciones de encendido. La **Ecuación (10)** indica que la cantidad de mano de obra ($work_t$) por periodo es igual a la sumatoria del requisito de mano de obra de todas las actividades que estén realizándose. La conexión de los dos modelos (RCPS y VEW-RCPS) se da gracias a la **Ecuación (11)** debido a que, esta implica que las actividades que consuman energía solo puedan estar activas si el generador está prendido. Como ejemplo de esta ecuación se presenta el siguiente caso.

Sean tres actividades para un proyecto, de las cuales, las actividades 1 y 3 utilizan energía. La **Ecuación (11)** da a lugar a 2 posibles casos: **Caso 1:** Suponga que las actividades 1 y 2 están activas en el periodo 1, y el generador está encendido. Note que $\alpha_{1,1} = 1$; y **Caso 2:** Suponga que las actividades 1 y 2 están activas en el periodo 1, y el generador no está encendido. Note que $\alpha_{1,1} = 0$. En la Tabla 8, se expresan numéricamente el comportamiento de cada caso. Los resultados serían los siguientes: Como $1 > 0$, la restricción (11) restringe que una actividad que requiera energía esté en funcionamiento solo si el generador está encendido.

Tabla 8. Resultados de casos de la Ecuación (11)

Caso	Resultado de la parte izquierda de la ecuación	Resultado de la parte derecha de la ecuación	Cumple
Caso 1	1	3	Cumple
Caso 2	1	0	No cumple

La **Ecuación (12)** restringe específicamente que el consumo de energía por periodo no puede ser mayor a el máximo disponible. La **Ecuación (13)** restringe que en cada periodo el generador debe encontrarse en un solo estado. Las **Ecuaciones (14)** y **(15)** se complementan entre sí. La **Ecuación (14)** restringe que el generador solo pueda encontrarse en el estado al que se haya transitado en ese periodo. La **Ecuación (15)** restringe que solo se puede transitar de un estado s a un estado sp , si se estuvo en el estado s en el periodo anterior. La **Ecuación (16)** restringe que se tiene que transitar de estado una sola vez en todos los periodos (se puede transitar al mismo estado). La **Ecuación (17)** restringe que no se pueda transitar del estado apagado a reposo en ninguno de los periodos. Esto con el fin de evitar que el modelo “encienda” el generador sin tener que recurrir al costo de $ConsuP$. La **Ecuación (18)** restringe el tiempo de ejecución del proyecto, es decir, el *makespan*. A continuación, se detalla en la metodología de solución propuesta para resolver el modelo presentado de VEW-RCPS.

Cálculo del límite superior de tiempo para la reducción de variables y restricciones del modelo

Los modelos matemáticos formulados para el RCPS requieren de la definición de un conjunto que representa el horizonte de planeación. Este debe ser lo suficientemente grande como para ser factible. Pero, cuanto mayor sea este valor, más grande y complejo será el modelo para resolver. Por esto se proponen *upper bounds* (cotas superiores) que acotan el tamaño de este conjunto. En este trabajo se explorará las mejores formas de estimar estos valores. En la literatura, los métodos heurísticos son una alternativa frecuente [33], [34], [35], [36], [37] para dar solución a estos objetivos, y se subrayan los algoritmos basados en reglas de prioridad para la construcción de la metodología de solución por su frecuente aplicación y resultados

Los métodos heurísticos basadas en reglas de prioridad corresponden a procedimientos iterativos y se componen de dos elementos: un esquema generador de secuencias (SGS) y una regla de prioridad. El primer elemento consiste en una metodología que determina la forma en la cual son seleccionadas las actividades para elaborar una secuencia factible, y se asigna el tiempo de inicio y de finalización de las actividades. Pueden ser esquemas en serie y en paralelo que generan secuencias factibles extendiendo iterativamente una secuencia parcial [15]. El segundo elemento es la regla de prioridad por la cual se establecen las actividades que se van a seleccionar en el esquema generador de secuencias. Estas reglas crean una lista de actividades (Activity List) organizadas de acuerdo con la prioridad, y respetando las restricciones de precedencia. En la literatura, se han evaluado computacionalmente las reglas de prioridad y las más destacadas se encuentran dispuestas en [38]. El primer lugar lo ocupa la regla de prioridad denominada Most Total Successors (MTS). Según esta regla, se otorga una mayor prioridad a las actividades que tienen el mayor número de sucesores directos e indirectos. Matemáticamente, el valor de prioridad p_j para la actividad j se puede expresar como: $p_j = \max |F_j^*|$.

De esta manera, para la metodología de solución del VEW-RCPSP inicialmente se realiza la búsqueda del mejor Upper Bound, mediante la implementación del esquema generador de secuencias (SGS) en serie, y bajo la regla de prioridad MTS. Así, el SGS en serie tiene como objetivo programar las actividades teniendo como prioridad aquellas que tengan la mayor cantidad de sucesores, y siempre y cuando se cumplan las restricciones de precedencias y de recursos por periodo. Una vez finalizado el procedimiento iterativo, se obtiene la lista de actividades y corresponde a la solución inicial que será aplicada para la búsqueda de la solución óptima. Teniendo en cuenta que, la optimización multiobjetivo, abarca la optimización simultánea de un proceso o decisión, provoca que los objetivos pueden ser a menudo contrapuestos [39]. En este sentido, se propone el diseño de una metodología secuencial o bi-fase para equilibrar los objetivos. Se le dará prioridad a un primer indicador elegido durante la primera fase para la búsqueda de la solución óptima, y secuencialmente a partir de esta solución alcanzada, el modelo minimizará el segundo objetivo y garantizará la solución previa de la primera fase. Durante esta segunda fase, el modelo deberá redistribuir las actividades y recursos. Se espera que al ser una metodología secuencial se reduzca la complejidad del problema porque cada fase aborda un subconjunto del problema, haciendo más manejable la búsqueda de soluciones óptimas en un menor tiempo de computación.

B. Validación del diseño propuesto

Para validar el diseño propuesto se ejecutaron dos fases de prueba donde se evalúa secuencialmente un objetivo y luego el otro. El caso de prueba seleccionado para el proceso de validación por fase es el “j301_1_E”. Este caso se encuentra modificado y contiene los componentes ajustados del diseño propuesto mencionados en la sección III. En la Fig. 10, se muestran las precedencias y sucesores de las actividades del proyecto. Se presentan 32 actividades de las cuales, j1 y j32 son ficticias y marcan el inicio y el final del proyecto sin ningún consumo ni costo asociado, por lo tanto, se realiza la programación de las 30 actividades.

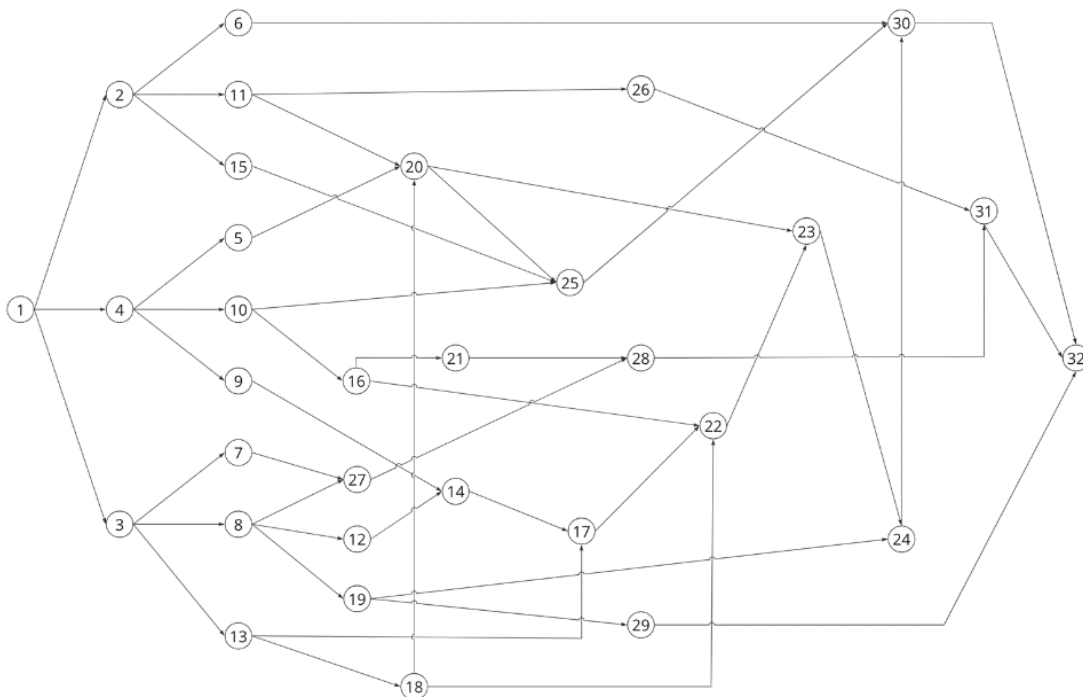


Fig. 10 Diagrama de precedencias de las actividades del caso de prueba j301_1_E

Para la primera fase se define como objetivo minimizar el *makespan*. Para esto, el diseño buscará que el proyecto se complete en el menor tiempo posible y lo hará programando las diferentes actividades en el horizonte de tiempo respetando las restricciones de precedencias y los recursos limitados en cada periodo. Estas limitaciones convergen en una búsqueda compleja debido a la multiplicidad de soluciones que se puedan dar para alcanzar el mismo objetivo, y es por lo que, el diseño cuenta con los criterios de selección adecuados para encontrar la solución óptima dentro de este gran conjunto de posibles soluciones. Para la segunda fase, se define como objetivo minimizar el *fCosto*. A partir de la solución óptima obtenida en la primera fase, se obliga al diseño a reorganizar y redistribuir los recursos garantizando el *makespan* y ver si es posible encontrar una mejora. En la Tabla 9, se analizan los resultados obtenidos de la validación. Como resultado de la primera fase, se obtiene un *makespan* de 40 y un *fCosto* de \$2.017.790 (se toma el tiempo de finalización de la última actividad, en este caso j31). Este primer resultado, fue identificado

en un tiempo de búsqueda de solución de 0.507691 segundos y señala positivamente que la localización del valor óptimo dentro del conjunto de soluciones fue corta. A partir de la optimización del *makespan*, durante la segunda fase el diseño asegura un *makespan* de 40 y obtiene un *fCosto* de \$1.909.250. Esta reducción de los costos totales del proyecto equivale a un 5,38%, cifra significativa que podría reflejar un ahorro a largo plazo. En la Fig. 11, se encuentran los diagramas Gantt correspondientes a la programación de las actividades de cada fase respectivamente.

Tabla 9. Comparación de resultados obtenidos

Indicadores	Solución Fase 1	Solución Fase 2
Costo total del proyecto (<i>fCosto</i>)	\$ 2.017.790	\$ 1.909.250
Duración total del proyecto (<i>makespan</i>)	40	40

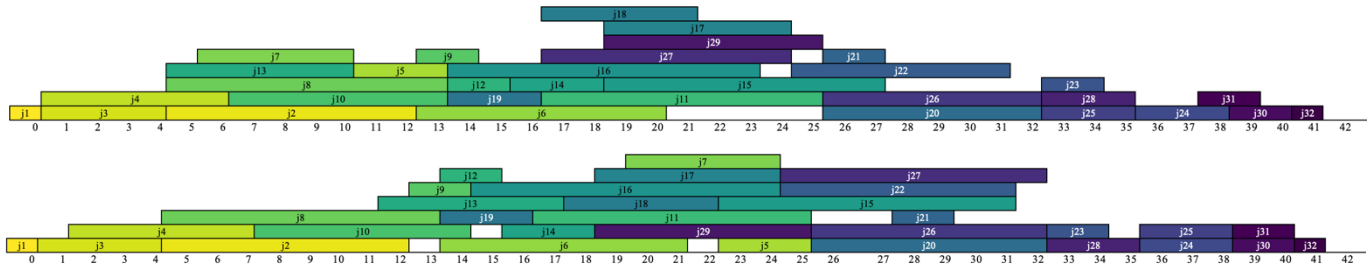


Fig. 11 Programación de actividades de la fase *makespan* y *fCosto* respectivamente

La programación de actividades obtenida en la fase de minimización del *makespan* muestra una mayor concentración de las actividades en los periodos de inicio del proyecto junto con una menor holgura en comparación a la programación de la segunda fase. Esta última, evidencia una concentración hacia los periodos intermedios del proyecto debido a que allí se concentra parte de las tarifas de energía más bajas. Cabe aclarar que estos costos de energía pueden ser variables y dependen de la localización y regulaciones donde se lleva a cabo el proyecto. Este caso de prueba se realiza bajo las tarifas de energía en Colombia [25].

Continuando con el análisis de las soluciones, es necesario detallar en el comportamiento de los recursos tanto de energía como de mano de obra mostrado en ambas fases. Reconociendo que la primera fase se concentra en el menor tiempo y la segunda se interesa con mayor cuidado en redistribuir los recursos que influyen en la totalización de los costos del proyecto, se muestra en la Fig. 12 los consumos de energía por periodos de la fase de minimización del *makespan* y la Fig. 13 para la fase de minimización del *fCosto*. En la fase 1, se evidencia una mayor dispersión en los consumos de energía y se permitió el alcance del mayor pico de consumo presentado por periodo con un valor de 12 kW. A diferencia de la fase 2, se puede observar una serie de altibajos como tendencia en el consumo de energía a lo largo de los periodos. Esto se debe a que el diseño, evaluando la naturaleza y el comportamiento de las tarifas de energía, trata de redistribuir las actividades de forma que se genere el menor consumo posible.

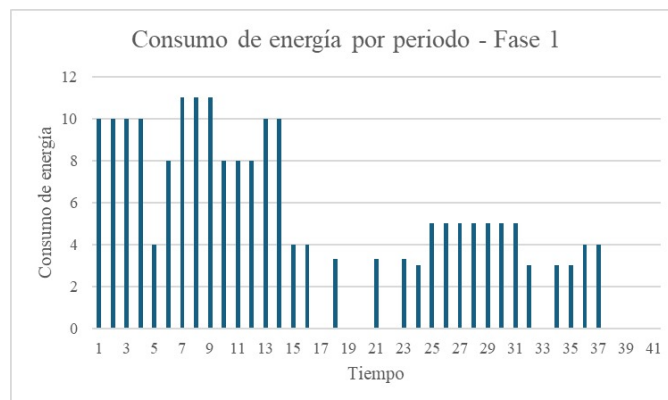


Fig. 12 Consumo energético por periodo obtenido minimizando el *makespan*

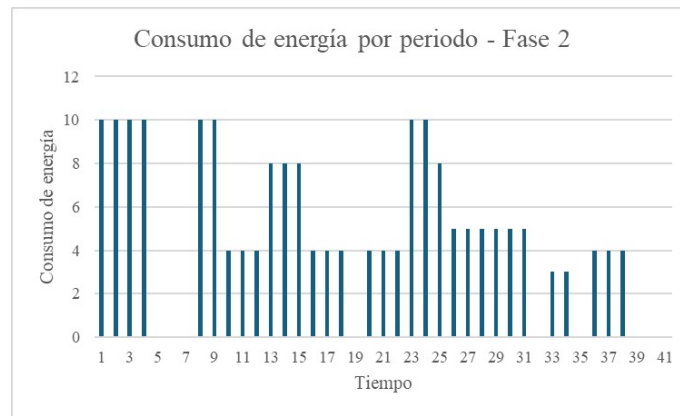


Fig. 13 Consumo energético por periodo obtenido minimizando el $fCosto$

De igual manera, ante los constantes consumos de energía de cada fase, esto demuestra que no se presentaron cambios de estados ni de transición en el generador, lo que obliga a permanecer en estado encendido durante todo el tiempo a dicha fuente de energía. Esta se convierte en una oportunidad para proyectar los posibles escenarios y oportunidades de toma de decisiones que se pueden presentar en proyectos de mayor cantidad de actividades donde la decisión será aún más compleja y podrán integrarse este tipo de cambios y transiciones. Observe en la Fig. 14 el caso del recurso de mano de obra. Para ambas fases se presenta el mismo uso debido a que mantienen los mismos costos asociados al personal y no se afectan los consumos intrínsecos de las actividades de este recurso.

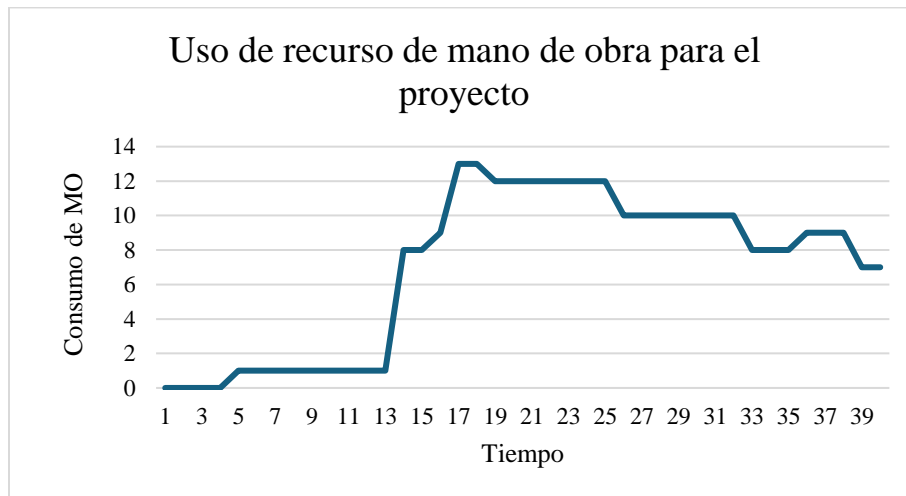


Fig. 14 Uso de recurso de mano de obra para el proyecto

VI. VERIFICAR

A. Medición de impactos y resultados

En la Tabla 10, se presenta una muestra de los resultados obtenidos mediante la implementación del VEW-RCPSP, este tiene en total 0 casos de prueba por cada conjunto, para observar los resultados completos se remite al lector al Anexo 1. Estos resultados tienen la siguiente información en columnas:

- **Name:** nombre de la instancia.
- **Makespan:** tiempo de finalización del proyecto.
- **Cost:** corresponde al mejor costo obtenido durante el menor *makespan*.
- **Stat1:** indica el estado de la solución de la fase 1 (por ejemplo, si se ha encontrado una solución factible). Los estados presentados son: $Stat_1 \leq 100$ es óptimo, $Stat_1 = 422$ no factible. Se remite al lector a [40] para la totalidad de estados existentes de CPLEX.
- **Time1:** representan el tiempo computacional en segundos para la fase 1 del modelo (enfoque de tiempo).
- **nVar1:** número de variables de la fase 1.
- **nCons1:** número de restricciones de la fase 1.

- **rmg1:** corresponde al relmipgap (Relative MIP Gap) de la fase 1. Se refiere a la configuración del umbral de la diferencia relativa entre la mejor solución factible encontrada y el mejor límite conocido, también definido como el promedio de los valores relativos del GAP, es decir, de la brecha inexplorada del proceso.
- **Stat2:** indica el estado de la solución de la fase 2.
- **Time2:** representan el tiempo computacional en segundos para la fase 2 del modelo (enfoque de costo).
- **nVar2:** número de variables de la fase 2.
- **nCons2:** número de restricciones de la fase 2.
- **rmg2:** corresponde al relmipgap (Relative MIP Gap) de la fase 2.

Tabla 10. Muestra de resultados finales

Name	Makespan	Cost	Costo2	Stat1	Time1	nVar1	nCons1	rmg1	Stat2	Time2	nVar2	nCons2	rmg2
J30													
j303_6.dat	55	1140317	1041036	2	0,328	2564	4424	0	2	0,25	2564	4425	0
j3033_9.dat	66	3010415	2931637	2	4,484	3806	6577	0	3	0,39	3806	6578	0
j3018_9.dat	45	1248391	1155523	2	0,25	2380	4118	0	2	0,125	2380	4119	0
j3020_4.dat	44	1621444	1545885	2	0,062	2058	3565	0	2	0,047	2058	3566	0
j3018_8.dat	53	1237980	1143933	2	0,297	2472	4276	0	2	0,172	2472	4277	0
j3020_1.dat	58	1506558	1369888	2	0,219	2702	4671	0	2	0,172	2702	4672	0
j304_1.dat	50	1919788	1653490	2	0,157	2334	4029	0	2	0,094	2334	4030	0
j3036_9.dat	60	596310	570499	2	0,204	2794	4839	0	3	0,11	2794	4840	0
j302_9.dat	55	2297999	2221480	2	0,297	2564	4424	0	2	0,203	2564	4425	0
j302_10.dat	44	2178420	2134921	2	2,781	2748	4740	0	3	0,125	2748	4741	0

En la Tabla 11, se presentan un resumen de resultados del modelo agrupados en 4 categorías, según el conjunto de casos de prueba. Se evidencia una capacidad significativa del modelo para reducir costos en todos los conjuntos evaluados, con una reducción máxima promedio del 6,8% en el conjunto J60 y una mínima del 4,5% en el conjunto J30. En términos de tiempo de optimización, se observa que la optimización del *makespan* generalmente es más rápida que la optimización de costos, excepto en el conjunto J30. Sin embargo, a medida que aumenta el número de actividades (en los conjuntos J90 y J120), el tiempo necesario para optimizar ambas métricas aumenta considerablemente. En relación con los óptimos alcanzados, se registra una alta proporción en la optimización del *makespan* en los conjuntos más pequeños (J30 y J60), disminuyendo en conjuntos más grandes. La proporción de óptimos en costos es muy alta en conjuntos más pequeños, pero decrece significativamente en los conjuntos más grandes. En términos soluciones infactibles por límite de tiempo, no se presentan en la optimización del *makespan* en los conjuntos más pequeños (J30 y J60), pero aparecen en el conjunto más grande (J120). Las soluciones infactibles por límite de tiempo en la optimización de costos son más frecuentes, especialmente en los conjuntos más grandes (J90 y J120). Como se observa en la Tabla 11, en todos los conjuntos se consigue una reducción considerable en los costos del proyecto bajo un mismo *makespan*. Esto quiere decir que, con una duración ya optimizada, se consigue una mejor reorganización de la planeación para conseguir un menor costo, sin sacrificar recursos o esfuerzos operativos en un 99,53% de los casos. A partir de los resultados obtenidos, es posible afirmar que el modelo al optimizar los costos se vuelve más complejo, siendo que desde los conjuntos J60 requiere más tiempo de resolución, además de que tiene una mayor proporción de soluciones infactibles y una menor proporción de óptimos.

Tabla 11. Análisis de resultados agrupados

Conjunto	Reducción % en costos promedio	Tiempo 1	Tiempo 2	Proporción de óptimos obtenidos <i>makespan</i>	Proporción de óptimos obtenidos de costo	Proporción de soluciones infactibles por tiempo en <i>makespan</i>	Proporción de soluciones infactibles por tiempo en costo
J30	4,5%	43,9	21,7	98,3%	100,0%	0,0%	0,0%
J60	6,8%	94,3	129,1	90,0%	86,7%	0,0%	3,3%
J90	6,4%	192,1	382,4	81,7%	63,3%	0,0%	8,3%
J120	5,0%	559,6	773,6	45,0%	16,7%	5,0%	30,0%

Una de las hipótesis del proyecto plantea que, a medida que aumenta el número de actividades que requieren energía en un proyecto, el modelo de scheduling enfrenta mayores dificultades para obtener resultados óptimos, incrementando la complejidad del problema. Para verificar esta hipótesis, en la Tabla 12 se divide cada conjunto (J30, J60, J90 y J120) en tres clasificaciones ascendentes según el número de actividades que requieren energía, evaluando así el impacto de esta variable en el rendimiento del modelo. Esta clasificación fue detallada en la sección de Casos de prueba.

Al observar los resultados generales, se aprecia que la reducción de costos disminuye a medida que aumenta la clasificación, es decir a un mayor número de actividades que requieren energía. Esta tendencia sugiere que el modelo se enfrenta a más dificultades para reducir costos de manera eficiente cuando la complejidad energética aumenta; también se podría inferir que, al tener mayor número de actividades con consumo de energía, el problema tiene menor libertad u opciones para generar estas reducciones en el costo. Además, la proporción de óptimos obtenidos, tanto en *makespan* como en costos, es alta en las clasificaciones inferiores y tiende a disminuir en las clasificaciones superiores, especialmente en los conjuntos con un mayor número de actividades (J90 y J120). En conjuntos más grandes, la reducción en la proporción de óptimos es más pronunciada, con una notable disminución en la capacidad del modelo para encontrar soluciones óptimas a medida que la clasificación energética aumenta. Esto confirma que, a mayor número de actividades que requieren energía, el modelo enfrenta mayores desafíos, lo que se traduce en una menor eficiencia en la optimización y una mayor complejidad del problema. Estas observaciones generales validan nuestra hipótesis inicial y subrayan la necesidad de ajustes o mejoras en el modelo para manejar proyectos con alta demanda energética de manera más efectiva.

Tabla 12. Análisis de resultados agrupados por clasificación de energía propuesta

	Clasificación	Reducción % en costos promedio	Proporción de óptimos obtenidos <i>makespan</i>	Proporción de óptimos obtenidos de costo
J30	1	6,5%	100%	100%
	2	4,0%	100%	100%
	3	3,0%	95%	100%
J60	1	8,6%	100%	100%
	2	5,0%	80%	80%
	3	6,6%	90%	80%
J90	1	7,2%	100%	100%
	2	6,0%	80%	65%
	3	6,1%	65%	25%
J120	1	6,6%	65%	40%
	2	3,7%	35%	5%
	3	4,2%	35%	5%

Análisis de sensibilidad

Teniendo en cuenta que el modelo busca reducir los costos en la segunda fase, y los costos están determinados por las tarifas de energía y de mano de obra, se procede a hacer un análisis de sensibilidad para conocer qué tanta reducción porcentual en el costo se puede esperar de parte del modelo, dependiendo de qué diferencia hay entre las franjas horarias de las tarifas, tanto de energía como de mano de obra. Al hablar de diferencia horaria en las tarifas energéticas, se refiere a qué diferencia de costo hay entre la franja baja, media y alta. Es decir, si en la franja baja se cobra 800 \$/KWh, en la media 1000 \$/KWh y en la franja alta 1200 \$/KWh, hay una diferencia entre franjas de un 20% en su costo. Así mismo en las tarifas de mano de obra, si en la franja diurna se cobra 10000 \$/h y en la nocturna 15000 \$/h, existe una diferencia entre franjas de un 50% en su costo. El objetivo de este análisis es que el usuario que quiera adaptar y aplicar el VEW-RCPSP pueda tener una idea de qué resultado probablemente obtendrá a partir del modelo, conociendo las tarifas tanto de energía como de mano de obra.

Para esto se utilizó tres casos de prueba distintos del conjunto J30, cada uno perteneciente a una clasificación distinta. Al momento de evaluar el impacto de la diferencia en las tarifas energéticas, se dejaron valores constantes en las tarifas de mano de obra con

una diferencia de 25%. Se evaluó entonces, cuánto era el porcentaje de reducción de costo cuando la diferencia entre franjas era de 1, 3, 5, 10 y 20%. Los resultados se observan en la Fig. 15. En esta se evidencia que, a mayor diferencia de costos entre franjas, mayor porcentaje de reducción de costo final del proyecto se obtiene, mayoritariamente en la clasificación 1 y 2, obteniendo hasta un 5% de diferencia entre resultados. En la clasificación 3 los resultados de reducción porcentual de costo no son significativamente afectada.

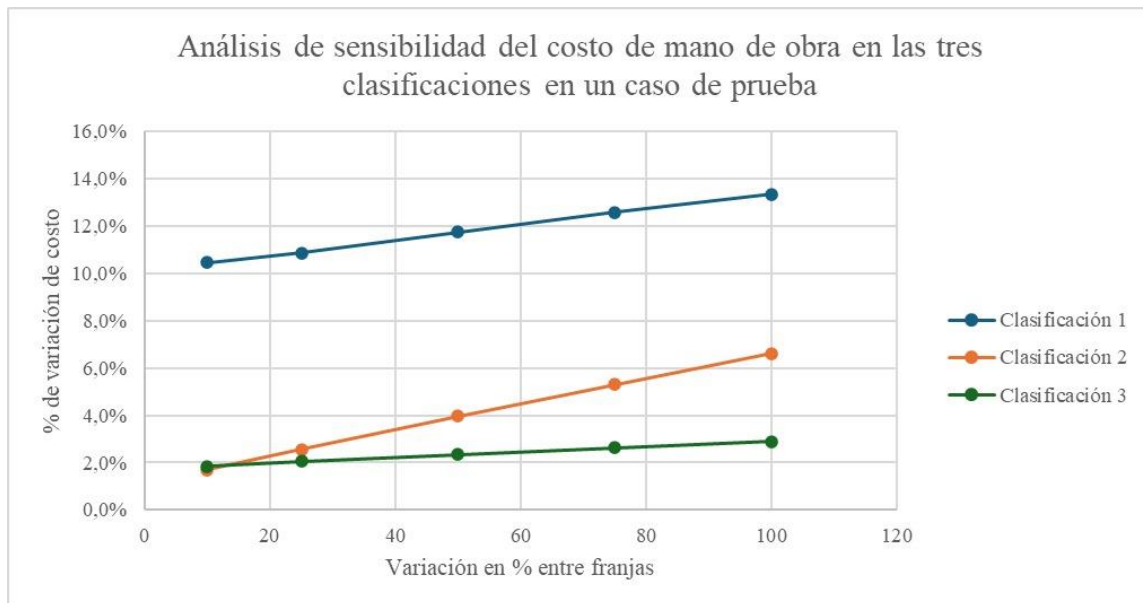


Fig. 15 Análisis de sensibilidad del costo de mano de obra

Después se evaluó el impacto de la diferencia en las tarifas de mano de obra, para esto se dejaron constantes la diferencia entre las tarifas de energía con una diferencia de 1% entre ellas. La diferencia entre franjas de mano de obra analizadas fue del 10, 25, 50, 75 y 100%. Los resultados se observan en la Fig. 16. Se evidencia un comportamiento similar al dado anteriormente. A mayor diferencia porcentual entre franjas, mayor reducción de costo final, aunque ligeramente menores al obtenido por las tarifas de energía, por lo que se puede afirmar que la diferencia entre las tarifas de energía tiene un mayor impacto que las tarifas de mano de obra.

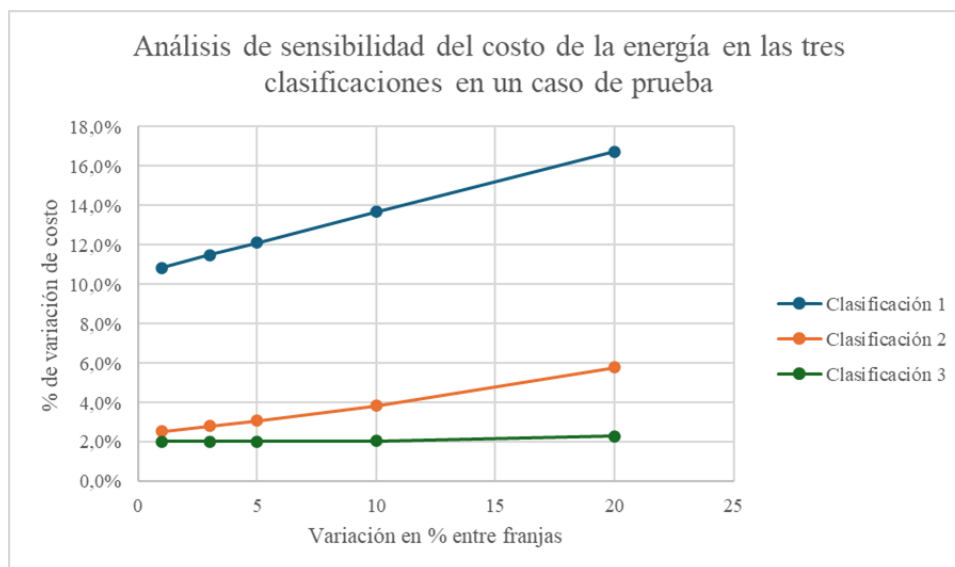


Fig. 16 Análisis de sensibilidad del costo de la energía

Luego de haber detallado la evaluación computacional y de optimalidad de los resultados del modelo, es relevante evaluar los impactos indirectos en términos ambientales y sociales. A partir de la información construida por el modelo, se obtiene la energía consumida por periodo en kW. Tomando como caso central a Colombia, de acuerdo con las entidades e instituciones pertinentes se presenta como factor de emisión de gases de efecto invernadero 0,126 kgCO₂/kWh obtenido de la UPME [41]. Este factor indica la emisión de GEI de forma general, sin discriminar los tipos de fuentes de generación de energía. No obstante, para valorar el impacto ambiental asociado al consumo energético en el modelo propuesto se propone este factor inicialmente, y se expresa la posibilidad de incluir factores de emisión que distingan con mayor exactitud la emisión que tiene la generación de la energía. Para el cálculo de las emisiones de CO₂ generadas por el proyecto respecto al consumo de energía, se plantea el siguiente ejemplo. El caso de prueba j601_10 perteneciente a la clasificación de 0 a 20 actividades que requieren energía, presenta los siguientes consumos de energía por periodos (en kWh) en la Fig. 17. Para representar los consumos obtenidos por la implantación de la metodología bi-fase, se presenta en la primera columna t los periodos equivalentes a un periodo de una hora. La segunda columna (*makespan*) presenta los consumos de energía para la optimización enfocada al tiempo de finalización del proyecto y la última columna, los consumos de energía para el escenario de costos (implica la mano de obra y la energía).

t	Consumo de Energía (kWh) por escenarios		40	3	14
	Makespan	Costo			
0	0	0	41	3	14
1	3	3	42	5	4
2	3	3	43	13	13
3	3	3	44	3	3
4	3	3	45	3	3
5	3	3	46	3	3
6	3	3	47	3	5
7	3	3	48	6	14
8	5	3	49	6	14
9	13	3	50	6	14
10	13	8	51	6	14
11	14	5	52	6	14
12	14	5	53	6	12
13	14	5	54	6	12
14	14	5	55	6	6
15	14	5	56	0	0
16	14	5	57	0	0
17	13	5	58	0	0
18	13	5	59	0	0
19	13	0	60	0	0
20	13	0	61	3	0
21	14	0	62	0	0
22	14	10	63	0	0
23	8	10	64	0	0
24	14	14	65	0	0
25	14	14	66	0	0
26	9	14	67	0	0
27	10	14	68	0	0
28	8	14	69	0	0
29	8	14	70	0	0
30	8	10	71	0	0
31	2	10	72	3	8
32	10	2	73	0	8
33	10	2	74	1	8
34	10	2	75	0	8
35	10	2	76	0	0
36	2	2	77	0	0
37	0	1	78	3	0
38	0	11	79	0	0
39	0	14	80	0	0
			81	0	0

Fig. 17 Consumo de energía por escenarios para el j601_10

A partir de los consumos de energía por periodo obtenidos de la implementación del diseño, se realiza el cálculo de las emisiones de CO2 no equivalentes a partir de la multiplicación del factor de emisión de GEI. Los resultados de emisiones de CO2, se muestran en la Tabla 13.

Tabla 13. Cálculo del impacto de emisiones de CO2 no equivalentes por escenarios

	Energía total del proyecto (kW)	Energía promedio por periodo (kWh)	Emisiones totales de CO2 calculadas No equivalentes (Kg CO2)
Fase 1. escenarioMakespan	437,33	9,618	1,212
Fase 2. escenarioCosto	426	5,676	0,715
Factor de emisión de gases de efecto invernadero en Colombia		0,126	
		kgCO2/kWh	

Se observa que las emisiones entre escenarios presentaron una variación importante. Luego de haber realizado la implementación del diseño durante la primera fase, se obtuvo una reducción de las emisiones de CO2 en un 40,987% en la segunda fase. Esto sugiere que las decisiones de optimización en el diseño VEW-RCPSP pueden tener un impacto directo y considerable en la reducción de GEI. Aplicar estos principios de eficiencia energética en una variedad más amplia de proyectos, podría validar y expandir estos beneficios, tanto en sectores industriales como en la vida cotidiana. Dada la relevancia actual de la gestión energética para mitigar el cambio climático, esta reducción no solo ofrece ventajas ambientales al disminuir el calentamiento global, sino también beneficios económicos al reducir costos operativos y posibles deterioros por emisiones de carbono. Además, dentro de los impactos sociales tiene implicaciones positivas para la salud pública al mejorar la calidad del aire y para la reputación de las empresas al promover prácticas sostenibles. En conjunto, estos resultados pueden influir en el desarrollo de normativas y estándares de eficiencia, fomentar la innovación tecnológica, y aumentar la conciencia y educación sobre la importancia de la gestión energética sostenible. Para trabajos futuros, se presenta la oportunidad de incluir en el modelo la generación de emisiones de GEI de forma que se tengan en cuenta las fuentes de generación de energía para una mayor precisión y alcance en el diseño. Esto implicaría considerar no solo el consumo de energía consumido, sino también los tipos de fuente de generación de energía (renovable o no renovable) y su respectivo factor de emisión de CO2.

B. Estandarización de la solución

Con el propósito de implementar el modelo de programación lineal (MILP) para resolver el problema de programación de proyectos con restricciones de recursos adaptado VEW-RCPSP que incluye los consumos energéticos y de mano de obra, se requiere un enfoque estratégico y bien planificado. A continuación, se presenta el plan estratégico detallado para llevar a cabo esta implementación en una empresa:

Plan estratégico de implementación para el problema de programación de proyectos VEW-RCPSP

Introducción

El modelo matemático de scheduling está diseñado para optimizar la planificación y ejecución de proyectos mediante la minimización tanto del tiempo de duración como de los costos asociados. Basado en el Problema de Scheduling de Proyecto con Restricciones de Recursos (RCPSP), nuestro enfoque se distingue por considerar tarifas horarias variables de costos energéticos y de mano de obra. Esto permite una planificación más precisa y eficiente, tomando en cuenta los costos reales incurridos durante diferentes horarios de operación. Al adoptar este modelo, la empresa puede mejorar significativamente la eficiencia de sus proyectos, reducir costos y optimizar la utilización de recursos.

Objetivo: Implementar el modelo de programación lineal que optimiza la programación de proyectos considerando tanto los recursos energéticos como la mano de obra.

Alcance: Determinar qué tipos de proyectos se abordarán, qué niveles de detalle se incluirán (p.ej., tipos de energía, categorías de mano de obra), y definir el horizonte temporal del proyecto.

Se requieren varios factores tanto a nivel operativo como de recursos humanos para la implementación:

Nivel Operativo

Parametrización Adecuada:

- Adaptar los parámetros del modelo a las especificidades del sector y de la empresa.
- Recolectar datos precisos sobre el consumo de recursos y la duración de las actividades.

Perfiles de Costos:

- Evaluar y definir los costos asociados con el proyecto de la empresa.
- Realizar ajustes estadísticos en el modelo, si es necesario, lo que puede requerir pruebas piloto.

Hardware Recomendado:

- Utilizar un sistema de cómputo adecuado, como un Intel Core i9 9900K 3.6 GHz y 16 GB de RAM de 3200, para facilitar el procesamiento y reducir el tiempo computacional.

Nivel de Recursos Humanos

Equipo Multidisciplinario:

- Formar un equipo que incluya un ingeniero industrial, un analista de datos y un experto en gestión energética.
- Capacitar al equipo para que tengan una visión expandida del alcance del diseño y puedan considerar oportunidades de mejora para el modelo.

Fases de la Implementación

Fase 1: Recopilación de Datos

- Recopilar datos sobre los costos de los recursos energéticos y de mano de obra, así como su disponibilidad. Fuentes de información: bases de datos internas, proveedores de energía, registros de empleados y estudios de mercado.
- Estimar la duración de cada actividad del proyecto y los consumos de recursos. Metodología: análisis histórico de proyectos anteriores, consultas con expertos, y estimaciones basadas en experiencia.
- Detallar las restricciones del proyecto, como fechas límite, dependencias entre tareas y cualquier otro requisito específico. Herramientas: entrevistas con gestores de proyectos, análisis de contratos y normativas.

Fase 2: Modelación Matemática

- Se deben incluir la información recolectada como los parámetros, restricciones específicas relacionadas con el consumo energético y la disponibilidad de mano de obra, entre otros.
- Se deben realizar los ajustes estadísticos en caso de ser necesarios.

Fase 3: Implementación del Modelo

- La codificación del modelo fue realizada en el lenguaje de programación AMPL y el paquete de optimización es CPLEX.
- Emplear el modelo con los datos ingresados para asegurarse de que funcione correctamente y ajuste a los requisitos definidos. Posteriormente, validar y analizar los resultados obtenidos.
- Refinar el modelo basado en los resultados de las pruebas iniciales, ajustando las restricciones y la función objetivo según sea necesario.

Fase 4: Integración y Automatización

- Desarrollo de Interfaz: Crear una interfaz de usuario que facilite la entrada de datos y la interpretación de resultados, utilizando herramientas como dashboards en Python (Dash o Streamlit) o aplicaciones web.
- Se recomienda la automatización de la recolección de datos y la ejecución del modelo para facilitar su uso en proyectos futuros.

Fase 5: Capacitación y Soporte

- Formación de Usuarios: Capacitar a los miembros del equipo y a otros stakeholders en el uso del modelo y la interpretación de sus resultados.
- Documentación: Proveen documentación detallada del modelo y el manual de usuario, guías de solución de problemas.

Fase 6: Monitoreo y Mejora Continua

- Evaluación Periódica: Realizar evaluaciones periódicas del rendimiento del modelo en proyectos reales y recolectar feedback de los usuarios.
- Mejoras Continuas: Implementar mejoras continuas basadas en las evaluaciones y feedback, asegurando que el modelo se mantenga relevante y eficaz.

Fase 7: Reportes y Comunicaciones

- Informe de Resultados: Preparar informes detallados sobre los resultados obtenidos, destacando los beneficios en términos de costos y eficiencia.
- Comunicaciones Regulares: Mantener una comunicación constante con los stakeholders para asegurar que todos estén informados sobre el progreso y los resultados del modelo.

Ventajas de la implementación del diseño

Optimización de Recursos

- Uso Eficiente de la Mano de Obra: Al considerar las tarifas horarias, el modelo asegura que la mano de obra se utilice de manera óptima, reduciendo costos innecesarios y mejorando la eficiencia.
- Gestión Energética: La inclusión de tarifas horarias de energía permite planificar las actividades en horarios con menores costos energéticos, reduciendo significativamente los gastos operativos.

Reducción de la Duración del Proyecto

- Minimización del Tiempo de Ejecución: El modelo está diseñado para encontrar la secuencia óptima de actividades que minimiza la duración total del proyecto, permitiendo cumplir con los plazos de entrega más ajustados.

Flexibilidad y Adaptabilidad

- Aplicabilidad a Diversos Sectores: El modelo es adaptable a distintos tipos de proyectos y sectores industriales, desde construcción hasta tecnología, gracias a su enfoque generalizable.
- Ajuste a Cambios y Condiciones Dinámicas: La capacidad de ajustar las variables y restricciones permite al modelo responder a cambios en la disponibilidad de recursos o a nuevas políticas internas de la empresa.

Mejora en la Toma de Decisiones

- Información Basada en Datos: Al utilizar datos reales de costos y disponibilidades, el modelo proporciona una base sólida para la toma de decisiones estratégicas.

Ahorro de Costos

- Optimización Económica: Al minimizar tanto la duración del proyecto como los costos operativos, la empresa puede lograr una reducción significativa en el presupuesto total del proyecto.
- Eficiencia en la Asignación de Recursos: Al asignar los recursos de manera óptima, se evitan gastos innecesarios.

Limitantes de la implementación del diseño

- Complejidad en la Implementación
 - Requiere Personal Capacitado: La implementación del modelo puede requerir personal con conocimientos avanzados en programación y optimización, lo que puede implicar costos adicionales en capacitación o contratación.

- Infraestructura Tecnológica: Necesidad de contar con herramientas de software y hardware adecuados para ejecutar los algoritmos de optimización.
- Dependencia de Datos Precisos
 - Calidad de los Datos: La efectividad del modelo depende en gran medida de la precisión y calidad de los datos proporcionados por la empresa. Datos inexactos o incompletos pueden llevar a resultados subóptimos.
 - Actualización Continua: Es necesario mantener los datos actualizados para reflejar cambios en costos, disponibilidad de recursos y otros factores relevantes.
- Adaptación Inicial
 - Curva de Aprendizaje: Puede haber una curva de aprendizaje inicial para el personal de la empresa al familiarizarse con el uso y la interpretación de los resultados del modelo.
 - Tiempo de Configuración: La fase inicial de recopilación de datos y configuración del modelo puede ser tiempo intensivo, especialmente para proyectos grandes o complejos.
 - Suposiciones y Aproximaciones: Como todo modelo matemático, el RCPSP se basa en ciertas suposiciones y aproximaciones que pueden no capturar completamente todas las dinámicas y restricciones de la vida real.
 - Escenarios No Contemplados: Situaciones excepcionales o imprevistas pueden no estar completamente contempladas en el modelo, requiriendo ajustes manuales o decisiones adicionales por parte del equipo de proyecto.

Para la fase y la implementación de la metodología VEW-RCPSP se ha realizado un Manual de Usuario, que facilita la comprensión y aplicación de esta. Se remite al lector al Anexo 3.

C. Conclusiones

En este trabajo se aborda el problema de la programación de tareas con recursos restringidos (RCPSP) y se propone una nueva variante denominada Variable-Energy-Work RCPSP (VEW-RCPSP). Esta adaptación considera dos características principales. En primer lugar, se introduce el uso de un generador de energía con tres estados (en proceso, apagado y reposo) y sus transiciones (encendido y apagado), cada uno con diferentes niveles de consumo energético. En segundo lugar, se tienen en cuenta las tarifas horarias tanto de mano de obra como de energía. El objetivo de esta variante es minimizar dos indicadores clave: el makespan y el costo.

Para resolver este problema, se diseñó un modelo de programación lineal entera mixta (MILP) bi-fase con un enfoque específico en la eficiencia energética. La primera fase del modelo prioriza la minimización del makespan, buscando una solución óptima. En la segunda fase, partiendo de la solución obtenida, se enfoca en la minimización de los costos, garantizando la solución previa de la primera fase. Esto se logra mediante la redistribución de las tareas, considerando las precedencias y los recursos de cada actividad. Para validar el modelo propuesto, se utilizaron casos de prueba de la librería PSPLIB, asumiendo que el primer recurso (R1) corresponde al consumo de energía por actividad. Con base en esto, se clasificaron los conjuntos de la librería en tres subconjuntos: aquellos en los que el 33% o menos de las actividades consumen energía, aquellos en los que entre el 33% y el 66% de las actividades consumen energía, y aquellos en los que entre el 66% y el 100% de las actividades consumen energía.

Adicionalmente, se calculó una cota superior empleando una regla de prioridad denominada Most Total Successors (MTS) para reducir el horizonte de planeación y acotar el espacio de búsqueda, con el objetivo de disminuir el tiempo computacional, uno de los principales desafíos del RCPSP clásico.

Después de implementar el modelo propuesto, se observó una reducción significativa en los costos, con una disminución máxima del 6,8% en el conjunto J60 y mínima del 4,5% en el conjunto J30. También se notó que las soluciones infactibles por tiempo son más frecuentes en la optimización de costos, especialmente en conjuntos grandes (J90 y J120). Además, el modelo logra una considerable reducción de costos sin sacrificar recursos en el 99,53% de los casos, aunque la optimización de costos se vuelve más compleja y lenta en conjuntos más grandes.

D. Recomendaciones

Para trabajos futuros, se recomienda profundizar en el impacto ambiental del diseño, incorporando datos precisos sobre la generación de energía por tipo de fuente. Esto generaría una nueva versión del diseño que requerirán adaptaciones a nivel de parámetros, variables de decisión y restricciones. Consecuentemente, los impactos generados por el consumo de energía del proyecto dispondrán de factores de emisión de gases de efecto invernadero más acertados y sus estimaciones serán más precisas.

Dada la complejidad NP-hard del problema VEW-RCPS, se sugiere explorar el uso de metaheurísticas para la optimización de las soluciones en este diseño complejo de programación de proyectos, siguiendo los métodos de solución frecuentemente abordados en la literatura.

Para un enfoque que se acerque más a la realidad de la industria y las organizaciones, podría considerarse la forma multimodal MRCPS del RCPS, una variante en la que una actividad puede tener diferentes modos disponibles para ejecutarse. Este desarrollo de variante podría considerar múltiples objetivos alineados con el enfoque ambiental previamente expuesto. Por ejemplo, para la reducción de emisiones, el modelo podría considerar los modos como las posibles fuentes de generación de energía, cada una asociada a un factor de emisión de GEI que debe ser minimizado. Esto haría que el modelo sea más flexible y robusto, ya que tendría que decidir bajo las restricciones de precedencia y recursos usual, además de incluir una nueva limitación ambiental. También, se propone un análisis de sensibilidad de mayor cobertura aplicado para cada conjunto de la librería PSPLIB para precisar más en el impacto del costo sobre el modelo y otras consideraciones. Finalmente, es importante fomentar la colaboración entre disciplinas, para el desarrollo de soluciones integradas y efectivas que aborden las necesidades actuales y futuras, tal como se plantea en el presente diseño.

A pesar de sus beneficios, la implementación del modelo también enfrenta ciertos desafíos y limitaciones. Requiere personal capacitado en programación y optimización, así como infraestructura tecnológica adecuada para ejecutar los algoritmos de optimización. Además, los desafíos no son solo de infraestructura, también tiene implicaciones en diversos factores humanos, como lo es el agotamiento de los operarios. Al intentar minimizar costos, el modelo puede programar actividades durante la noche o la madrugada para aprovechar tarifas horarias más bajas. Este enfoque puede afectar negativamente el horario de sueño de los trabajadores, conduciendo a un agotamiento físico y mental o incluso puede no tener en cuenta la necesidad de descansos y pausas regulares, lo que puede llevar a una sobrecarga de trabajo. Otra implicación, es que, si bien el modelo se basa en datos reales, existe el riesgo de que estos datos no capturen todos los aspectos relevantes de la realidad laboral. Las decisiones basadas exclusivamente en estos datos pueden pasar por alto factores cualitativos importantes como el clima laboral, la motivación de los empleados y otras dinámicas interpersonales. Esto puede resultar en decisiones que, aunque optimizadas desde una perspectiva matemática, no sean sostenibles o efectivas a largo plazo.

VII. REFERENCIAS

- [1] J. Evler, E. Asadi, H. Preis, and H. Fricke, "Airline ground operations: Schedule recovery optimization approach with constrained resources," *Transp Res Part C Emerg Technol*, vol. 128, p. 103129, 2021, doi: <https://doi.org/10.1016/j.trc.2021.103129>.
- [2] S. A. Banihashemi and M. Khalilzadeh, "Evaluating efficiency in construction projects with the TOPSIS model and NDEA method considering undesirable data," *Iranian Journal of Science and Technology - Transactions of Civil Engineering*, vol. 46, May 2021, doi: 10.1007/s40996-021-00669-w.
- [3] A. Hussain and I. Hussain, "Modeling and multi-objective optimization of time, greenhouse gas emissions, and resources for sustainable construction projects," *Sustain Prod Consum*, vol. 39, pp. 269–284, Jul. 2023, doi: 10.1016/J.SPC.2023.05.019.
- [4] A. Faghih, H. Safari, M. Zandieh, and H. Arbabi, "Environmental Pollutions Assessment by a New Project Scheduling Model under a Fuzzy Environment," *Environmental Energy and Economic Research*, vol. 6, no. 2, pp. 1–19, 2022, doi: 10.22097/eeer.2022.311693.1227.
- [5] D. Morillo Torres, F. Barber, and M. A. Salido, "A new model and metaheuristic approach for the energy-based resource-constrained scheduling problem," *Proc Inst Mech Eng B J Eng Manuf*, vol. 233, no. 1, pp. 293–305, Jan. 2019, doi: 10.1177/0954405417711734.
- [6] M. M. Aghelinejad, Y. Ouazene, and A. Yalaoui, "Production scheduling optimisation with machine state and time-dependent energy costs," *Int J Prod Res*, vol. 56, no. 16, pp. 5558–5575, Aug. 2018, doi: 10.1080/00207543.2017.1414969.
- [7] H. F. Rahman, R. K. Chakraborty, S. Elsayah, and M. J. Ryan, "Energy-efficient project scheduling with supplier selection in manufacturing projects," *Expert Syst Appl*, vol. 193, p. 116446, May 2022, doi: 10.1016/J.ESWA.2021.116446.

- [8] IEA Internacional Energy Agency, “Electricity 2024 - Analysis and forecast to 2026,” Jan. 2024. [Online]. Available: <https://iea.blob.core.windows.net/assets/6b2fd954-2017-408e-bf08-952fdd62118a/Electricity2024-Analysisandforecastto2026.pdf>
- [9] UPME, “Proyección de la demanda de energía eléctrica, potencia máxima y gas natural,” *Unidad de Planeación Minero-Energética*, Jan. 2024, [Online]. Available: <https://www1.upme.gov.co/>
- [10] IEA Internacional Energy Agency, “Electricity 2024 - Analysis and forecast to 2026,” Jan. 2024. [Online]. Available: <https://iea.blob.core.windows.net/assets/6b2fd954-2017-408e-bf08-952fdd62118a/Electricity2024-Analysisandforecastto2026.pdf>
- [11] J. Wglarz, J. Józefowska, M. Mika, and G. Waligóra, “Project scheduling with finite or infinite number of activity processing modes - A survey,” *European Journal of Operational Research*, vol. 208, no. 3, pp. 177–205, Feb. 01, 2011. doi: 10.1016/j.ejor.2010.03.037.
- [12] D. Morillo Torres and F. A. Barber Sanchís Miguel Salido Gregorio, “Eficiencia Energética en la Programación de Tareas con Recursos Restringidos,” 2017.
- [13] D. Morillo, L. Moreno, and J. Díaz, “Metodologías Analíticas y Heurísticas para la Solución del Problema de Programación de Tareas con Recursos Restringidos (RCPSP): una revisión. Parte 1,” *Ing Cienc*, vol. 10, no. 19, pp. 247–271, 2014, [Online]. Available: <http://www.eafit.edu.co/ingciencia>
- [14] J. Blazewicz, J. K. Lenstra, and A. H. G. R. Kan, “Scheduling subject to resource constraints: classification and complexity,” *Discrete Appl Math (1979)*, vol. 5, no. 1, pp. 11–24, Jan. 1983, doi: 10.1016/0166-218X(83)90012-4.
- [15] D. Morillo, L. Moreno, and J. Díaz, “Metodologías Analíticas y Heurísticas para la Solución del Problema de Programación de Tareas con Recursos Restringidos (RCPSP): una revisión. Parte 2,” *Ing Cienc*, vol. 10, no. 20, pp. 203–227, 2014, [Online]. Available: <http://www.eafit.edu.co/ingciencia>
- [16] S. Wang, M. Liu, F. Chu, and C. Chu, “Bi-objective optimization of a single machine batch scheduling problem with energy cost consideration,” *J Clean Prod*, vol. 137, pp. 1205–1215, Nov. 2016, doi: 10.1016/J.JCLEPRO.2016.07.206.
- [17] N. Raúl and O. Pimiento, “Modelo de solución al problema de programación de proyectos de desarrollo de nuevos productos con recursos restringidos, inserción de tareas y duración aleatoria,” 2020. [Online]. Available: <https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/77448/91259634.2020.pdf?sequence=5&isAllowed=y>
- [18] T. Samukawa and H. Suwa, “An optimization of energy-efficiency in machining manufacturing systems based on a framework of multi-mode RCPSP,” *International Journal of Automation Technology*, vol. 10, no. 6, pp. 985–992, Nov. 2016, doi: 10.20965/ijat.2016.p0985.
- [19] S. A. Mirnezami, R. Tavakkoli-Moghaddam, R. Shahabi-Shahmiri, and M. Ghasemi, “An integrated chance-constrained stochastic model for a preemptive multi-skilled multi-mode resource-constrained project scheduling problem: A case study of building a sports center,” *Eng Appl Artif Intell*, vol. 126, Nov. 2023, doi: 10.1016/j.engappai.2023.106726.
- [20] H. Kang, S. Jung, H. Kim, J. Hong, J. Jeoung, and T. Hong, “Multi-objective sizing and real-time scheduling of battery energy storage in energy-sharing community based on reinforcement learning,” *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 185, Oct. 2023, doi: 10.1016/j.rser.2023.113655.
- [21] M. Moradi, A. Hafezalkotob, and V. Ghezavati, “Robust resource-constrained project scheduling problem of the project’s subcontractors in a cooperative environment under uncertainty: Social complex construction case study,” *Comput Ind Eng*, vol. 133, pp. 19–28, Jul. 2019, doi: 10.1016/j.cie.2019.04.046.
- [22] X. Zhang, S. Ma, and S. Chen, “Healthcare service configuration based on project scheduling,” *Advanced Engineering Informatics*, vol. 43, Jan. 2020, doi: 10.1016/j.aei.2020.101039.
- [23] P. Nesbitt *et al.*, “Underground mine scheduling under uncertainty,” *Eur J Oper Res*, vol. 294, no. 1, pp. 340–352, Oct. 2021, doi: 10.1016/j.ejor.2021.01.011.
- [24] R. Kolisch and R. Padman, “An integrated survey of deterministic project scheduling,” *Omega (Westport)*, vol. 29, pp. 249–272, Jun. 2001, doi: 10.1016/S0305-0483(00)00046-3.

- [25] CELSIA, “COSTO UNITARIO DE PRESTACIÓN DEL SERVICIO - CU Y TARIFAS APLICADAS (\$/kWh)”, [Online]. Available: <https://www.celsia.com/wp-content/uploads/2024/01/ENE-16-P-CELSIA-TARIFAS-MC%C2%BF.pdf>
- [26] L. He and Y. Zhang, “Bi-objective Optimization of RCPSP under Time-of-use Electricity Tariffs,” *KSCE Journal of Civil Engineering*, vol. 26, no. 12, pp. 4971–4983, Dec. 2022, doi: 10.1007/s12205-022-0095-4.
- [27] F. Shrouf, J. Ordieres-Meré, A. García-Sánchez, and M. Ortega-Mier, “Optimizing the production scheduling of a single machine to minimize total energy consumption costs,” *J Clean Prod*, vol. 67, pp. 197–207, Mar. 2014, doi: 10.1016/J.JCLEPRO.2013.12.024.
- [28] B. Du, T. Tan, J. Guo, Y. Li, and S. Guo, “Energy-cost-aware resource-constrained project scheduling for complex product system with activity splitting and recombining,” *Expert Syst Appl*, vol. 173, p. 114754, Jul. 2021, doi: 10.1016/J.ESWA.2021.114754.
- [29] J. Y. Moon and J. Park, “Smart production scheduling with time-dependent and machine-dependent electricity cost by considering distributed energy resources and energy storage,” in *International Journal of Production Research*, Taylor and Francis Ltd., 2014, pp. 3922–3939. doi: 10.1080/00207543.2013.860251.
- [30] H. Okubo, T. Miyamoto, S. Yoshida, K. Mori, S. Kitamura, and Y. Izui, “Project scheduling under partially renewable resources and resource consumption during setup operations,” *Comput Ind Eng*, vol. 83, pp. 91–99, May 2015, doi: 10.1016/J.CIE.2015.02.006.
- [31] R. Kolisch and R. Padman, “An integrated survey of deterministic project scheduling,” *Omega (Westport)*, vol. 29, no. 3, pp. 249–272, Jun. 2001, doi: 10.1016/S0305-0483(00)00046-3.
- [32] C. Artigues, “On the strength of time-indexed formulations for the resource-constrained project scheduling problem,” *Operations Research Letters*, vol. 45, no. 2, pp. 154–159, Mar. 2017, doi: 10.1016/j.orl.2017.02.001.
- [33] K. Joshi, K. Jain, and V. Bilolikar, “A VNS-GA-based hybrid metaheuristics for resource constrained project scheduling problem,” 2016.
- [34] A. Lim, H. Ma, B. Rodrigues, S. T. Tan, and F. Xiao, “New meta-heuristics for the resource-constrained project scheduling problem,” *Flex Serv Manuf J*, vol. 25, no. 1–2, pp. 48–73, Jun. 2013, doi: 10.1007/s10696-011-9133-0.
- [35] R. Zamani, “A competitive magnet-based genetic algorithm for solving the resource-constrained project scheduling problem,” *Eur J Oper Res*, vol. 229, no. 2, pp. 552–559, Sep. 2013, doi: 10.1016/J.EJOR.2013.03.005.
- [36] M. Mobini, Z. Mobini, and M. Rabbani, “An Artificial Immune Algorithm for the project scheduling problem under resource constraints,” in *Applied Soft Computing Journal*, Mar. 2011, pp. 1975–1982. doi: 10.1016/j.asoc.2010.06.013.
- [37] S. Proon and M. Jin, “A Genetic Algorithm with Neighborhood Search for the Resource-Constrained Project Scheduling Problem,” *Naval Research Logistics (NRL)*, vol. 58, Mar. 2011, doi: 10.1002/nav.20439.
- [38] R. Klein, “Project scheduling with time-varying resource constraints,” *Int J Prod Res*, vol. 38, no. 16, pp. 3937–3952, Nov. 2000, doi: 10.1080/00207540050176094.
- [39] A. De Meyer, C. Ottevaere, J. Orshoven, and D. Cattrysse, *Towards sustainable biomass-for-bioenergy supply chains by trading off between multiple objectives*. 2015.
- [40] AMPL, “CPLEX.” [Online]. Available: <https://portal.ampl.com/~dmg/netlib/ampl/solvers/cplex/README.cplex>
- [41] UPME, “Calculadora de emisiones Fecoc.” [Online]. Available: https://www.upme.gov.co/calculadora_emisiones/aplicacion/calculadora.html?#

VIII. ANEXOS

Tabla 14. Anexos

No. Anexo	Nombre	Desarrollo (propio o terceros)	Tipo de Archivo (PDF, HTLM, Excel, Word...)
1	20241201 - Anexo 1. ResultadosVEW-RCPSP	Propio	Excel
2	20241201 - Anexo 2. Carpeta que incluye adaptación de la PSPLIB y archivos “.dat” para modelos de AMPL	Propio	Disponible en: https://mega.nz/folder/NYIGISQB#K57ugAzeuASv3ILEISQrQ
3	20241201 - Anexo 3. Manual del Usuario	Propio	PDF