



VIGILADA MINEDUCACIÓN Res. 12220 de 2016

**ANÁLISIS COMPARATIVO DE LOS EFECTOS DEL EMPLEO DEL MÉTODO
DE POLYA EN LA RESOLUCIÓN DE UNA SITUACIÓN-PROBLEMA GEOMÉTRICA
EN GRADO 7° DE UNA INSTITUCIÓN EDUCATIVA OFICIAL EN EL CERRITO,
VALLE DEL CAUCA**

JOSÉ GREGORIO GIRALDO JIMÉNEZ

**PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA
FACULTAD DE HUMANIDADES Y CIENCIAS SOCIALES
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
SANTIAGO DE CALI, 2021**

**ANÁLISIS COMPARATIVO DE LOS EFECTOS DEL EMPLEO DEL MÉTODO
DE POLYA EN LA RESOLUCIÓN DE UNA SITUACIÓN-PROBLEMA GEOMÉTRICA
EN GRADO 7° DE UNA INSTITUCIÓN EDUCATIVA OFICIAL EN EL CERRITO,
VALLE DEL CAUCA**

JOSÉ GREGORIO GIRALDO JIMÉNEZ

DIRECTOR:

ALEXANDER TOVAR AGUIRRE Mg.

**PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA
FACULTAD DE HUMANIDADES Y CIENCIAS SOCIALES
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
SANTIAGO DE CALI, 2021**

ARTICULO 23 de la Resolución No. 13 del 6 de Julio de 1946, del Reglamento de la Pontificia Universidad Javeriana.

“La Universidad no se hace responsable por los conceptos emitidos por sus alumnos en sus trabajos de Tesis. Solo velará porque no se publique nada contrario al dogma y la moral católica y porque las Tesis no contengan ataques o polémicas puramente personales; antes bien, se vea en ellas el anhelo de buscar la Verdad y la Justicia”.

Nota de Aceptación

ALEXANDER TOVAR AGUIRRE
Director Trabajo de Grado

HAROLD CASTILLOSÁNCHEZ
JURADO 1

HUGO FERNANDO PARDO
JURADO 2

Santiago de Cali, Febrero de 2021

AGRADECIMIENTOS

Cada que escalono un peldaño en mi vida personal, familiar, académica y profesional, siempre doy gracias a **Dios** y a **María Santísima** por sus bendiciones y este es uno de esos momentos para decir ¡**gracias!**

Agradezco a mi esposa **Paola Andrea**, por su amor, cariño, apoyo, paciencia y preocupación para con todo mi proceso; a mi Padre que me enseñó que cuando las cosas son difíciles hay que colocarles el pecho y enfrentarlas; a mi madre que desde el cielo me cuida, porque con su ejemplo, su tenacidad y su respeto hacia los demás es y será siempre mi camino a seguir; a mi hermana, mi sobrina y mis cuñados por su apoyo, algunos desde la distancia; a mis suegros que desde el cielo me observan culminar esta etapa de la cual ellos en vida fueron partícipes diciéndome “adelante José usted puede; ah José y sus íes”; a mi familia y amigos por sus palabras de aliento para no decaer y continuar.

Gracias a la Gobernación del Valle del Cauca, por su proyecto F.A.N para el mejoramiento de las practicas pedagógicas de los docentes de las I.E oficiales del departamento, del cual hice parte; a la P. U. Javeriana-Cali por abrir y brindar el espacio del saber; a mi mentor, Alexander Tovar Aguirre, quien con su experiencia abordó mi proceso y guio mis pasos de una manera asertiva, paciente y dinámica; a mis profesores, compañeros, por compartir sus conocimientos y permitir un aprendizaje colaborativo y cooperativo.

Gracias a mi Institución Educativa Oficial de El Cerrito, en cabeza del rector Esp. Tito Gerardo Castillo Bolaños, por brindarme los espacios necesarios para llevar a cabo mi proceso de formación y aplicación de mi trabajo de grado; a mis colegas, que aportaron su granito de arena para con mi labor; a todos mis estudiantes, que me apoyaron participando activamente de las actividades y momentos propuestos.

Tabla de contenido

Resumen.....	11
1. Introducción.....	12
1.1 Planteamiento del problema.....	13
1.2 Antecedentes de investigación	18
1.3 Pregunta de Investigación	24
1.4 Objetivos de investigación	25
1.4.1 Objetivo general	25
1.4.2 Objetivos específicos	25
1.5 Justificación.....	25
1.6 Marco teórico	27
1.6.1 Enfoque Pedagógico Constructivista	28
1.6.2 El Método de Polya.....	30
1.6.3 El pensamiento espacial, el sistema métrico-geométrico.....	31
1.6.4 Resolución de problemas.	33
1.6.5 Las habilidades cognitivas y metacognitivas	34
2. Método	35
2.1 Tipo y diseño.....	35
2.2 Participantes	36
2.3 Instrumentos	36

2.4 Procedimiento.....	39
2.5 Datos	41
2.6 Consideraciones éticas	42
3. Resultados	44
3.1 Comparación de resultados pretest y postest	45
3.2 Comparación de resultados pretest y postest por ítem.....	46
3.3 Descripción programa de intervención	54
3.3.1 Etapa de instrucción.....	55
3.3.2 Etapa de modelación	55
3.3.3 Etapa de participación guiada.....	59
3.3.4 Etapa de apropiación.....	62
3.4 Análisis de resultados	66
4. Discusión	71
4.1 Conclusiones y recomendaciones.....	76
Referencias bibliográficas	79
Anexos	91

Lista de tablas

Tabla 1	14
Tabla 2	16
Tabla 3	17
Tabla 4	30
Tabla 5.....	45
Tabla 6. Sistematización didáctica etapa de Instrucción del programa de intervención	99
Tabla 7. Sistematización didáctica etapa de Modelación del programa de intervención	102
Tabla 8. Sistematización didáctica etapa de Participación Guiada del programa de intervención	109
Tabla 9. Sistematización didáctica etapa de Apropiación del programa de intervención	113
Tabla 10. Diario de Campo Etapa de Instrucción	116
Tabla 11. Diario de Campo Etapa de Modelado	117
Tabla 12. Diario de Campo Etapa de Participación Guiada	120
Tabla 13. Diario de Campo Etapa de Apropiación	123

Lista de figuras

Figura 1. Resultados pregunta No 1 del Pre test y del Pos test.....	46
Figura 2. Resultados pregunta No 2 del Pre test y del Pos test.....	46
Figura 3. Resultados Pregunta No 3 Pre test y Pos test.....	47
Figura 4. Resultados pregunta No 4 Pre test y Pos test.....	47
Figura 5. Resultados Pregunta No 5 Pre test y Pos test.....	48
Figura 6. Resultados pregunta No 6 Pre test y Pos test.....	49
Figura 7. Resultados pregunta No 7 Pre test y Pos test.....	49
Figura 8. Resultados pregunta No 8 Pre test y Pos test.....	50
Figura 9. Resultados pregunta No 9 Pre test y Pos test.....	51
Figura 10. Resultados pregunta No 10 Pre test y Pos test.....	51
Figura 11. Registro valorativo situación problema etapa de modelado.....	58
Figura 12. Resultados situación problema etapa de Apropiación.....	63

Lista de anexos

Anexo 1. Prueba de conocimiento específico que será aplicada a los dos grupos indagados.	91
Anexo 2. Pre-test que será aplicado a los dos grupos analizados	95
Anexo 3. Protocolo de Intervención aplicado al grupo experimental	99
Anexo 4. Diario de Campo intervención.....	116
Anexo 5. Rúbrica de evaluación.	126
Anexo 6. Post-test que será aplicado a los dos grupos estudiados	127
Anexo 7. Autorización Grupo Educativo Helmer Pardo.	131
Anexo 8. Consentimiento informado dirigido a los padres de familia de los estudiantes partícipes del estudio a realizar	132
Anexo 9. Evidencias de la etapa de modelación.	133
Anexo 10. Evidencias de la etapa de participación guiada.....	135
Anexo 11. Evidencias etapa de apropiación.	139

Resumen

Se presenta un análisis comparativo sobre los efectos del empleo del método de Polya en la resolución de una situación-problema geométrico entre estudiantes de grado 7° de una institución educativa en El Cerrito, Valle del Cauca. Se utilizó una muestra de 50 estudiantes divididos en dos grupos (experimental y control).

Metodológicamente, se presenta una investigación cualitativa de tipo descriptivo con un diseño cuasi experimental, desarrollado en tres fases: diagnóstico situacional aplicando el Pre-test; desarrollo del programa de intervención con apoyo del método de Polya; y Pos-test, con el objetivo de establecer la efectividad del mismo.

Los resultados arrojaron diferencias estadísticas significativas para el grupo experimental, evidenciando así la efectividad del programa de intervención con apoyo de estrategias sistémicas de pensamiento. Se concluye que el programa de intervención con apoyo del método de Polya favorece como soporte del proceso de enseñanza y de aprendizaje en la resolución de situaciones problema geométrico y colabora como aporte significativo para el contexto de los estudiantes y al modelo pedagógico de la Institución Educativa abordada.

Palabras claves: Método de Polya, resolución de problemas, competencia matemática, pensamiento geométrico.

Abstract

A comparative analysis is presented on the effects of the use of the Polya method in the resolution of a geometric problem-situation among 7th grade students of an educational institution in El Cerrito, Valle del Cauca. A sample of 50 students divided into two groups (experimental and control) was used.

Methodologically, a descriptive qualitative research is presented with a quasi-experimental design, developed in three phases: situational diagnosis applying the Pre-test; development of the intervention program with the support of the Polya method; and Post-test, in order to establish its effectiveness.

The results yielded significant statistical differences for the experimental group, thus evidencing the effectiveness of the intervention program supported by systemic thinking strategies. It is concluded that the intervention program with the support of the Polya method favors as support of the teaching and learning process in solving geometric problem situations and collaborates as a significant contribution to the context of the students and to the pedagogical model of the Educational Institution addressed.

Keywords: Polya method, problem solving, mathematical competence, geometric thinking.

1. Introducción

Este trabajo de investigación se llevó a cabo en la Sede Central de una Institución Educativa perteneciente al sector oficial del municipio de El Cerrito en el Valle del Cauca, evaluando la incorporación del método de Polya (1981) para la resolución de problemas geométricos que exigen el uso de los conceptos de área, perímetro y volumen en figuras planas y sólidos geométricos. La incorporación de este método por parte de los estudiantes se propone como una forma de fortalecer su desempeño en diferentes situaciones que impliquen conocimiento métrico-geométrico. Este desempeño, según lo indican pruebas externas (saber 5° y Gobernación del Valle; datos entre 2015-2017) se ubica en un nivel bajo para el caso de la institución educativa en mención.

En la práctica pedagógica cotidiana se observa que, durante la solución de problemas matemáticos, los estudiantes no demuestran el uso de una estrategia clara de solución de problemas

y es allí donde se ha localizado la intervención de esta investigación. Se propone así una secuencia de aprendizaje fundamentada en conceptos constructivistas que se orienta a la comprensión y práctica del método heurístico de Polya (1981) como estrategia de resolución de situaciones-problemas geométricas que implican el uso de conceptos como área, perímetro y volumen.

Estructuralmente, los resultados de la implementación de la secuencia didáctica se presentan de forma detallada en el capítulo 3. Previamente, se establecen los linderos conceptuales que demarcan el problema de investigación propuesto (Cap. 1) y la metodología utilizada para abordar dicho problema (Cap. 2). En el capítulo 4 (discusión) se analizan los resultados y se ensayan algunas interpretaciones a la luz de la literatura previa. El informe termina con algunas conclusiones, implicaciones y recomendaciones para futuras investigaciones.

1.1 Planteamiento del problema

El Ministerio de Educación Nacional (en adelante MEN) desde el año 2002 inició el proceso de evaluación anual de los estudiantes de grado 5° y 9° en las áreas de Matemáticas y Lenguaje, con el objetivo de detectar en aras de conocer la efectividad de las metodologías utilizadas, mediante la aplicación realizada de los saberes y cómo, a partir de los resultados obtenidos, las instituciones educativas pueden establecer planes de mejoramiento, reestructuración curricular, así como una aproximación clara y definida a los estándares, a las matrices de referencia y a los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) propuestos en 2015 por las autoridades educativas nacionales (MEN, 2009). Esto fue regulado en el 2009 mediante la Guía N° 33, que menciona la organización del sistema educativo. Es de destacar con respecto a dicha publicación, el ítem 3 (numeral 3.3) que concierne a la calidad educativa, enfatizando en el literal A, lo referente a la evaluación de la educación y en el literal B, lo atinente a la evaluación de estudiantes.

En este contexto, la I E oficial de El Cerrito, en el año 2015, presentó una evaluación asignada por la Secretaría de Educación Departamental como parte de una intervención mediante el proyecto de regalías denominado *Fortalecimiento de los Procesos Pedagógicos para el Mejoramiento de la Calidad Educativa en los Establecimientos Educativos Oficiales del Valle del Cauca - Gobernación del Valle del Cauca*, dando cumplimiento a la guía N° 33.

La evaluación se realizó con estudiantes de grado quinto, para determinar hasta qué punto el sistema educativo oficial estaba posibilitando que los estudiantes alcancen los estándares asociados con los aprendizajes esperados, obteniendo los siguientes resultados.

Tabla 1

Informe de resultados en geometría (componente: pensamiento espacial y sistemas métrico-geométricos)

Ítems evaluados	% de estudiantes que NO contestaron de manera correcta las preguntas realizadas		
	2015	2016	2017
Identifica unidades tanto estandarizadas como no convencionales apropiadas para diferentes mediciones y establece relaciones entre ellas.	68%	65%	58%
Establece relaciones entre los atributos mesurables de un objeto o evento y sus respectivas magnitudes.	56%	36%	56%
Construye y descompone figuras planas y sólidos a partir de condiciones dadas.	52%	26%	35%
Relaciona objetos tridimensionales y sus propiedades con sus respectivos desarrollos planos.	N.A.	61%	51%
Resuelve problemas utilizando diferentes procedimientos de cálculo para hallar medidas de superficies y volúmenes.	N.A.	N.A.	55%

Resuelve problemas que requieren reconocer y usar magnitudes y sus respectivas unidades en situaciones aditivas y multiplicativas.	N.A.	N.A.	80%
Utiliza relaciones y propiedades geométricas para resolver problemas de medición.	56%	66%	65%
Usa representaciones geométricas y establece relaciones entre ellas para solucionar problemas.	63%	60%	64%

Fuente: Secretaría de Educación Departamental (2018).

En la Tabla 1, la proporción de estudiantes que fallan va desde 26% al 80%, es decir, 8 de cada 10. En respuesta a lo anterior, la IE oficial de El Cerrito, mediante el consejo académico, creó en 2018 una estrategia denominada Prueba Diagnóstica, esta se realiza al inicio del año lectivo con el fin de establecer conocimientos y habilidades de los educandos en las diferentes áreas. Es de anotar que, cuando los estudiantes se enfrentan a diferentes tipos de preguntas relacionadas con situaciones-problema en el marco de pruebas estandarizadas de carácter interno (evaluaciones diagnósticas, evaluaciones con preguntas de elección múltiple y evaluaciones de aprovechamiento académico) y externo (Pruebas Saber¹ y Pruebas Supérate²) presentan dificultades para la aplicación de conocimientos y conceptos en el marco de dichas situaciones-problema.

Ejemplo de esta situación, se apreció en los resultados más recientes arrojados por las pruebas diagnósticas aplicadas a los estudiantes de grado 7° de la institución en los años 2018 y 2019, donde se continuaron presentando altos porcentajes de respuestas incorrectas; esto evidencia inconvenientes en cuanto a la claridad y precisión de los conocimientos previos, básicos y

¹ Pruebas realizadas por el MEN y aplicadas por medio del ICFES todos los años a los estudiantes de los grados 3°, 5°, 9° y 11° para conocer el estado de desarrollo de las competencias básicas.

² Pruebas realizadas por el MEN para promover las competencias de Matemáticas y Lenguaje. A partir de 2018, todos los estudiantes de los grados 2° a 11° pueden participar.

fundamentales con que deben contar al cursar un nuevo año lectivo, y en lo relativo al establecimiento de relaciones con el saber en ámbitos o circunstancias específicas (ver tablas 2 y 3).

Tabla 2 .

Resultados de prueba diagnóstica aplicada al grado 7° de la IE Oficial de El Cerrito en 2018

Indicador Para Evaluar	pregunta	Correcto	Incorrecto	% Correctos	% Incorrectos
Construye y descompone figuras planas y sólidos a partir de condiciones dadas.	1	35	10	77,8%	22,2%
	2	28	17	66,2%	33,8%
	3	30	15	66,7%	33,3%
Resuelve problemas utilizando diferentes procedimientos de cálculo para hallar medidas de superficies y volúmenes.	4	12	33	26,7%	73,3%
	5	15	30	33,3%	66,7%
	6	13	32	28,9%	71,1%
	7	17	28	37,8%	62,2%
Usa representaciones geométricas y establece relaciones entre ellas para solucionar problemas.	8	20	25	44,4%	55,6%
	9	22	23	48,8%	51,2%
	10	19	26	42,2%	57,8%

Fuente: Secretaría Académica de IE Oficial de El Cerrito (2018).

Tabla 3.

Resultados de prueba diagnóstica aplicada al grado 7° de la IE Oficial de El Cerrito en

2019

Indicador Para Evaluar	Pregunta	Correcto	Incorrecto	% Correctos	% Incorrectos
Construye y descompone figuras planas y sólidos a partir de condiciones dadas.	1	30	7	81,1	18,9
	2	34	3	91,9	8,1
	3	37	0	100,0	0,0
Resuelve problemas utilizando diferentes procedimientos de cálculo para hallar medidas de superficies y volúmenes.	4	14	23	37,8	62,2
	5	12	25	32,4	67,6
	6	15	22	40,5	59,5
	7	13	24	35,1	64,9
Utiliza relaciones y propiedades geométricas para resolver problemas de medición.	8	12	25	32,4	67,6
	9	10	27	27,0	73,0
	10	10	27	27,0	73,0

Fuente: Secretaría Académica de IE Oficial de El Cerrito, 2019.

Se evidencia que los estudiantes de grado séptimo de la IE Oficial de El Cerrito, presentan dificultades en el aprendizaje de las matemáticas, específicamente en la solución de situaciones-problema desarrolladas en el pensamiento espacial y los sistemas métrico-geométrico con aplicación en los conceptos de área, perímetro y volumen. Por tal motivo, se presenta la investigación realizada; tanto con la intención de identificar las dificultades que presentan los estudiantes cuando resuelven situaciones-problema en el área de matemáticas y particularmente en la geometría, así como tener un panorama general del estado de la cuestión acerca del tema, indagando en la literatura especializada al respecto.

1.2 Antecedentes de investigación

Los diferentes estudios encontrados relevantes para la presente investigación se han organizado en cinco grandes temas, descritos a continuación.

- **Factores cognitivos asociados a los problemas de comprensión en las situaciones-problema de tipo matemático-geométrico:** los trabajos analizados, exponen metodologías de tipo cualitativo y descriptivo, orientándose a la comprensión de la ejecución de los estudiantes frente a problemas de tipo matemático-geométrico. Franchi y Hernández (2004) se interesaron por los tipos de errores que cometen los estudiantes universitarios al realizar procedimientos matemáticos; en tanto que Arévalo (2009) se orientó a comprender el propio proceso de solución de estudiantes de séptimo grado considerando diferentes formas de representación de un problema. A su vez, Boscán y Klever (2012) introdujeron el método de Polya en la enseñanza en estudiantes de séptimo grado, para observar si esto generaba alguna diferencia.

Los resultados obtenidos, evidencian que hay errores de procedimiento en la solución de problemas matemáticos, atribuibles a una débil formación en el conocimiento relevante (Franchi y Hernández, 2004); o que las propias formas de los profesores presentar los problemas pueden dificultar la comprensión y representación del problema para el propio estudiante (Arévalo, 2009). Parece que las dificultades cognitivas, pueden solucionarse parcialmente con la introducción de una metodología de trabajo que sistemáticamente acompañe la ejecución. Esto muestran los resultados de Boscán y Klever (2012), al observar mejoras en los estudiantes intervenidos.

La relevancia de los autores mencionados, radica en que exponen el reconocimiento del error como parte del proceso de enseñanza-aprendizaje y no como una situación indeseada; además, evidencian que la introducción de una forma de pensamiento sistemático ayuda a la solución de problemas matemáticos, implica verificar los conocimientos que subyacen al uso del procedimiento, de lo

contrario el desempeño no será adecuado. Los estudios muestran que, si bien no hay una única forma de crear los enunciados que se le presentan al estudiante, el docente debe cuidar su construcción para favorecer una mejor instrucción.

- **Procedimientos de enseñanza-aprendizaje en matemáticas-geometría:** los trabajos analizados se centran en metodologías mixtas, con diseños cuasiexperimentales, descriptivos y proyectos didácticos. Sáenz, Patiño y Robles (2017) desarrollaron una investigación con el objetivo de analizar el desarrollo de competencias matemático-geométrico, haciendo uso del método de Polya, entre estudiantes de quinto grado. Los resultados muestran mejoras significativas en el desempeño de competencias, concluyéndose que esta estrategia es eficaz. Por su parte, Alsina, Novo y Moreno (2016) reconocen que los estudiantes descubren en su entorno más cercano aspectos vinculables al conocimiento de la geometría, concluyendo que hay una amplia apreciación de patrones geométricos, transformaciones y estética de las formas. Para Aravena, Gutiérrez y Jaime (2016), las estrategias de enseñanza- aprendizaje de la geometría y el razonamiento matemático por medio del modelo Van Hiele, muestran una diferencia positiva a favor de método.

A estos estudios se suman los de Escalante (2015) y Rodríguez y Yangli (2016) y Turizo (2014) los dos primeros con metodologías descriptivas y el tercero con enfoque mixto; bajo el objetivo de proponer el desarrollo del método de Polya como estrategia en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática y la geometría tanto para estudiantes de básica primaria como de básica secundaria. Los resultados de los dos primeros estudios demuestran que los diversos procesos del método aportan al trabajo analítico de los estudiantes, en cuanto a reflexiones racionales, compartir ideas, formular intereses y criterios que fortalecen el trabajo en equipo. Concluyen que es posible disminuir el temor, la apatía, la desconcentración y demás rezagos que suelen asociarse a la matemática. El tercero presenta una estrategia didáctica para el aprendizaje

de la geometría y la estadística; demostrando que el modelo constructivista activo y el aprendizaje basado en problemas, son alternativas viables para abordar la enseñanza.

En tanto, Morales (2012) realizó un proyecto didáctico, a fin de ampliar las competencias matemáticas entre estudiantes de séptimo grado. Los resultados mostraron tres fenómenos didácticos que ocasionan errores y dificultades: estereotipos, falta de congruencia temática y pocas clasificaciones inclusivas. Concluye que es necesario adaptar los problemas y la enseñanza al contexto. Los estudios mencionados en los párrafos anteriores, aportaron significativamente al desarrollo de esta investigación, en tanto conforman un corpus robusto de análisis, en el que los estudiantes son objeto de estudio bajo condiciones bien diseñadas, al tiempo que se toman grupos de control, de tal forma que presentan un ejemplo constatable de la manera en metodologías alternativas como Polya y Van Hiele, son válidas para generar diseños didácticos, destacando la curiosidad del estudiante, el trabajo en equipo y la apreciación del entorno con ojos matemáticos.

- **Las estrategias metodológicas en el aprendizaje de geometría y matemáticas:** en este punto priman las investigaciones de tipo observacional, semióticos, cognitivos, revisiones bibliográficas y metodologías inductivas cuasiexperimentales. Rodríguez, Gregori, Riveros y Aceituno (2017), analizaron estrategias para la enseñanza-aprendizaje de la matemática entre estudiantes talentosos, pudiendo establecer que las estrategias de ensayo y error, búsqueda de patrones y elaboración de listas, ayudan a los estudiantes a resolver problemas; concluyendo que los recursos operatorios son diversos y es tarea del docente potenciarlos. Fabres (2016), establece qué estrategias metodológicas son más viables en la enseñanza-aprendizaje de la geometría, entre docentes de secundaria. Los resultados muestran que se prioriza la definición de conceptos y el uso de pedagogías tradicionales (explicar el ejercicio y que los estudiantes lo repliquen). Concluyen que metodologías más activas como el modelo de Van Hiele, son poco conocidas.

Galeano (2015), con el objetivo de realizar un acercamiento al uso de figuras geométricas para generar una propuesta de enseñanza, refuerza tres procesos cognitivos: visualización, razonamiento y construcción; dando como resultado características a tener en cuenta cuando se recrean situaciones sobre pensamiento espacial. Mientras tanto, Barrantes y Balletbo (2012), plantearon la necesidad de cambio hacia metodologías activas. Presentan un objetivo centrado en la promoción del aprendizaje significativo, activo en y desde la didáctica de la matemática. Los resultados muestran que los profesores priorizan la enseñanza tradicional.

Por último, Alonso (2011), presenta una investigación para analizar el desarrollo del pensamiento espacial y del sistema geométrico con apoyo en el modelo Van Hiele, entre estudiantes de sexto grado; evidenciando que las herramientas informáticas, los talleres en donde se presente interrelación entre docentes y estudiantes, con un fundamento lúdico, son fundamentales para enseñar un camino más ameno. La relevancia de los estudios mencionados, transita en la construcción, visualización y razonamiento como procesos claves en el análisis y resolución de situaciones-problema en geometría, exigiendo acciones encaminadas a fortalecer y mejorar dichos elementos en los educandos, en lo cual, el método heurístico de Polya se constituye en una alternativa que posibilita dar continuidad al fortalecimiento y potencialización del enfoque pedagógico constructivista.

- **Métodos para la solución de problemas:** los estudios de este tema se ubican en metodologías mixtas y descriptivas. Bermúdez (2018), establece las dificultades del proceso de enseñanza-aprendizaje tradicional de la geometría, reconociendo que el énfasis teórico-conceptual contribuye al detrimento del aprendizaje experiencial, vivencial, activo y relacional. Los resultados le permitieron reconocer que es necesario proponer metodologías que desarrollen un pensamiento lógico-matemático, en la resolución de problemas. En tanto, Bermúdez (2017), analiza cuál es la

influencia metodológica de las situaciones problematizadoras en el desarrollo del pensamiento espacial. Los resultados muestran que hay pocas situaciones problematizadoras para potenciar este pensamiento; de donde concluye que se deben considerar los presaberes del estudiante antes de presentar problemas copiados literalmente de los programas de curso.

González (2014), investiga la resolución de problemas, desarrollados por docentes de primaria, con el objetivo de plantear propuestas de intervención educativa; los resultados obtenidos le permiten afirmar que las estrategias no siempre van a tener el mismo efecto en una población heterogénea como lo es el salón de clases. La pertinencia de los estudios mencionados radica en que visibilizan la necesidad de generar condiciones propicias para que los estudiantes se familiaricen paulatinamente con el conocimiento geométrico desde una perspectiva significativa. Además, exponen la pertinencia de adelantar acciones y estrategias didácticas, como las denominadas situaciones problematizadoras, para fortalecer o mejorar el pensamiento espacial en los educandos y el conjunto de habilidades asociadas. Finalmente, el uso de estrategias y métodos de solución de problemas (Polya, Van Hiele), precisan un fortalecimiento y énfasis desde las diferentes intervenciones educativas.

- **Orientación espacial y geométrica:** estos trabajos se centran en metodologías aplicadas, principalmente del método de Polya, Quevedo (2019), analiza el método, con el objetivo de determinar su influencia en el aprendizaje significativo de la geometría. Posibilitando establecer relaciones entre el conocimiento matemático previo en la orientación espacial. Los resultados le permitieron inferir que el método presenta una gran idoneidad pues posibilita la resolución de problemas sin que prime el saber memorístico de ejercicios o ecuaciones. En cuanto al trabajo de Abadía (2017), este desarrolló una propuesta pedagógica con el objetivo de mejorar la enseñanza-aprendizaje la orientación espacial mediante la lúdica. Señala que el juego ofrece un panorama de

posibilidades que pueden ser aprovechadas estratégicamente. Trabajo semejante presentan Berciano, Jiménez y Salgado (2016), quienes implementaron la Orientación Espacial desde la perspectiva de la Educación Matemática Realista, a fin de fortalecer las habilidades lógico-matemáticas en el aula. Los resultados muestran que la asociación o vinculación de la enseñanza-aprendizaje de la geometría con el contexto próximo del estudiante es clave en la generación de aspectos esenciales para la construcción de conocimientos.

Por otro lado, el trabajo de Reynaga y Ruíz (2014), permitió determinar las posibilidades didácticas y metodológicas que las situaciones-problema y el método de Polya ofrecen en la enseñanza-aprendizaje, demostrando que tanto el método de Polya como el ABP incidieron positivamente en el rendimiento matemático de los estudiantes en aspectos como el razonamiento, el análisis, la detección y corrección de errores y la resolución general de las situaciones-problema. Por su parte, Marmolejo y Vega (2012) compararon las visualizaciones privilegiadas sobre las posibilidades heurísticas y operativas que permiten las figuras geométricas, estableciendo que las visualizaciones de las figuras por los estudiantes otorgan un marco de referencia para el establecimiento de énfasis en la enseñanza-aprendizaje de la geometría en los primeros años de escolaridad.

Gamboa y Ballesteros (2010) estudiaron las percepciones en cuanto a la enseñanza-aprendizaje de la geometría. Los resultados manifiestan aspectos trascendentales en la enseñanza-aprendizaje de la geometría actualmente, tales como el énfasis en una enseñanza tradicional, lo que va en detrimento de aspectos claves como la visualización, la argumentación y la justificación, la relación con la realidad y el contexto próximo, la aplicación del saber escolar, el aprendizaje significativo y relacionado con este último, el interés y motivación hacia la adquisición de conocimientos. Entre tanto el análisis en los estudios concernientes a visualización y orientación

espacial de objetos y espacios tridimensionales realizado por Gonzato, Fernández y Díaz (2011), expone como resultados que, en aras de la contextualización y articulación de la enseñanza-aprendizaje de la geometría, las tareas presentes así como los conocimientos que se ponen en juego y las potenciales dificultades asociadas a las mismas abren la posibilidad para el trabajo interdisciplinar que otorgan las situaciones de visualización y orientación espacial, las cuales pueden ser tratadas no sólo en la matemáticas, sino en otras asignaturas como geografía, dibujo técnico y educación física.

En síntesis, los estudios analizados revelan la necesidad de transformación en las prácticas educativas, particularmente la enseñanza-aprendizaje de la geometría. De tal manera que se consideren factores cognitivos asociados con las problemáticas de comprensión de las situaciones-problema; por ejemplo, la visualización, razonamiento y construcción de modelos. En muchas ocasiones, dichos factores no se fortalecen, pues se prioriza la repetición de conceptos bajo pedagogías tradicionales, donde el docente expone un tema, desarrolla un ejemplo y luego espera que el estudiante replique la forma de resolverlo. Así mismo, se reconoce la idoneidad de modelos como el Van Hiele o el Polya, al permitir la construcción de estrategias didácticas, que potencien la reflexión desde las temáticas de área, perímetro y volumen, facilitando que los estudiantes compartan ideas y trabajen en equipo, resolviendo los problemas expuestos. Esta forma de abordar la geometría permite un aprendizaje más vivencial, activo y relacional, de tal manera que se genere un pensamiento lógico-matemático más cercano a la experiencia diaria del estudiante.

1.3 Pregunta de Investigación

Conforme a lo anterior, se plantea la siguiente pregunta-problema, que orienta el desarrollo del estudio en el ámbito de la IE Oficial de El Cerrito: *¿cuáles son los efectos del empleo del método*

de Polya en la resolución de una situación-problema que implica conocimiento geométrico de los conceptos de área, perímetro y volumen en figuras planas y sólidos geométricos, en estudiantes de grado 7° de la IE Oficial de El Cerrito en El Cerrito, Valle del Cauca?

1.4 Objetivos de investigación

1.4.1 Objetivo general. Efectuar un análisis comparativo de los efectos en el empleo del método de Polya para la resolución de una situación-problema que implica conocimiento geométrico de los conceptos de área, perímetro y volumen en figuras planas y sólidos geométricos, en estudiantes de grado 7° de la IE Oficial de El Cerrito en El Cerrito, Valle del Cauca.

1.4.2 Objetivos específicos

- Caracterizar los conocimientos previos que tienen los estudiantes en torno a los conceptos de área, perímetro y volumen planteados en situaciones-problema geométricas con figuras planas y sólidos geométricos.
- Identificar el desempeño de los estudiantes posterior a la implementación de un programa de intervención, desarrollado en la resolución de la situación-problema geométrica, planteada con los conceptos área, perímetro y volumen.
- Describir el desempeño de los estudiantes durante la implementación del programa de intervención, en cada una de sus etapas.
- Analizar los resultados obtenidos a partir del contraste con diversos referentes teóricos.

1.5 Justificación

La investigación desarrollada se justifica en la medida que aborda las necesidades, en términos de relaciones con el espacio y representaciones de este, que se plantean a docentes y

estudiantes sobre el pensamiento espacial y los sistemas métrico-geométricos. En este sentido, la definición de este tipo particular de pensamiento propuesta por el MEN (1998) es clara al concebirlo como: “el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones o representaciones materiales” (p. 37). Dando una mirada analítica a dicha definición, se infiere que los estudiantes además de aprender lo necesario sobre el espacio, deben conocer la manera en que desde el área de geometría se pueden hacer representaciones espaciales, es decir, una serie de figuras que por lo general son vistas de diferentes formas y a las cuales se les puede realizar mediciones y cálculos para establecer relación entre los objetos y los procesos de razonamiento.

A lo anterior, se suman las implicaciones de las competencias en geometría presentes en el aula; Murcia y Henao (2015) consideran que la educación en Colombia no está dando respuesta satisfactoria a los estándares nacionales (ICFES) e internacionales (PISA, SERCE, TIMSS) en educación, esto se refleja en el bajo rendimiento en el desempeño del área de matemáticas en relación con los resultados de otras áreas en las propuestas de evaluación y de seguimiento realizadas por el gobierno nacional entre los años 2006 y el 2018 (MEN, 2019).

En relación con lo dicho, los estudiantes deben estar en capacidad de entender cómo son representadas, desde las matemáticas, las diversas figuras que rodean el mundo percibido, a fin de comprender los cálculos que de allí se derivan y los alcances de la geometría. En ese sentido, nociones como volumen, área y perímetro presentan gran utilidad como medidas para desarrollar conocimientos que puedan ser aplicados en la manipulación de objetos, aportando así al crecimiento personal y a la capacidad para modificar el entorno en contexto reales, fuera del ámbito académico, donde son impartidos (Huinchahue, Borromeo Mena, 2018)

Visto desde una perspectiva contextual, se genera un aporte a la IE Oficial de El Cerrito, en donde se desarrolla el proceso de intervención basado en la implementación de situaciones-problema bajo el método heurístico de Polya. En primera instancia, para enfrentar la problemática antes descrita, en donde los estudiantes tienen dificultades no solamente para la identificación o reconocimiento de las diferentes figuras geométricas, sino para la resolución de problemáticas específicas en donde están implicados los conceptos de área, volumen, perímetro y el conjunto de cálculos y mediciones asociadas. Al mismo tiempo, este método se ajusta y articula con el modelo pedagógico constructivista de la institución; es importante aclarar y mencionar que, aunque según Schoenfeld citado por Barrantes (2006) manifiesta que las heurísticas son muy generales teniendo poco éxito y por ello no pueden ser implementada, propone que se debe de conocer, saber usar y tener la habilidad o la competencia para direccionar dicha implementación.

Finalmente, la investigación desarrollada aporta a la sociedad una herramienta que redunde en beneficio de las personas y por ende en mejoras para las interacciones de la comunidad donde se encuentra la IE objeto de estudio. De allí que se esté posicionando a la Pontificia Universidad Javeriana, como una entidad que forma magísteres con capacidad para enfrentar las problemáticas de la región y del país, planteando alternativas de mejora en temas pedagógicos, algo sumamente necesario para romper los modelos tradicionales de enseñanza.

1.6 Marco teórico

El presente estudio está integrado por elementos esenciales para abordar la situación problema previamente expuesta, bajo las siguientes categorías de análisis:

1.6.1 Enfoque Pedagógico Constructivista. Es el eje central del trabajo, pues la intervención desarrollada con los educandos se enmarca en esta metodología, al igual que la propuesta pedagógica seguida por la I.E Oficial de El Cerrito. Este enfoque tiene su origen en el ámbito de las posturas de filósofos como Vico y Kant, formuladas en el siglo XVIII (Ortiz, 2015). No obstante, el origen moderno del constructivismo, o enfoque constructivista, aplicado a la educación se produce en el siglo XX; destacando la existencia de una interacción entre educador y educando, un intercambio dialéctico, que permite la síntesis productiva del saber para ambos, promoviendo lo que Ausubel (1963) llama Teoría del Aprendizaje Significativo, junto a la teoría Vygotskiana (1978). El constructivismo en Ausubel (1963), le permite concebir el aprendizaje significativo como el conocimiento que integra el estudiante a sí mismo y se ubica en la memoria permanente. Este aprendizaje puede ser: información, conductas, actitudes o habilidades. A estos dos autores antecede Piaget (1965), quien expone una teoría cognitiva, en donde se ve el aprendizaje como un proceso evolutivo de maduración biológica, el cual se hace más complejo a medida que las personas van relacionándose con su ambiente y sociedad (Ortiz, 2015).

Ahora bien, una de las corrientes o teorías pedagógicas pertenecientes al constructivismo es la pedagogía activa, base fundamental o modelo pedagógico que fomenta la I.E Oficial de El Cerrito. Esta pedagogía propone una actitud de respeto por las necesidades e intereses del estudiante. De esta manera, a través de una metodología activa, los estudiantes aprenden a aprehender gracias a la acción y la reflexión, desde las experiencias personales (Dewey, 1954). Esta pedagogía permite identificar al docente como orientador o guía del proceso de enseñanza – aprendizaje entregando al estudiante las herramientas necesarias (andamiaje) para que, a través de un proceso de cimentación de las estructuras del conocimiento, se alcancen las habilidades que no son posibles de aprender de manera autónoma (Johnson, Johnson y Holubec, 1999, Wood, et al., 1976).

Dentro del modelo pedagógico constructivista, la pedagogía activa tiene elementos que la caracterizan con una estructura organizacional de flexibilidad, adaptabilidad y formación integral de los individuos. Según Donovan y Bransford (2005), los principios clave de aprendizaje se pueden organizar en un marco para pensar acerca de la enseñanza, el aprendizaje, el diseño del aula y el entorno escolar de manera que no se quede por fuera ninguno. De esta manera, se busca que el estudiante en el aula de clases sea protagonista en el proceso de aprendizaje (Ryan y Deci, 2000); desarrollando una conciencia crítica a través de la observación y la innovación del contexto social. También, se resalta el carácter dinámico del estudiante en proceso y establece un comportamiento hacia los docentes que apoyan y el compromiso de los estudiantes (Assor y Kaplan, 2002).

Autores como Ovejero (2002) y Dewey (1980), ven el aprendizaje basado en el interés como más productivo, frente al que se basa en el esfuerzo. De esta manera, el interés mantiene la atención y es más eficaz para el aprendizaje. Además, la educación surge solamente del deseo de aprender y participar en las actividades del entorno educativo. Considerando que, cuando los estudiantes asisten a un aula de clases, lo que hacen es interiorizar las normas, las leyes y las tradiciones culturales que lo rodean, permitiéndoles crear y establecer modos de conjeturar e intervenir en la realidad, erigiendo su propia identificación personal y su autoestima (Bruner, 2008); lo que genera un dominio y control sobre sus propios mundos y establece un sentido de identidad, volviéndolos competentes, independientes y conscientes de sí mismos (Eccles, 1999).

Como resultado de todo el proceso activo, cuando se construye un aprendizaje significativo, dentro de la metodología pedagógica constructivista, se cuenta con herramientas transversales para su desarrollo, como son la comprensión lectora y la didáctica; dado que intervienen textos, los cuales son interpretados a la luz de saberes previos e intereses del estudiante (Solé, 2000); así

mismo, en la comprensión de las situaciones nuevas que se presentan al estudiante, es mejor contar con estrategias planeadas para ser eficientes y seguras (Brousseau, 2000).

1.6.2 El Método de Polya. La tabla 4, sintetiza los pasos propuestos por George Polya en 1981, para la implementación de su método.

Tabla 4

Pasos Del Método Heurístico Polya

PASOS	DESCRIPCIÓN
Entender el problema	Lee el problema detenidamente, lo expresa con sus propias palabras. Identifica los datos del problema, discrimina la información necesaria y realiza esquemas o gráficos.
Configurar un plan	Plantean diferentes estrategias para solucionar el problema entre ellas. Buscar semejanzas con otros problemas, enunciarlo de otra manera y buscar diferentes heurísticas para su solución.
Ejecutar un plan	Se implementan las estrategias seleccionadas, se revisa lo adecuado de la estrategia para solucionar la situación y utilizar nuevas dado el caso.
Mirada retrospectiva	Se dan razones de la solución de la situación planteada. Se comparan diferentes estrategias de solución. Análisis de las estrategias para solucionar otros problemas.

Fuente: elaboración propia con base en Polya (1981)

La aplicación del método de Polya posibilita el aprendizaje por descubrimiento (Bruner, 1972), promoviendo en el estudiante la adquisición del conocimiento de manera autónoma o la identificación de la procedencia de los resultados matemáticos, otorgándole un papel activo. Para Dewey (1980), es a través de la práctica como se descubren los nuevos conocimientos; todo lo contrario de la simple resolución mecánica de ejercicios. El educando debe vincularse activamente

en su proceso de formación a partir de cuatro fases (Polya, 1981); de igual manera que los modelos de desarrollo matemático ayudan al reconocimiento de las capacidades individuales de los estudiantes (Dewey 1954), pero también del aprendizaje colaborativo, basado en la construcción de comunidades de aprendizaje, movidas por intereses comunes (Johnson, Johnson y Holubec, 1999; Baquero, 2002).

En este sentido, el método heurístico responde a la base conceptual del proceso de enseñanza-aprendizaje constructivista, ya que contribuye a la formación de estudiantes activos y los incita construir su propio aprendizaje (Dewey 1954). Además, este método permite el desarrollo de un enfoque sistémico que relaciona los elementos (etapas y pasos) para cumplir con un objetivo común como es resolver situaciones problema. Para Senge (2010), ese pensamiento sistémico permite entender la relación entre los diferentes componentes de una problemática.

Ahora bien, el proceso sistémico de intervención, apoyado por el método de Polya (1981), se centra en cómo los adultos enseñan a los niños o cómo los niños construyen la realidad. Esto, a través del análisis del individuo, del medio o entorno y su relación o interacción. Así, el aprendizaje, la participación guiada y la apropiación participativa están interrelacionados; las prácticas pedagógicas y sociales de los estudiantes son producto de su implicación en el desarrollo de sus funciones características específicas dentro de un contexto de escolarización (Baquero, 2009; Rogoff, 1997).

1.6.3 El pensamiento espacial, el sistema métrico-geométrico. Con respecto al pensamiento espacial, este hace referencia a los procesos en el orden cognitivo que posibilitan la construcción y manejo de representaciones mentales de los objetos en el espacio, sus relaciones respectivas, sus cambios y diferentes representaciones en el ámbito material (MEN, 1998). Lo

anterior, coloca de relieve un aspecto fundamental como es la relación con el espacio, necesario en la enseñanza-aprendizaje de la geometría. Lo dicho, guarda estrecha relación con la denominada inteligencia espacial propuesta por Gardner (2005) en su teoría de las inteligencias múltiples, citada y retomada por el MEN (1998) como competencia y habilidad de gran utilidad, no solamente en el marco del proceso educativo escolar, sino en la vida en general a partir del desempeño en diferentes profesiones, campos y áreas del saber.

Por otra parte, dentro del sistema geométrico se encuentran las figuras planas y los sólidos geométricos. Godino (2004) define las primeras como “una figura geométrica que suele ser evocada por una hoja de papel apoyada sobre una mesa, la propia superficie de una mesa, la pizarra, etc.” (p. 459). Sobre las segundas, Godino las considera un sólido delimitado por una superficie cerrada simple, formada por regiones poligonales planas. Cada región es una cara del sólido. Así se llega al cuerpo geométrico, o figura geométrica que presenta tres dimensiones (altura, longitud y anchura o profundidad), la cual puede ser entendida como Un sólido o cuerpo geométrico es una figura geométrica de tres dimensiones (largo, ancho y alto), que ocupa un lugar en el espacio y, en consecuencia, tienen un volumen. Son sólidos geométricos de muchas caras, que contienen los siguientes elementos: caras, aristas, vértices.

De este modo, el área es una medida de extensión de una superficie plana o curva o “la extensión de la superficie que se mide cuantitativamente” (Godino, Batanero y Roa, 2002, p. 623). El volumen, por su parte, es el espacio específico que ocupa un cuerpo en el espacio en general y, a diferencia de las figuras planas que poseen dos dimensiones (longitud y anchura), está integrado por tres dimensiones (longitud, anchura y altura). Al respecto, Godino, Batanero y Roa (2002) manifiestan que “el volumen se usa para designar la característica de todos los cuerpos de ocupar un espacio. Se trata de una magnitud; cuya unidad principal es el metro cúbico” (p. 682).

Finalmente, el perímetro es la suma de las longitudes de las aristas de una figura plana o sólido geométrico (Gallo, et al. (2006, p. 90).

1.6.4 Resolución de problemas. En términos generales un problema es visto como algo que se trata de aclarar; una proposición o dificultad de solución incierta o como un conjunto de hechos o circunstancias que dificultan la consecución de algún fin y/o el planteamiento de una situación cuya respuesta desconocida debe obtenerse a través de métodos científicos (Real Academia Española, 2014). A su vez, Schoenfeld (1985) plantea que un problema es un escenario que obliga a una solución, sin que esta sea necesariamente única, rápida o directa. A partir de este camino se deben saber tomar acciones y decisiones pertinentes que posibiliten una aproximación a la solución.

Para el contexto de la investigación desarrollada se hace necesario enfatizar en el problema desde la educación matemática, donde se propone define como cualquier planteamiento matemático que se debe resolver a través de un proceso o procedimiento; Guzmán (1994), menciona que en las matemáticas los problemas son de dos tipos: los problemas por resolver, donde solo se le da respuesta a una pregunta o se halla una incógnita; y los problemas por demostrar, los llamados teoremas, en los que se debe demostrar con exactitud o simulación una afirmación. Todo esto sucede en una situación de contexto, de allí que Luria y Tsvetkova (1981) y Jaurilaritza (2004) y Mesa (1998) hablen de un espacio de preguntas que establecen la posibilidad de conceptualizar (dentro de un espacio pedagógico), simbolizar y aplicar de manera significativa los conceptos para el planteamiento y solución de problemas matemáticos.

Con relación a lo anterior, el planteamiento y resolución de situaciones problema ha sido principio de disertación por varios investigadores, concibiéndose como un proceso mental, en el cual quien aprende combina variedad de elementos, conocimientos, destrezas, habilidades,

capacidades, reglas y conceptos adquiridos de manera previa que, a su vez, admiten dar solución a una situación nueva. Es por ello que Polya (1981) plantea la resolución de problemas como una serie de procedimientos que, en realidad, se utilizan en cualquier campo de la vida diaria. Para el caso de la matemática, guarda relación con un trabajo en el aula de manera activa, participativa y significativa, de conceptos como perímetro, área y volumen de las figuras planas; enfrentando la resolución de problemas a partir de la adaptación a situaciones vivenciales (Bahamonde y Vicuña, 2011).

Finalmente, es en este contexto que adquiere relevancia y pertinencia la distinción entre ejercicio y problema o situación-problema. En esta dirección, Polya (1981) manifiesta que todo se basa en que, para el desarrollo del ejercicio, se debe aplicar un procedimiento mecánico y rutinario que conduce a la respuesta. Por su parte, para la resolución de una situación-problema es clave realizar una pausa para la reflexión en torno a las acciones a seguir. Es decir, la ejecución de los pasos en pro de la respuesta. De este modo, son los pasos creativos y didácticos empleados para la solución los que diferencian una situación-problema de un ejercicio.

1.6.5 Las habilidades cognitivas y metacognitivas. En la implementación y desarrollo de situaciones-problema con propósitos educativos, las habilidades cognitivas y metacognitivas cumplen una tarea fundamental en los estudiantes al permitirles no solamente conocer las implicaciones y particularidades de lo que significa enfrentarse a un problema, sino poderse desempeñar adecuadamente en pro a su resolución adecuada. Desde esta perspectiva, para la adquisición de una habilidad cognitiva, es necesario el desarrollo de tres instantes: desconocimiento, adquisición y desarrollo de la habilidad mediante la práctica; la habilidad alcanza

la independencia de los conocimientos porque se ha interiorizado en el sujeto hasta el punto que su aplicación en situaciones simples es fluida y automática. (Hernández, 2001).

Por su parte, las habilidades metacognitivas son entendidas como “el conocimiento de habilidades que tenemos de nosotros mismos, desde nuestras posibilidades y carencias cognitivas” (Allueva, 2003, p. 2). Estas habilidades le permiten al estudiante la identificación de la clase de conocimiento que posee, el reconocimiento de lo que necesita saber, y la adquisición de información sobre estrategias que le brinden la oportunidad de aplicar el conocimiento, lo cual se traduce en un aprendizaje más eficaz. En esta línea, el desarrollo metacognitivo se va consolidando gracias a la maduración, sin embargo, el nivel máximo de desarrollo está sujeto al entrenamiento y aprendizaje de habilidades (Allueva, 2003).

2. Método

2.1 Tipo y diseño

En este apartado, se propone una investigación cualitativa de tipo descriptivo con un diseño cuasi experimental. Con la aproximación descriptiva se busca especificar las propiedades y características de un proceso (Hernández, Fernández y Baptista, 2010); en este caso, el programa de intervención apoyado en el método de Polya y sus resultados. La característica cuasi experimental del diseño refiere al hecho de intentar probar si la intervención genera efectos en el desempeño, para ello se cuentan con dos grupos que no son establecidos al azar, sino que ya están formados antes de realizar el proceso de experimentación (Hernández, Fernández y Baptista, 2000).

2.2 Participantes

En la investigación participan 50 estudiantes de grado 7° de la IESE³, distribuidos en dos grupos con igual número de participantes, el Grupo Experimental (25) y el Grupo Control (25). Ambos grupos realizan el pre test y el pos test, pero solo el grupo experimental recibe el tratamiento (Programa de Intervención).

Los participantes tienen entre 11 y 17 años, pertenecen en su gran mayoría a los estratos socioeconómicos 1, 2 y 3. Los padres de familia de estos estudiantes, se dedican principalmente a oficios de mano de obra no calificada.

2.3 Instrumentos

Los instrumentos que se aplicaron a los participantes fueron: i) la prueba de conocimiento específico, ii) el pre-test, iii) el programa de intervención y iv) el pos-test.

i) la prueba de conocimiento: dado que la intervención no está diseñada para enseñar un contenido sino una estrategia, era necesario que la muestra estuviera conformada por estudiantes que tuvieran mínimo dominio sobre los conceptos de perímetro, área y volumen, junto con los elementos constitutivos de una figura plana y de un sólido geométrico. Esta prueba de conocimiento es de selección múltiple con una única respuesta y su aprobación es criterio de inclusión de los participantes. La prueba estuvo compuesta de diez (10) preguntas construidas por el autor del presente estudio (ver anexo 1).

ii) el pre-test: esta prueba sirvió como línea de base para comparar los efectos posibles de la intervención y fue aplicado a los estudiantes de ambos grupos. Su intencionalidad fue el dominio

³ Institución Educativa Oficial de El Cerrito

sobre los conceptos de perímetro, área y volumen, junto con los elementos constitutivos de una figura plana y de un sólido geométrico. Esta prueba es de selección múltiple con una única respuesta. Estuvo compuesta por diez (10) situaciones-problema que fueron extraídas y adaptadas al contexto desde las Cartillas Aprender para Saber con autorización del Grupo Educativo Helmer Pardo (ver anexo X), dejado como material de apoyo pedagógico a la IESE en el trabajo conjunto con la Gobernación del Valle del Cauca durante el año 2016 (ver anexo 2).

La prueba fue revisada y validada por dos profesionales especializados en el área como son un Licenciado en Matemáticas y Física, y una Magister en la Enseñanza de las Ciencias Exactas, al igual que por tres profesores de matemáticas con más de diez años de experiencia docente en el área. Ello con la intención de valorar su pertinencia y generar recomendaciones para su ajuste y aplicación como parte del diagnóstico situacional a realizar.

iii) el programa de intervención: se creó un programa de 20 sesiones, cada una con un tiempo aproximado de 55 minutos durante 4 semanas, con 5 sesiones semanales. El objetivo central del mencionado programa consistió en el fortalecimiento de la competencia de resolución de situaciones-problema relacionadas con los conceptos de área, perímetro y volumen, utilizando el método heurístico de Polya. Las acciones que integraron el programa de intervención se estructuraron en cuatro etapas:

Etapas I. Instrucción: esta tuvo como propósito aportar a los estudiantes las estrategias sobre la correcta utilización del método heurístico de Polya. Dichas estrategias fueron los pasos de Polya tales como: i) entender el problema, ii) configurar un plan, iii) ejecutar el plan y iv) mirar hacia atrás o realizar una retrospección.

Etapa II. Modelado: esta presentó como propósito dar a conocer una estrategia de aprendizaje, que permitió a los estudiantes manifestar las disposiciones más relevantes a tomar para resolver una situación problema, esta etapa se desarrolló en 3 momentos.

En el primero momento, el docente participó y sirvió como “modelo” en la clase para los estudiantes dando a conocer cómo desarrollar las estrategias (pasos) para resolver situaciones-problema de orden matemático.

En el segundo momento, el docente resolvió situaciones problema con la “Cooperación” de los estudiantes, donde guio el proceso usando preguntas y respuestas orientadoras para la solución de las situaciones.

Por último, el docente deja de ser el modelo; dando al estudiante el protagonismo del momento, promoviendo así la autorregulación y la mediación en el salón de clase.

Etapa III. Práctica Guiada: los estudiantes llevaron a la práctica los elementos dados por el docente en las dos etapas anteriores, es decir, el proceso y los procedimientos para la solución de la situación-problema a partir del método heurístico de Polya. En esta etapa, se retomaron las cartillas empleadas en las pruebas externas aplicadas a los estudiantes en 2016 con autorización por parte del Grupo Educativo Helmer Pardo (ver anexos 7), entregadas como material de apoyo pedagógico a la IESE.

Etapa IV. Apropiación: en esta etapa el estudiante resolvió nuevas situaciones problemas que le permitieron participar en una actividad catalogada como semejante; lo cual brindó al estudiante la posibilidad de manipular una situación-problema y colocar en práctica lo que aprendió en las etapas previas del método heurístico de Polya (ver anexo 3).

Los instrumentos utilizados para la recolección de datos durante la intervención fueron los diarios de campo, los cuadernos y los entregables de los estudiantes.

iv) el pos-test: esta prueba sirvió como referente de comparación con el pre test y pretendió evaluar los efectos posibles de la intervención.

Esta prueba tuvo la intencionalidad del dominio sobre los conceptos de perímetro, área y volumen, junto con los elementos constitutivos de una figura plana y de un sólido geométrico. Esta prueba de estructura de selección múltiple con una única respuesta, estuvo compuesta de diez (10) situaciones problemas construidas con el mismo rigor del pre test (revisión por expertos, ver anexo 6) y mantienen la misma estructura y orden del pre test en términos de sus demandas cognitivas, pero con diferentes contextos. Fue aplicado a los estudiantes de ambos grupos.

2.4 Procedimiento

Fase 1. Para ambos grupos (Control y Experimental), se realizó el diagnóstico situacional, donde los estudiantes fueron reunidos en su respectivo salón en la IESE, cada uno en su correspondiente jornada académica donde resolvieron las pruebas (Conocimiento y Pre test), la consigna de las pruebas fue responder cada test de manera individual. Se hizo entrega del material respectivo a cada estudiante para su solución, el tiempo máximo propuesto para su aplicación fue de 3 horas. En esta fase el docente solo actuó como guía y orientador en el caso de presentarse alguna duda sin llegar a dar la respuesta y de espectador para conocer cómo enfrentan las situaciones nuevas bajo un ambiente de observación por tiempo y desarrollo de actividades estipuladas. En caso de que un niño no supiera resolver la situación se le planteó que continuara con las otras preguntas de las pruebas.

Fase 2. Solo para el grupo experimental se desarrolló el Programa de Intervención en cada una de sus etapas, se trabajó con los estudiantes en su respectivo salón en la IESE, durante 20 sesiones con un tiempo aproximado de 55 minutos cada una de la siguiente manera: En las dos primeras sesiones se desarrolló la etapa de instrucción en sus 3 momentos (Previo, inducción y

aplicación) en la que a partir de los conocimientos previos de los estudiantes, el docente los preparó a través de la inducción hacia la identificación, comprensión, aprendizaje y aplicación del método heurístico de Polya con el cual pudieron afrontar situaciones- problemas en geometría relacionadas con la realidad y su contexto próximo a través del uso de diferentes estrategias y acciones (pasos) de carácter reflexivo que se debían seguir.

En las tres sesiones siguientes se llevó a cabo la etapa de modelado en sus tres momentos (Modelado, Trabajo colaborativo y cooperativo y Exploración para la comprensión) en la primera sesión el docente presentó a los estudiantes modelos o ejemplos en torno a la resolución de situaciones-problema geométricas usando el método de Polya. En la segunda sesión se buscó la promoción o fomento del trabajo cooperativo y colaborativo entre docente-estudiantes y pares a través de la solución de situaciones problema trabajando en equipos, donde el docente se vuelve el guía usando solo preguntas y respuestas orientadoras para la solución de las situaciones a lo largo del proceso. En la última sesión para comprobar la comprensión del método de Polya, el docente propuso una situación para observar el comportamiento individual de cada estudiante en el proceso de aplicación, solución y retroalimentación del proceso.

En las nueve sesiones posteriores se efectuó la etapa de Participación Guiada en sus tres momentos (Trabajo colaborativo y cooperativo, Practico y Exploración para la comprensión). En las 3 primeras sesiones el docente orientó y acompañó a los estudiantes en la solución de situaciones problema con respecto a la aplicación y uso del método de Polya usando material concreto y figuras planas, para la interacción entre pares.

En las tres sesiones siguientes, el docente propuso resolver cinco situaciones problema con la participación cooperativa y colaborativa, el docente se vuelve el guía usando solo preguntas y respuestas orientadoras para la solución de las situaciones por medio del trabajo en equipos

ejecutando los roles (Coordinador, Relator, Materiales, Expositor y Controlador de tiempo) establecidos. En las últimas 3 sesiones el docente solicitó a los estudiantes presentar sus experiencias a través de los expositores donde explican lo realizado, los hallazgos encontrados, las dificultades y los aciertos en la solución de cada situación.

En las seis sesiones finales, se colocó a prueba la etapa de apropiación buscando que el estudiante de manera individual internalizara y se apropiara de las actividades denominadas semejantes en la solución de situaciones problema geométrica con el uso del método de Polya, usando una situación ya desarrollada, se solicitó resolverla aplicando lo aprendido, al final se generó una discusión argumentada promoviendo la opinión de los educandos para identificar los aspectos relevantes y metacognitivos presentes favoreciendo la reflexión y la autoevaluación.

Fase 3. Los estudiantes de ambos grupos (Experimental y Control) se reunieron en cada salón en su jornada correspondiente, donde de manera individual aplicaron la prueba del pos test. Se realizó la entrega del material pertinente a cada estudiante para su solución, el tiempo máximo propuesto para su desarrollo fue similar al del diagnóstico situacional (3 horas). En esta fase el docente no tuvo ningún tipo de intervención, solo observó el comportamiento de los grupos.

2.5 Datos

En el Pre test y el pos test se recolectaron los datos de dos tipos: el primero por el desempeño según número de respuestas correctas (cuantitativos) y el segundo según el registro de las estrategias de resolución (cualitativos). Para esto último se tienen los diarios de campo y las hojas de resolución de los estudiantes.

Para la Intervención, los datos se recogieron a través del desempeño según el número de respuestas correctas (cuantitativos) en el trabajo individual y según el registro de las estrategias de

resolución (cualitativos) en el trabajo cooperativo y colaborativo. Para esto último se tienen los diarios de campo, los cuadernos y las hojas de resolución de los estudiantes.

Los datos cuantitativos fueron analizados a través de SPSS (Statistical Package for the Social Science) utilizando una “prueba T” para muestras pareadas y la “prueba T” de muestra independiente para comparar los resultados de los dos grupos y el programa EXCEL de Microsoft.

2.6 Consideraciones éticas

Aunque no existen normas científicas y éticas específicas dirigidas propiamente a la investigación en el contexto educativo, si se hallan diversidad de normas de este carácter en la investigación en el campo de la salud, las cuales establecen algunos planteamientos y principios de aplicabilidad en el desarrollo de procesos investigativos en educación. Tal es el caso, en el ámbito internacional, con lo planteado por el Consejo de Organizaciones Internacionales de las Ciencias Médicas (CIOMS) con el aval de la Organización Mundial de la Salud (2002), el cual afirma que:

Toda investigación en seres humanos debiera realizarse de acuerdo con tres principios éticos básicos: respeto por las personas, beneficencia y justicia. En forma general, se concuerda en que estos principios –que en teoría tienen igual fuerza moral– guían la preparación responsable de protocolos de investigación. (p. 11)

Si bien el estudio ha efectuado no se enmarca en el área de la salud, si trata con seres humanos, por tanto, se considera relevante tener presente estos principios de gran aplicabilidad e importancia general que deben orientar el accionar y comportamiento de los investigadores en cualquier campo del conocimiento y comunidad o grupo poblacional. Ello debido a que el respeto se constituye en base fundamental de las relaciones humanas en diferentes ámbitos como se establece en la propia Declaración Universal de los Derechos Humanos desde 1948, en donde el respeto a la vida, a la dignidad, integridad y seguridad de la persona es esencial y prioritario,

destacándose la educación como ámbito y espacio fundamental en dicha misión y tarea como se estipula en el numeral dos del artículo 26 de la mencionada declaración:

La educación tendrá por objeto el pleno desarrollo de la personalidad humana y el fortalecimiento del respeto a los derechos humanos y a las libertades fundamentales; favorecerá la comprensión, la tolerancia y la amistad entre todas las naciones y todos los grupos étnicos o religiosos. (ONU, 1948, p. 8)

La beneficencia por su parte, que alude a la promoción del bien general o colectivo, se constituye en un elemento clave para el desarrollo y progreso social y comunitario en los diferentes contextos geográficos (local, regional, nacional e internacional). A lo que se agrega, que toda práctica investigativa debe estar dirigida precisamente a la generación o ampliación del conocimiento en pos del bienestar general de personas, grupos o comunidades. Finalmente, la justicia como principio regulador del accionar humano que otorga equilibrio a partir de la verdad y la correspondencia entre hechos y sus consecuencias.

En esta misma línea, en el contexto nacional, tiene gran aplicabilidad lo expuesto en la Constitución Política de Colombia de 1991, en donde se destacan principios como el respeto a la dignidad humana (artículo 1), el respeto a los derechos humanos desde la educación (artículo 67), el derecho a la intimidad personal (artículo 15), la prevalencia de los derechos de los niños y niñas sobre los derechos de los demás (artículo 44), la protección y formación integral como derechos de los adolescentes (artículo 45), entre otros. Del mismo modo, la Resolución 8430 de 1993, en donde se establecen normas científicas, técnicas y administrativas para la investigación en salud, específicamente las mencionadas en los artículos 5 y 6. Dichos artículos mencionan elementos claves como el respeto a la dignidad y la protección de los derechos y bienestar de las personas que deben estar presentes en toda investigación en la que el ser humano sea sujeto de estudio.

A lo que se suman, los criterios que debe considerar toda investigación llevada a cabo con seres humanos tales como: el ajuste a los principios científicos y éticos que otorgan justificación a la investigación, el contar con el Consentimiento Informado y por escrito del sujeto de investigación o su representante legal con las excepciones dispuestas correspondientes, y la realización de la investigación una vez se posea la autorización del representante legal de la institución investigadora y de la institución donde se efectúa la investigación; el Consentimiento Informado de los participantes; y la aprobación del proyecto por parte del Comité de Ética en Investigación de la institución (Ministerio de Salud y Protección Social, 1993).

Los criterios y especificaciones antes mencionados se tendrán en cuenta en el presente estudio a partir del respeto a la dignidad de los participantes, la confidencialidad de la información recopilada y la libre elección, entendiendo que se trata de un ejercicio académico en pro del fortalecimiento y mejoramiento de la práctica docente en el aula. Para ello, se elabora el respectivo consentimiento informado, en donde se explica el objetivo o propósito fundamental del estudio a educandos y padres de familia del grado respectivo, y estas personas deben consignar sus firmas respectivas si están de acuerdo (ver anexo 8).

3. Resultados

En primer lugar, se presenta un análisis comparativo de los resultados obtenidos antes y después de la aplicación del programa de intervención. En segundo lugar, se presenta el comparativo de los resultados obtenidos ítem por ítem del pre test y el pos test y finalmente los resultados del programa de intervención apoyado en el método heurístico de Polya con la descripción de la aplicación según sus fases y momentos.

3.1 Comparación de resultados pretest y postest

Este análisis se realizó a través de la prueba T para muestras pareadas y para comparación de medidas con el fin de dar respuesta al objetivo general del estudio. Los resultados obtenidos previos y posteriores a la intervención se midieron de 1 a 10 y se presentan en la siguiente tabla:

Tabla 5.

Resultados Pre-test y Pos-test

Grado	Grupo	Denominación	Estudiantes	Pre test		Pos test	
				Media	Desviación	Media	Desviación
Séptimo	7 – C	Experimental	25	2,60	1,50	6,72	1,49
	7 – A	Control	25	2,24	1,69	2,92	1,71

Fuente: elaboración propia

Se puede observar cómo los dos grupos (experimental y control) tienen puntajes similares en el Pre-test tanto en promedio de respuestas correctas (medidas de 1 a 10) (Exp. 2,60 – cont. 2,24) así como en términos de dispersión (Exp. 1,50 – cont. 1,69). Para el Pos-test se observa una mejora en ambos grupos que resulta mayor en el grupo experimental (Me. 6,72 – De. 1,49) comparado con el grupo control (Me. 2,92 – De. 1,71), quien presentó una mayor dispersión de datos en el Pos-test. Si bien ambos grupos presentaron mejores desempeños en el Pos-test, la diferencia resulta significativa solo para el grupo experimental ($p: 0,000$ donde $p < 0,05$).

Para atender al primer y segundo objetivo específico se presentan a continuación los resultados de uno y otro grupo por cada una de las preguntas que componen ambas pruebas, al finalizar la exposición individual de los resultados de las preguntas, se presentara la caracterización de las estrategias.

3.2 Comparación de resultados Pre-test y Pos-test por ítem

La primera pregunta trabaja el concepto de área haciendo uso de uno de los elementos de las figuras planas (Arista) y de sus unidades de medida.

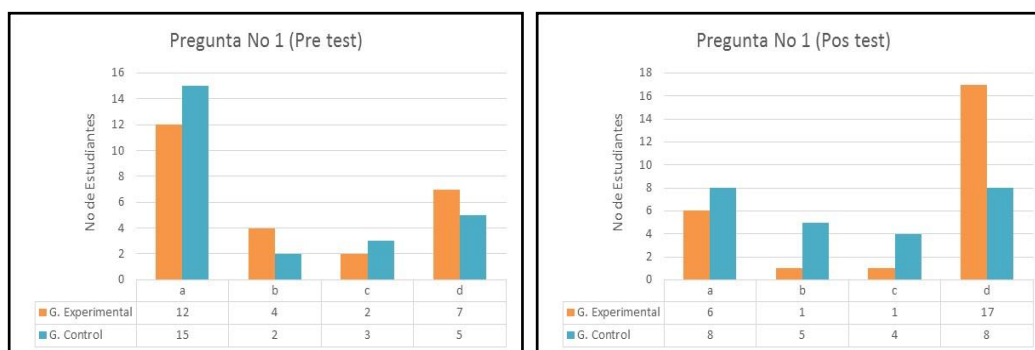


Figura 1. Resultados pregunta No 1 del Pre test y del Pos test. Fuente: elaboración propia

Los resultados presentes en la figura 1 para la pregunta No 1 en una y otra prueba, muestra de manera coincidente que las respuestas **A** y **D**, en ambos momentos y grupos fueron las que presentaron mayor frecuencia, siendo el ítem **D** para ambos casos el correcto. Los grupos muestran un mayor porcentaje de respuestas correctas en el pos test, siendo este aumento mucho mayor en el grupo experimental (de 28% a 68%) en comparación con el grupo control (de 20% a 32%).

La segunda pregunta propuesta implica el concepto de área, donde a través de una representación gráfica se debe establecer su magnitud métrica.

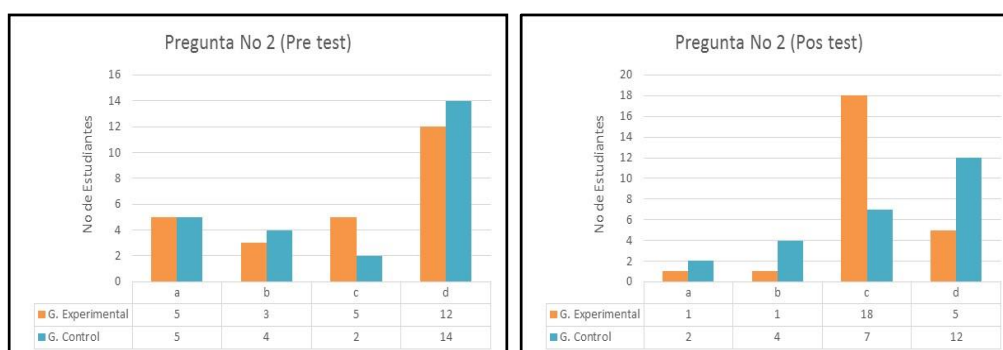


Figura 2. Resultados pregunta No 2 del Pre test y del Pos test. Fuente: elaboración propia

Los resultados presentados en la figura 2 en ambas pruebas, muestra en el pre test un alto índice de respuestas incorrectas en la opción **D**. La respuesta correcta es presentada por 5

estudiantes en cada grupo. Para el pos test el grupo experimental muestra el mayor porcentaje de respuestas correctas en la opción **C** mejorando así 32 puntos porcentuales, mientras que la mejora en el grupo control solo fue de 8 puntos.

La tercera pregunta se relaciona con los conceptos de área y perímetro en figuras planas, enmarcando el uso de las unidades de medida tanto de longitud como de superficie.

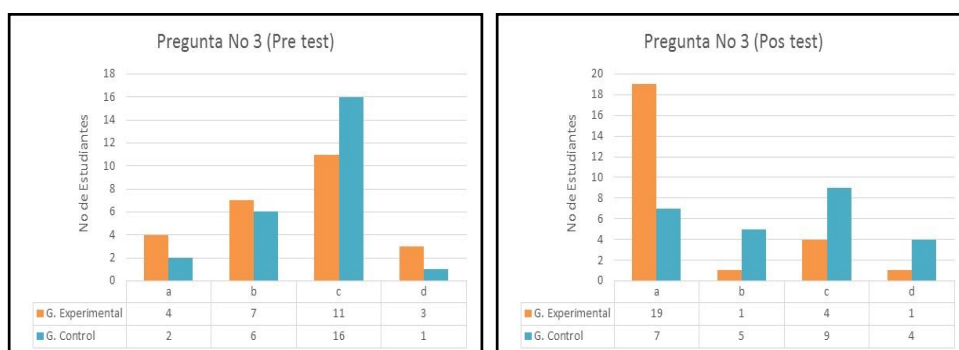


Figura 3. Resultados Pregunta No 3 Pre test y Pos test. Fuente: elaboración propia

Al igual que la pregunta No 2, la misma tendencia se observa en los resultados de la pregunta No 3; un mayor porcentaje de respuestas incorrectas en el pre test en el ítem **C** y una mejora para ambos grupos en el pos test que resulta mayor en el caso del grupo experimental pasando del 16% al 76% en comparación con el grupo control que pasó del 8% al 28%.

La cuarta pregunta toma como referencia el concepto de volumen, trabajando una situación de razonamiento métrico donde se debe hallar el término desconocido a través de la expresión $V = l \cdot a \cdot h$.

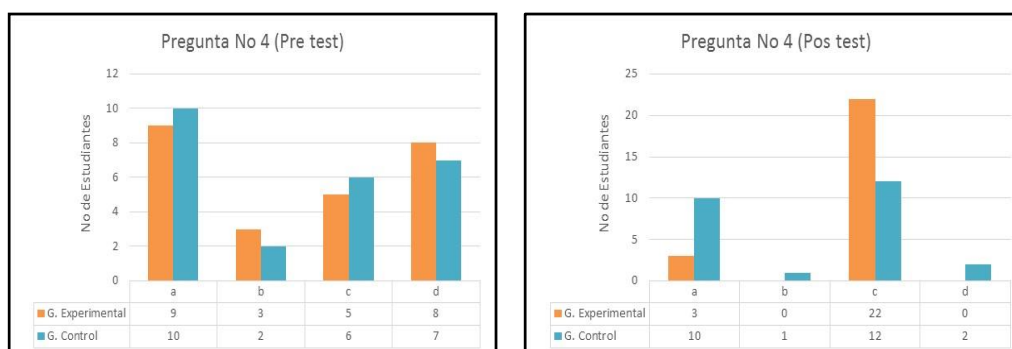


Figura 4. Resultados pregunta No 4 Pre test y Pos test. Fuente: elaboración propia

Los resultados para esta pregunta muestran que para el pre test hay un promedio del 30% de respuestas correctas para ambos grupos con la opción **D**. Para el pos test el panorama mejora en ambos grupos, donde el grupo experimental llegó a un 88% de respuestas correctas, mientras que el grupo control solo llegó a un 48% de las mismas con el ítem **C**, señalando así mayor efectividad para el grupo experimental.

La quinta pregunta presenta una connotación en la aplicación del concepto de perímetro, donde a partir de una representación gráfica se debe identificar.

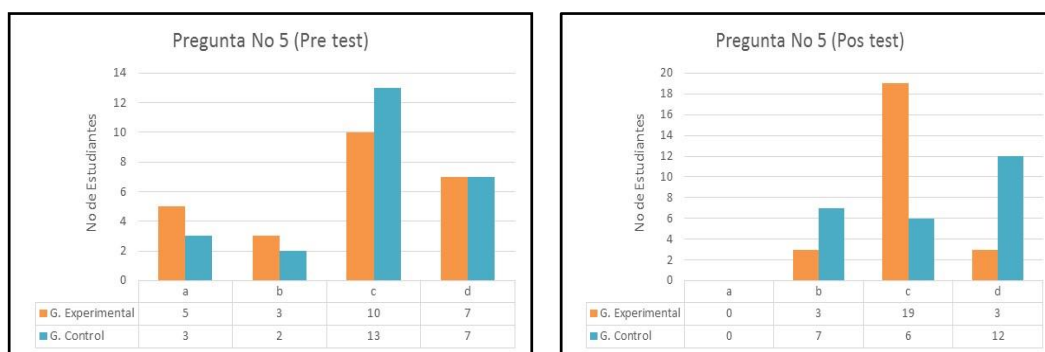


Figura 5. Resultados Pregunta No 5 Pre test y Pos test. Fuente: elaboración propia

La información en la figura 5 señala que en el pre test el número de respuestas incorrectas tiene la más alta frecuencia para la opción **C**, mientras solo 7 estudiantes en ambos grupos aciertan la opción **D**. En el pos test como ya viene ocurriendo en las preguntas previas, el grupo experimental aumenta en un 43% su eficiencia (ítem **C**), mientras que el grupo control desmejora en relación al pre test (-4%).

La sexta pregunta referencia el concepto de área, donde se marca una situación de razonamiento cuantitativo métrico a través de la expresión $A = l.l$ donde se debe hallar el término desconocido.

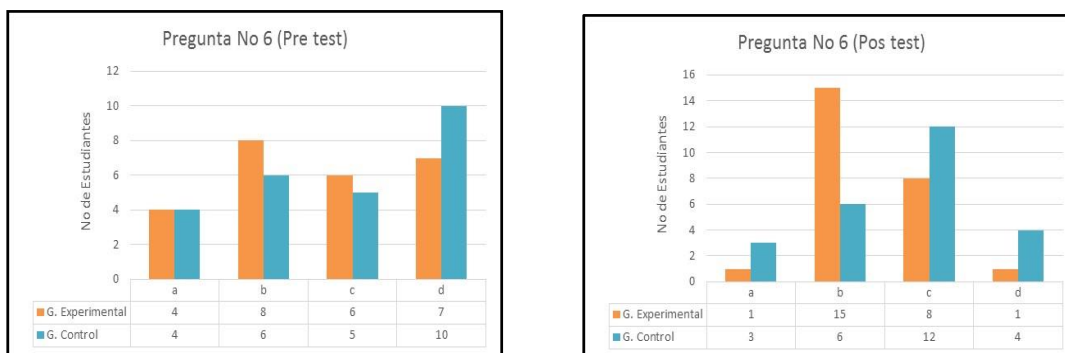


Figura 6. Resultados pregunta No 6 Pre test y Pos test. Fuente: elaboración propia

Los resultados arrojados en la figura 6 para la pregunta No 6 en las dos pruebas, continúan mostrando una mejora en el grupo experimental, el cual pasó de 8 a 15 estudiantes que contestaron correctamente, progresando en un 28%; mientras que el grupo control no presentó variación en el número de estudiantes solo 6 contestaron de manera correcta en ambas pruebas teniendo un progreso del 0%.

La séptima pregunta implica el concepto de volumen, desarrollando un razonamiento cuantitativo a través de la expresión $V = l.l.l$, estableciendo sus unidades de medida en la misma escala métrica, donde se debe hallar la incógnita.

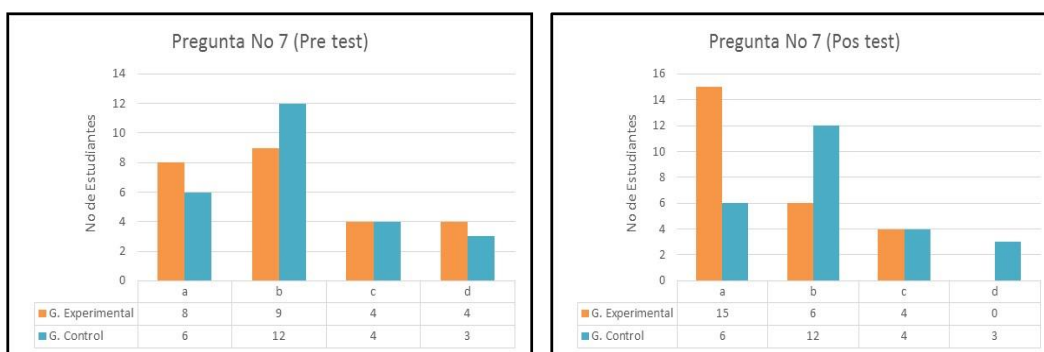


Figura 7. Resultados pregunta No 7 Pre test y Pos test. Fuente: elaboración propia

Los resultados que expone la figura 7 señalan lo que se ve en las demás preguntas: más respuestas incorrectas en el pre test (ítem **B**), la mejora en el grupo experimental para el pos test

pasando de un 32% a un 60% de eficacia al elegir la respuesta correcta (ítem A), y un mismo porcentaje de eficacia en ambas pruebas para el grupo control (24%).

La octava pregunta propone como denominador común el concepto de volumen por medio del razonamiento cuantitativo y la relación entre las unidades de capacidad y de masa a través de situaciones multiplicativas, donde se debe hallar el valor o termino desconocido.

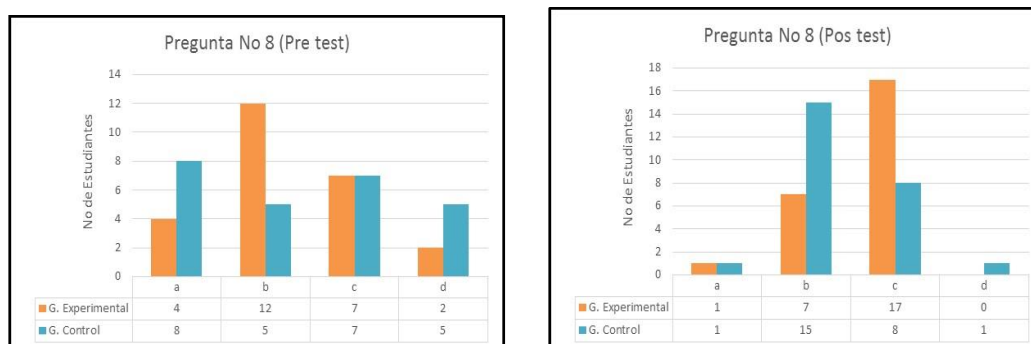


Figura 8. Resultados pregunta No 8 Pre test y Pos test. Fuente: elaboración propia

Los resultados presentados en la figura 8 coinciden con las 2 preguntas anteriores en el ítem de respuesta correcta, siendo para este caso la opción C en una y otra prueba, para el pre test la opción correcta es demostrada por 7 estudiantes en los dos grupos señalando solo un 28% en aciertos y un 72% de respuestas incorrectas. Para el pos test el grupo experimental mejora en 40 puntos porcentuales, llegando a un 68% en efectividad, mientras que el grupo control solo mejora en 4 puntos llegando a un 32% en su efectividad.

La novena pregunta en ambos test, retoma el concepto de volumen por medio de una representación gráfica de la cual sale la información para hacer uso de la expresión $V = l.l.l$.

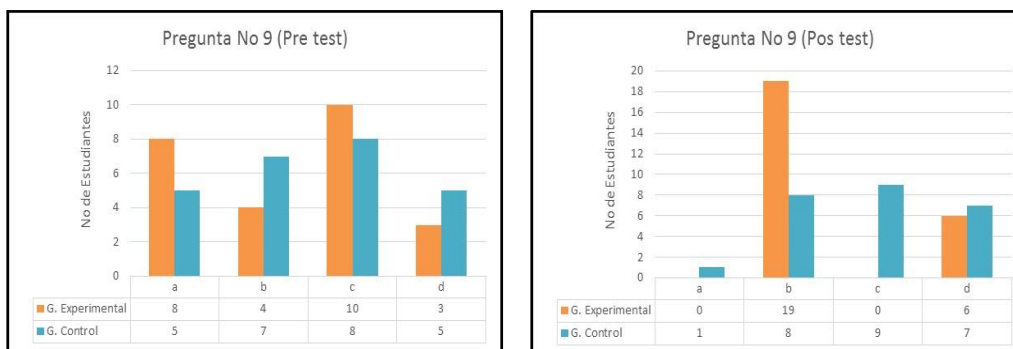


Figura 9. Resultados pregunta No 9 Pre test y Pos test. Fuente: elaboración propia

Los resultados que deriva la figura 9 permiten reconocer en el pre test un escenario de respuestas múltiples en cada opción para la situación, donde el ítem **A** es la opción correcta. Para el pos test la situación varía, las respuestas se concentran en mayor porcentaje en los ítems **B** y **D** para ambos grupos, donde la opción **B** es la correcta, señalando así que el grupo experimental paso de 8 a 19 estudiantes que contestaron de manera correcta mostrando una mejora del 44%, por su parte el grupo control paso de 5 a 8 estudiantes revelando una mejora solo del 12%.

La décima pregunta delineada en el estudio en ambos test, tomó como referencia los conceptos de área y perímetro, a través de una situación de razonamiento cuantitativo enfatizado en unidades de medida en la misma escala métrica, haciendo uso de la variación de unidades.

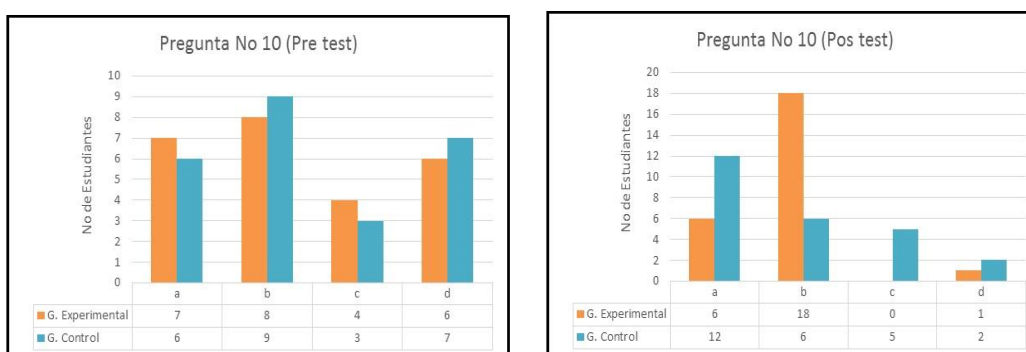


Figura 10. Resultados pregunta No 10 Pre test y Pos test. Fuente: elaboración propia

Los resultados que muestra la figura 10 en el pre test siguen con una tendencia de respuestas diversas en sus diferentes ítems como en la pregunta anterior, en donde el ítem **A** es la opción de respuesta correcta (Exp. 7 y Cont. 6). Para el pos test la tendencia varia donde los ítems **A** y **B**

presentan la mayor agrupación de respuestas correctas, siendo el ítem **B** la respuesta correcta a la pregunta (Exp. 18 y Cont. 6), señalando así que el grupo experimental continuó con su progreso aumentando en un 44% el número de aciertos, mientras que el grupo control no presentó variación permaneciendo en el 24% de efectividad.

Sobre las estrategias de resolución: al observar las estrategias de resolución que los estudiantes de ambos grupos utilizaron durante ambas pruebas se identificó que existen técnicas que de manera general ayudaron a comprender la situación problema y favorecen el éxito para encontrar la solución.

Para el pre test, en ambos grupos resolvieron con rapidez la prueba, aunque sin precisión (utilizaron solo 55 minutos de 3 horas propuestas). Durante la sesión se notó que los estudiantes utilizaron una estrategia de solución, la cual proviene de los aprendizajes de la básica primaria establecida por los docentes del área de matemáticas. Esta estrategia, conformada por los momentos análisis, operación y respuesta, se torna como un procedimiento rutinario que generalmente es usada para resolver ejercicios mas no situaciones problema que permitan realizar la demostración de un problema geométrico, solo resolver de manera directa sin demostración, sesgando así el uso de otras estrategias para desarrollar el rigor matemático en la resolución de problemas. Por otro lado, y más allá de la estrategia utilizada, se observaron errores en la ejecución de las operaciones básicas de la matemática y los cálculos numéricos, mostrando fallas en la comprensión, representación tanto numérica en los datos como gráfica en las figuras planas o sólidos geométricos, la representación y la selección de las expresiones y la solución de operaciones.

En cuanto a las dudas frecuentes con respecto al proceso de solución se presentó en los términos relacionados con la simbolización, aplicación de reglas y la decodificación o traducción

del lenguaje matemático; lo que llama la atención es que los recursos presentes tanto en la prueba como de ayuda por parte del experto no fueron entendidos ni utilizados por los estudiantes; adicional a ello, el desarrollo mostró que en promedio el 72,4% del grupo experimental y el 77,6% del grupo control consideraron complejas las preguntas de la prueba, mencionaron que la estructura y la demanda propuesta para ellas les crearon confusión, lo que les llevo a tener dificultades con el autocontrol y se aligeraron a resolver las preguntas, lo que llevó a la omisión de datos e información importante y cometer errores en el tratamiento de la información.

En la prueba del pos test, se observó por parte del grupo experimental y de algunos estudiantes del grupo control, el uso de estrategias que pueden denominarse metacognitivas: la planeación, la exploración, el monitoreo o revisión y la evaluación constante de su aprendizaje, además, hicieron uso de recursos como hojas de papel para desarrollar el rigor matemático, la lectura pausada y estructurada donde analizaron con cuidado el enunciado, ellos encerraron en un círculo las palabras, frases y datos importantes, los recopilaron y elaboraron una lista ordenada de pasos a partir de patrones que se repiten y que debían revisar; además, probaron una o varias acciones evaluando si los resultados los acercaba a la solución y por último hicieron uso de la pregunta como estrategia para aclarar y despejar dudas.

El 69,6% de los estudiantes del grupo experimental lograron transformar de manera efectiva una situación problema ajustada a su contexto en una situación problema geométrica; el 30,4% restante de los estudiantes presentó los errores comunes del pre test; la ejecución de las operaciones básicas de la matemática y los cálculos numéricos, mostrando fallas en la comprensión, en la representación tanto numérica en los datos como en las gráficas de las figuras planas o sólidos geométricos, la representación y la selección de las expresiones y la solución de operaciones; en esta ocasión se tomaron el tiempo propuesto para desarrollar la prueba (3 horas promedio).

Las dudas presentadas en su mayoría se dieron en la organización del plan para ejecutar la solución de la situación. Por otro lado, a pesar de que el grupo control mejoró un poco en relación con el pre test, sólo el 29,6% logró resolver de manera efectiva la prueba, en ellos se visualizó que continúan con las falencias a nivel práctico, especialmente porque para la solución de las situaciones problema se tomaron mal los datos presentes lo que no permitió la demostración de los resultados, siguieron con la estrategia de análisis, solución y respuesta con demostración o en su mayoría la solución directa sin demostración, lo que llevó a que no se cumpliera el tiempo previsto para la prueba (usaron solo 1 hora), no hicieron uso de los recursos presentes lo que llevó a que el 70,4% del grupo control no presentara mejoría en la solución de la prueba. Para finalizar en ambos grupos la pregunta compleja de la cual resultaron muchos interrogantes fue la No 10 debido al manejo de la situación de conversión de unidades.

Los resultados anteriores indican que la intervención posiblemente produjo efectos positivos en la aplicación del conocimiento previo en situaciones de resolución de problemas para el grupo experimental, sin embargo, cabe preguntarse por qué el programa de intervención aplicado puede tener este posible impacto. Antes de abordar la cuestión se presenta en detalle los resultados de la implementación de sus diferentes fases (Instrucción, Modelado, Participación Guiada y Apropiación).

3.3 Descripción programa de intervención

Para lograr el tercer objetivo específico, se realizó la planeación y ejecución del programa de intervención educativa, obteniendo resultados de la construcción y aplicación del programa de intervención en sus cuatro etapas (Instrucción, Modelación, Participación Guiada y Apropiación) apoyado en el método heurístico de Polya para la resolución de una situación-problema geométrica con los conceptos

de área, perímetro y volumen. Los datos fueron recolectados a partir del diario de campo del investigador, las relatorías³ y cuadernos de los aprendices.

3.3.1 Etapa de instrucción. Esta etapa se dividió en 3 momentos (previo, inducción y aplicación). Esta etapa no presenta resultados ya que se configuró como una introducción de conocimientos por parte del docente, de aquí en adelante (experto), a los estudiantes, de aquí en adelante (aprendices), hacia el proceso de aplicación del método de Polya en la solución de situaciones problema geométrica con los conceptos de área, perímetro y volumen (Ver anexo 4. Tabla 10. Diario de campo 1).

3.3.2 Etapa de modelación. Esta etapa al igual que la anterior se dividió en 3 momentos (modelado, trabajo cooperativo y colaborativo y exploración para la comprensión); el primer momento (modelado) no presenta resultados porque se estableció como la inducción por parte del experto a la solución de situaciones problema geométrica con los conceptos de área, perímetro y volumen.

En el segundo momento (trabajo colaborativo y cooperativo), los aprendices abordan las situaciones problema; de forma general se observa que la acción privilegiada para *entender el problema* se resuelve en general al “*hacer la lectura pausada, nos damos cuenta y entendemos que tenemos y que nos piden encontrar en la situación*” (Ver anexo 4. Tabla 11. Diario de campo 2). La interacción inicial con la situación problema pasa por una lectura minuciosa que luego les permite identificar los datos pertinentes y la incógnita a resolver. Esto además les permite establecer los conocimientos necesarios para comprobar la solución de la situación problema planteada.

Una vez establecida la información relevante del problema, los aprendices se orientan a **configurar un plan**, pero este se limita a “*llevar un orden para organizar los pasos*” (Ver anexo 4. Tabla 11. Diario de campo 2), pero no es claro cómo establecer dicho “orden”. Porque los aprendices no han desarrollado situaciones problemas semejantes y se hace evidente una dificultad en la organización secuencial de los datos y las condiciones del contexto para una solución, de ahí que recurran al acompañamiento del experto para aclarar dudas e inquietudes al respecto. Producto de este apoyo, los aprendices logran organizar su estrategia de solución secuencial.

Después de organizar los datos y secuenciar los pasos de solución, los aprendices se disponen a **ejecutar el plan**, este necesitó de “debates para llegar a acuerdos sobre cómo desarrollar el orden del paso a paso teniendo en cuenta la necesidad del problema” (Ver anexo 4. Tabla 11. Diario de campo 2). Para ello se utilizó demasiado tiempo en la toma de decisiones, demostrando así que las habilidades adquiridas y por adquirir en el dominio del método son mínimas, determinando que el acompañamiento del experto todavía es pieza fundamental para que los aprendices alcancen un aprendizaje potencial; esta orientación y guía permitió comprender, solucionar y responder la pregunta del problema.

Una vez desarrollado el plan, se evidencia una sinergia de conocimientos entre la construcción y la ejecución del plan, pero su distribución es desigual entre el experto y el aprendiz, lo que permite ver una autonomía incipiente sobre el método a trabajar; por ello es necesario realizar una **mirada retrospectiva** donde desarrollando “*las preguntas que guían y referencian la observación hacia atrás, la orientación y explicación del profesor permitieron tener claridad en la solución del problema*” (Ver anexo 4. Tabla 11. Diario de campo 2) se reconoció que para los aprendices en los primeros procesos de apropiación de una habilidad resulta elemental el andamiaje⁴ del experto y sus recursos simbólicos (discursivos).

Por lo tanto, desde la óptica de los productos de los aprendices, se encontró que con el acompañamiento del experto se comprobó el funcionamiento del procedimiento (paso a paso) para resolver la situación propuesta; definiendo que la secuencialidad permite verificar el resultado, mostrando aplicabilidad con otras situaciones problema similar.

En este sentido los registros manifiestan que los aprendices realizaron un ejercicio metacognitivo, en los diferentes grupos realizando una autoevaluación al proceso a través de las exposiciones de sus resultados (Ver anexo 3. Tabla 7), determinando que no se percibe ninguna otra forma posible de solución; los estudiantes solo revisaron el cumplimiento de las propiedades y características de aplicación del método de Polya sin hacer uso de procedimientos para contrastar lo expuesto por sus compañeros de tal forma que permitiera modificar o corregir las respuestas.

Para el tercer momento (exploración de la comprensión) los aprendices resuelven de forma individual una situación problema geométrica (Ver anexo 3. Tabla 7). Para ***entender el problema***, se observa que hacen *“la lectura de la información expuesta en la situación permitiendo obtener los datos fácilmente”* (Ver anexo 4. Tabla 11. Diario de campo 2). Una vez reconocidos los datos relevantes, la ***construcción del plan*** evidenció que *“algunos lograron establecer la secuencia de pasos, mientras que otros presentaron dificultades para la secuencialidad y seriación de los mismos”* (Ver anexo 4. Tabla 11. Diario de campo 2). Esto afectó la ***ejecución del plan*** pues *“los que lograron estructurar el plan encontraron la solución al problema; mientras los que presentaron dificultad no lograron encontrar la solución a este”* (Ver anexo 4. Tabla 11. Diario de campo 2).

Para aquellos aprendices que presentaron dificultades en el procedimiento y ejecución, resultó fundamental el acompañamiento del experto, donde a través de una ***mirada retrospectiva*** se generó *“una nueva estrategia o procedimiento de solución y de verificación que compruebe si*

lo planteado permite otra forma de solución” (Ver anexo 4. Tabla 11. Diario de campo 2). A partir de esta orientación los aprendices encontraron ya sea una nueva estrategia o lograron identificar dónde estaba la dificultad, momento en que el experto acompañó la correcta ejecución.

De este tercer momento se observa que los aprendices avanzaron en la competencia resolución de problemas aplicando los pasos de Polya, para este avance cumplió un papel significativo el trabajo colaborativo y cooperativo (Experto-Aprendiz-Pares). La autonomía aún no está desarrollada pero el acompañamiento favorece la mejora en el desempeño según los resultados presentados en la figura 11.



Figura 11. Registro valorativo situación problema etapa de modelado. Fuente: elaboración propia

propia

Se evidencia que el 100% de los estudiantes lograron *entender el problema*, de ellos un 84% lograron *Construir y ejecutar el plan* de resolución, los demás presentaron dificultades que fueron resueltas bajo acompañamiento del experto, exceptuado 1 aprendiz quien aún bajo la *mirada retrospectiva* no logró el desempeño óptimo planteado (Ver anexo 3. Tabla 7).

En síntesis, el 96% del grupo logra un buen desempeño en la etapa de modelado, la cual está dada incluye también el trabajo cooperativo y autorregulación, descritas más arriba, en la cual el trabajo colaborativo fue importante para el desempeño académico de los aprendices. (Ver anexo

4. Tabla 11. Diario de campo 2). Todas las evidencias correspondientes a esta etapa, se encuentran compilada en el anexo 9.

3.3.3 Etapa de participación guiada. Esta etapa, al igual que las anteriores, se dividió en 3 momentos (trabajo colaborativo y cooperativo, práctico grupal y de exploración de la comprensión). Para el primer momento (trabajo colaborativo y cooperativo), los aprendices se dividen en grupos, para ***entender el problema*** “*señalan condiciones y analizan una perspectiva diferente de solución a través de la correspondencia con el juego llamado tetris*” (Ver anexo 4. Tabla 12. Diario de campo 3), es decir, identifican partes o elementos claves en el problema que permiten su solución, resultando útil lo que ya conocen del juego (tetris).

Después de detallar los elementos claves, la ***configuración del plan*** pasa por la identificación de “*las figuras, adaptación de su relación espacial con la figura plana propuesta simulando el juego tetris*” (Ver anexo 4. Tabla 12. Diario de campo 3), pero esa identificación se queda solo en la discusión de los aprendices, por lo cual el experto interviene señalando ensayar algunas ideas, lo cual les permite pensar armar “*el juego tetris en el rectángulo colocando las fichas hasta que encajen para cumplir con lo solicitado*” (Ver anexo 4. Tabla 12. Diario de campo 3). A partir de esta intervención se plantean los posibles pasos que les llevan a ensayar diferentes vías para llegar a la solución.

En esta situación se destacan tres aspectos: en primer lugar, nuevamente la importancia del acompañamiento del experto para el andamiaje de las habilidades de los estudiantes, en segundo lugar, la familiaridad de los objetos de la situación que permite trabajar la situación concreta a partir de un juego ya conocido (tetris) (ver figura 9 y anexo 3. Tabla 8) y, en tercer lugar, la vinculación del material concreto que posibilita construir una solución “*a diferentes ritmos con la*

participación de todos usando” (Ver anexo 4. Tabla 12. Diario de campo 3) un juego que fortaleció el trabajo en equipo.

Durante la *mirada retrospectiva* se observó que los aprendices hacen “*comparaciones y relaciones entre el juego, las figuras planas, su orientación, acomodación y las propiedades de las operaciones*” (Ver anexo 4. Tabla 12. Diario de campo 3), lo que permite inferir que este momento de la estrategia de resolución los lleva a analizar las propiedades de los objetos (rectángulo es uno, pero con diferentes formas de acomodarlo) y vincularlas con otros objetos del mundo cotidiano (juego de tetris).

Por lo tanto, los aprendices encontraron que para este caso la solución admite diversas posibilidades de respuesta a pesar de que la consigna sea la misma: “formar un rectángulo de 6x4”, posibilitando con ello habilidades de razonamiento lógico deductivo y de ensayo-error.

Para el segundo momento (Trabajo Grupal), los aprendices trabajan en los mismos grupos, inician con la resolución de un nuevo problema. Para *entender el problema* se observan discusiones respecto cómo “*extraer los datos y poder construir el paso a paso*” (Ver anexo 4. Tabla 12. Diario de campo 3). Luego de identificar los datos relevantes del problema, los aprendices se dirigen a elaborar el plan de resolución.

Para *construir el plan* los aprendices asumen que “*el paso a paso debe ser claro y secuencial, promoviendo la estrategia de ensayo y error*” (Ver anexo 4. Tabla 12. Diario de campo 3). Ellos muestran una mejora en la organización secuencial de los posibles procedimientos (figura 13), sin embargo, aún buscan orientación del experto para validar el procedimiento. No obstante, la validación buscada en este reconoce que los aprendices demuestran una asimilación del proceso sistemático de pensamiento que facilita el método de Polya.

Dicha validación también se observa en la *ejecución del plan* donde los aprendices interpelan al experto si *“el proceso y el procedimiento propuesto es viable”*, donde este solo orienta a los aprendices a través de preguntas y expresiones inspiradoras (Ver anexo 4. Tabla 12. Diario de campo 3). A pesar de la organización del plan, las producciones presentadas por los aprendices en algunos casos muestran errores en su ejecución, como por ejemplo al realizar operaciones aritméticas, al usar símbolos y signos de la matemática.

Durante la *mirada retrospectiva* los aprendices concluyen que *“si se plantea una estrategia estructurada de manera secuencial desde su inicio permite encontrar de manera eficaz la solución a la situación de lo contrario se debe revisar y modificar”* (Ver anexo 4. Tabla 12. Diario de campo 3). Aunque la estrategia no sea eficaz desde el inicio, los estudiantes reconocen que existe la posibilidad de reorganizar la propuesta y en dicha reorganización resulta fundamental la presencia del experto quien a través del impulso de un monitoreo al paso a paso por parte del mismo aprendiz, su proceso de solución y de verificación posibilita llegar al resultado esperado.

A pesar de continuar con algunos errores a nivel procedimental, durante este segundo momento los aprendices han logrado un claro avance en la aplicación del método para solucionar situaciones, especialmente se han apropiado de la mirada retrospectiva realizando un análisis exhaustivo de verificación donde se determina si hay necesidad de la orientación del experto como apoyo para replantear la solución o en su defecto subsanan la respuesta del problema.

En el tercer momento (Exploración para la comprensión) los estudiantes explican las soluciones encontradas a cada situación problema (Ver anexo 3. Tabla 8) a partir de los apuntes de quienes juegan el rol de relatores en cada grupo de trabajo. Se observa una gradual incorporación de las estrategias y habilidades vinculadas al procedimiento de resolución usando el método de Polya (Ver anexo 4. Tabla 12. Diario de campo 3), además de que los aprendices toman consciencia

de la dinámica que sucede al interior del grupo, demostrando la apropiación que tienen los aprendices tanto del pensamiento sistémico como del método propuesto.

Todas las evidencias correspondientes a esta etapa, se encuentran compilada en el anexo 10.

3.3.4 Etapa de apropiación. Esta etapa sigue la línea de las anteriores se dividió en 3 momentos (Práctico Individual, trabajo colaborativo y cooperativo y de exploración de la comprensión). En el trabajo individual los aprendices reciben una situación problema que abordan, donde *“usando la gráfica, realizando una lectura pausada y minuciosa, entendiendo la pregunta, se pueden extraer los datos”* (Ver anexo 4. Tabla 13. Diario de campo 4). Este momento de **entender el problema** implica la identificación y extracción de datos relevantes como *“fracciones, sus representaciones y operaciones”* (Ver anexo 4. Tabla 13. Diario de campo 4). En el establecimiento de la **construcción del plan** los estudiantes siguen diferentes rutas las cuales van asociadas a las estrategias que ya dominan (listado, diagrama, etc.), sin embargo, en la **ejecución del plan** continúa *“la aplicación sistémica, lógica y secuencial del procedimiento lo que permite llegar a la solución de la situación”* (Ver anexo 4. Tabla 13. Diario de campo 4), señalando que los aprendices si bien está incorporando un procedimiento sistemático de pensamiento, no siguen las mismas rutas, lo cual favorece la flexibilidad del pensamiento.

Cabe destacar que, en este momento solo un estudiante requirió el apoyo por parte del experto para la mejora en su desempeño. Por otro lado, la **mirada retrospectiva** en este caso permitió *“un acompañamiento preparatorio para enfrentar situaciones permitiendo vencer así los miedos y los obstáculos, admitiendo así reconocer el error, enmendarlo y superarlo, para solucionar de manera correcta una situación”* (Ver anexo 4. Tabla 13. Diario de campo 4). En este primer momento se observa poca intervención del experto lo cual señala mayor autonomía de los

aprendices, quienes a su vez se muestran más competentes en la solución de las situaciones problema bajo el método propuesto (ver gráfico 2).

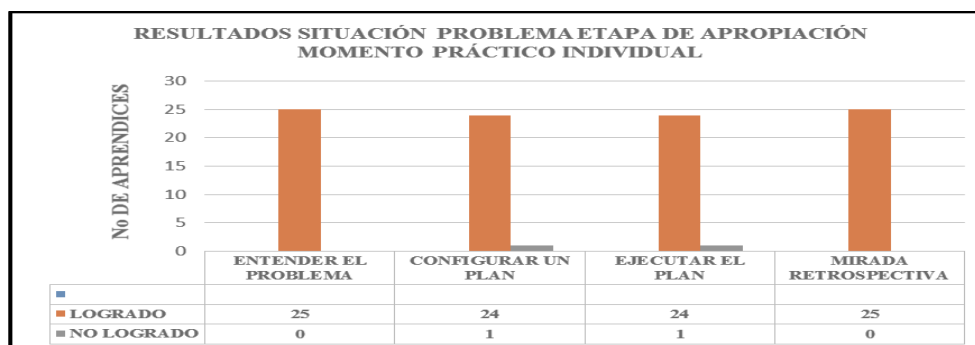


Figura 12. Resultados situación problema etapa de Apropiación. Fuente: elaboración propia

La Figura 12 resume el desempeño del grupo experimental en este primer momento, mostrando un avance significativo en el proceso de solución de situaciones problema haciendo uso del método propuesto. Por otro lado, se evidencia que solo un aprendiz requirió del acompañamiento, siendo este efectivo en el resultado final.

En el segundo momento de trabajo colaborativo y cooperativo, los aprendices se dividen en grupos (Ver anexo 3. Tabla 9) para abordar las situaciones problema. Para *entender el problema*, los grupos parecen tener claro que “*la mejor forma de extraer la información de los datos del problema, es haciendo énfasis puntual en la comprensión de lectura del problema, determinando la existencia de los elementos, sus condiciones y de las características propias y fundamentales de este*” (Ver anexo 4. Tabla 13. Diario de campo 4). Este conocimiento, ya recurrente en el desempeño se refleja en la solidez de los análisis y de las diferentes producciones escritas por parte de los relatores de cada grupo.

En la *creación del plan* pasa como una estrategia “*establecer el procedimiento a través de la comparación entre lo que se tiene y a lo que se debe llegar*” (Ver anexo 4. Tabla 13. Diario de campo 4), estrategias que además son discutidas y ajustadas en el trabajo colaborativo en cada uno de los grupos.

En la *ejecución del plan* “se evidencia un claro uso del lenguaje matemático, se desarrolla la representación simbólica del tema y se lleva a cabo el paso a paso, además, se logra la solución del problema propuesto” (Ver anexo 4. Tabla 13. Diario de campo 4). Los aprendices señalan fundamental que al examinar todos los detalles presentes (lenguaje, representación, simbolismo) en el problema, estableciendo así las diferencias entre cuando un paso es correcto para resolver y cuando uno es correcto para demostrar, lo anterior toma sentido cuando se responden preguntas como las que plantea Polya en este paso como “¿puedes ver que el paso es correcto?; ¿puedes demostrarlo?”.

Por otro lado, se observó un estudiante con dificultades en la ejecución del plan, sin embargo, la duda fue resuelta bajo el apoyo de los propios pares, cuyo conocimiento y habilidades de equipo están muy consolidadas en este momento del proceso. Esto nos demuestra que el lugar del experto ya está siendo ocupado por los propios pares académicos y no por el docente únicamente, lo cual manifiesta una fortaleza en la autonomía individual y colectiva de los estudiantes.

Para este momento del proceso, la *mirada retrospectiva* permite ver que los aprendices han incorporado la “revisión” del procedimiento como una forma de verificación de la respuesta correcta, es decir, manifestando que “*en caso contrario se puede replantear o modificar el procedimiento para llegar a la solución*” (Ver anexo 4. Tabla 13. Diario de campo 4). Consistente con momentos previos, los desempeños muestran una transferencia incipiente de la estrategia a situaciones diversas, lo cual favorece en los estudiantes el conocimiento y la comprensión de que existen diversas formas de solución utilizando el mismo procedimiento.

En este segundo momento los aprendices muestran mayor apropiación sobre el método desarrollado y por lo tanto una mayor autonomía tanto en relación a sus conocimientos, como en

las habilidades de autorregulación del aprendizaje, lo cual se ve reflejado en la autoevaluación y co-evaluación a través de la rúbrica (Ver anexo 5).

Para la exploración de la comprensión (tercer momento) cada grupo socializó tanto la solución desarrollada (Ver anexo 3. Tabla 9) como la percepción del trabajo de los demás grupos. Todos los grupos coinciden en las similitudes de lo que realizan para desarrollar los problemas: *“El grupo inicio con la lectura detenida de la situación” (Grupo 4); “Cada compañero expuso su solución, todos aportamos ideas para complementarla” (Grupo 3); “cada uno resolvió la situación con ayuda de los pasos y de las preguntas” (Grupo 1); “Los planes fueron muy similares, solo cambiaban algunos pasos, pero todo llegamos al resultado” (Grupo 2 y 5);* (Ver anexo 4. Tabla 13. Diario de campo 4). Esta consistencia muestra una distribución equilibrada del dominio de la estrategia y aunque es claro que no todos los estudiantes tienen el mismo desempeño al interior de los grupos, el propio trabajo colaborativo entre pares, apoyado en ocasiones por el experto, parece generar un mejoramiento, por medio de la aclaración de dudas y de las dificultades que se pueden presentar en estudiantes particulares.

Más allá de la intervención, al considerar el avance de los aprendices vale la pena retomar las pruebas pre y post. En el pre-test se observa que los aprendices no desarrollan de manera correcta la solución de una situación problema, no hay una estrategia de solución clara, solo resuelven de manera directa y en cualquier hoja de papel cada una de las situaciones problema, evadiendo así la demostración de la solución del problema dando respuesta a la exigencia solo con estrategias de orden cognitivo (Formulas y Operaciones Aritméticas).

En el pos test se observa que los aprendices lograron realizar la demostración de cada una de las situaciones problema utilizando estrategias tanto cognitivas (Gráficas, Formulas y Operaciones Aritméticas) como meta cognitivas (Notas descriptivas de lo que entendieron del

problema, diseño sistemático de los planes a ejecutar, evidencias del monitoreo paso a paso de los planes a ejecutar y su Auto reflexión sobre los resultados y la efectividad de la ejecución del plan propuesto), demostrando desarrollo de habilidades mentales, verbales, de razonamiento lógico matemático y a su vez un aprendizaje significativo y una apropiación sobre el desarrollo y aplicación del método de Polya.

Todas las evidencias correspondientes a esta etapa, se encuentran compilada en el anexo 11.

3.4 Análisis de resultados

Los resultados muestran una gradual incorporación del procedimiento incluido en el método Polya (1981). Al principio de las actividades se observa que los estudiantes parecen comprender los pasos del procedimiento como momentos fragmentados. Al principio hay un marcado énfasis en la comprensión lectora para identificar lo relevante del problema. Esta fase es de muy pronta claridad durante la intervención, lo cual indica que los estudiantes parecen no ser ajenos a lo primero que se requiere para solucionar un problema matemático (Schoenfeld, 1985). Debe resaltarse que la comprensión lectora, según Solé (2000) no es una habilidad general, sino que depende del área del conocimiento donde se realiza dicha comprensión. Esto indica que además del conocimiento previo que tenían los estudiantes sobre el perímetro (Gallo, et al. 2006), el área y volumen (Godino, Batanero y Roa, 2002), también existían habilidades de lecto-escritura en matemáticas. Este conocimiento no presupuesto en la intervención fue importante para avanzar en el objetivo del proyecto. Esto quizás se deba a habilidades desarrolladas en cursos previos.

El momento de planificación está menos consolidado al principio de la intervención. Los estudiantes señalan acciones, pero parecen no saber cómo organizarlas en un procedimiento lógico.

Aquí parece haber sido fundamental la mirada retrospectiva orientada por el docente. En actividades posteriores, la mirada retrospectiva ya no se enfoca en la comprensión lectora sino en el establecimiento del plan. Los reportes muestran que para los estudiantes este plan es el que determina el éxito, sin embargo, es su ejecución lo que muestra son las dificultades y las fortalezas. Considerando la inteligencia como expresión de la pluralidad de las capacidades humanas (Gardner, 2005), en las actividades iniciales la ejecución es más una discusión (como un plan) que un accionar, nuevamente aquí es importante el apoyo docente. Sin embargo, en actividades posteriores la ejecución se vuelve un espacio de discusión basada en el ensayo y error (Polya, 1981), al cual luego se integran otras como las analogías y la organización de información. Esta estrategia del pensamiento sumado a las características del material (tetris) posiblemente les informe a los estudiantes sobre las diversas vías de resolución que puede contener una situación problema (Jaurlaritza, 2004). De hecho, es esto lo que posteriormente se vuelve importante en la mirada retrospectiva, en la cual ya no solo importan las estrategias o el material, sino también que se incluye la consideración por los estados inicial (problema) y final del problema (objetivo).

Parece entonces que el recorrido de la apropiación del método inicia en un conocimiento parcialmente establecido sobre la importancia de comprender e identificar información relevante, a lo cual se incorpora la necesidad de establecer una secuencia de pasos clara, que posteriormente exige considerar los recursos cognitivos (estrategias de pensamiento), las características del material (como el tetris) y la meta de la situación. Esta ampliación en la comprensión del niño indica que posiblemente está operando bajo conocimiento significativo (Ausubel, 1963) y no a partir del tratamiento de algoritmos para involucrarse en la solución de problemas (Senge, 2010).

Este aprendizaje significativo del procedimiento puede deberse en parte a la exigencia tanto cognitiva (Hernández, 2001) y metacognitiva (Allueva, 2003) que implica la mirada retrospectiva;

al proyectar una revisión sobre el propio proceso, los estudiantes adquieren habilidades para auto-observar y auto-evaluar sus propias producciones, siendo esta una alternativa viable para formar estudiantes autónomos (Ryan y Deci, 2000), lo que permite hacer una reflexión sobre la manera como se apropian del conocimiento y de entender la forma como pueden aplicarlo en otros ámbitos de su vida. (Donovan & Bransford, 2005).

Por otro lado, las múltiples situaciones problema (Mesa, 1998) desarrolladas, sumado la socialización de las mismas ante todo el grupo abre la oportunidad para que los estudiantes abstraigan las características del procedimiento, que permite luego transferirlo a otras situaciones (Guzmán, 1994), especialmente las similares. Esta abstracción es para Baquero (2009) el objeto de la escolarización y contribuye en la formación de un pensamiento que puede funcionar sin estar limitado por el contexto concreto de la situación problema a resolver (Luria y Tsvetkova, 1981).

En términos de interacciones, se observa hacia el final de la intervención relaciones democráticas entre el docente, estudiantes y pares que permitió convertir a todo el grupo en fuente de orientación y de auto-reflexión. Este rol de orientación, ocupado inicialmente por el docente se transforma y es ocupado por los propios estudiantes, formando lo que Vygotsky denomina comunidad de aprendizaje (Baquero, 2002), donde los participantes realmente cumplen roles diferenciados y activos en relación a la construcción que hacen para conseguir las metas compartidas (Rogoff, 1997).

Este tipo de relaciones parece tener un gran impacto durante la mirada retrospectiva, en la cual el docente puede desligarse del lugar de “corrector” al lugar de guía. Según Bruner (2008) la educación tiene efectos sobre la autoestima de los estudiantes, por lo tanto, una inadecuada orientación en el proceso de autoevaluación tendría dos efectos negativos: una percepción negativa de sí mismo en el niño (Ovejero, 2002) y la pérdida de la oportunidad de desarrollar habilidades de auto-regulación del aprendizaje. En este sentido la mirada retrospectiva en si misma podría no tener un efecto apropiado sino se hace un andamiaje

(Wood, et al., 1976) adecuado, tanto por parte del docente, como de los estudiantes más avanzados. Esto señala la importancia de acompañar a los estudiantes en la incorporación (en el sentido Vygotskiano) de las habilidades psicológicas, no como un contenido, sino justamente como una forma de pensamiento asociada a una actividad social que se desarrolla con la participación colectiva, donde cada miembro presenta diferentes formas de comprensión (Rogoff, 1997).

El rol de guía, al ser democratizado, facilita una experiencia afectiva en los estudiantes que les permite entender sus propios procesos de aprendizaje como un problema de auto-regulación, lo cual favorece su autonomía (Ryan y Deci, 2000), su compromiso (Assor, Kaplan y Roth, 2002) y por lo tanto su interés (Dewey, 1980). Es incluso posible pensar que parte del cambio entre el pre test y el pos test, sea una disposición actitudinal del estudiante frente a la prueba, que termina contribuyendo con los resultados observados.

Desde otro ángulo, entendiendo que la apropiación participativa (Rogoff, 1997) es el modo en que los individuos se transforman a través de su implicación en una actividad; la intervención descubrió que con los tipos correctos de experiencias (Docente – estudiante – Pares), los estudiantes desarrollan un sentido sano de transformación y de confianza, porque pueden dominar y controlar sus propios mundos (Eccles, 1999), intento exitoso de acuerdo a los mecanismos de carácter social que estimulan y favorecen el aprendizaje tales como la discusión y la argumentación durante las diferentes etapas, momentos y actividades del programa; lo que les permitió cambiar y manejar situaciones posteriores (De Guzmán, 2007) a su participación en las actividades de trabajo colaborativo y cooperativo (Johnson, Johnson y Holubec, 1999), fomentando el sentido de comunidad de aprendizaje (Baquero, 2002), de confianza entre los pares y el docente, la toma de decisiones personales y la guía multidimensional desde lo cognitivo, lo procedimental y lo actitudinal (Decreto No 1290, 2009).

En términos del material de trabajo, parece importante señalar que, al referirse a situaciones familiares, esto puede generar un interés situacional inicial que contribuye a una mejor disposición a la participación del niño. Los estudiantes trabajan cuando consideran importante lo que están aprendiendo y por lo tanto un aprendizaje basado en el interés es mejor que el basado en el esfuerzo (Dewey, 1980). La novedad de la intervención sumado a elementos de la pedagogía activa (Dewey, 1954) y la didáctica de la matemática (Brousseau, 2000) facilitó su motivación para promover en el estudiante el deseo de aprender y de participar en las actividades del entorno educativo.

Para concluir, vale la pena señalar tres aspectos: en el postest los estudiantes demuestran mayor tiempo de ejecución, lo cual puede indicar mayor tiempo de análisis (tal como ocurría en la intervención). Sus producciones muestran que hay procedimientos que se siguen de forma explícita y organizada para resolver los problemas (Bahamonde y Vicuña, 2011), y finalmente hay un mayor índice de respuestas correctas. Se puede decir que estas evidencias se relacionan con la intervención y por lo tanto se puede decir que en algún sentido hay un efecto asociado que deberá evaluarse en un trabajo posterior.

De la intervención se observa que hay un proceso de incorporación gradual de cada momento que es integrado gracias a la constante mirada retrospectiva, la cual pone en evidencia no solo la importancia de enlistar información importante del problema sino también de las propias habilidades y recursos que se necesitan para la resolución. En el ejercicio metacognitivo parece fundamental las relaciones democráticas y las funciones del experto como un guía del proceso. Finalmente, si bien se buscaba que los estudiantes aprendieran el método heurístico de Polya, la enseñanza de este procedimiento puede producir resultados insatisfactorios si no se acompaña de forma adecuada su incorporación.

Más allá, si lo central del instrumento es el proceso de adquisición, entonces esta tesis muestra que la labor del experto es fundamental y si bien la apuesta fue por el método de Polya, lo que es importante es que el estudiante interiorice una forma sistemática de pensamiento sobre los problemas que incluya una auto-revisión, o una revisión guiada. En consecuencia, para este instante del proceso investigativo se puede precisar que no es como el método heurístico de Polya por sí solo asiste a los estudiantes en la solución de una situación problema, sino cómo todo un proceso de pensamiento sistémico para analizar, comprender y accionar no solo en una situación problema específica que se le enseña al estudiante, puede ayudarle en el área de matemáticas, especialmente en lo concerniente al pensamiento espacial y los sistemas métrico – geométrico.

4. Discusión

En conformidad con los resultados obtenidos después de aplicar los instrumentos propuestos se puede manifestar la responsabilidad, misión y compromiso que tienen los educadores en el área de matemáticas para promover nuevas orientaciones en la enseñanza y en el aprendizaje de este campo del saber. En el contexto del presente trabajo, se aplicaron dos clases de instrumentos para la evaluación (pre test y post test) y se desarrolló un programa de intervención con un triple propósito: caracterizar los conocimientos previos de los estudiantes en torno a los conceptos de área, perímetro y volumen; determinar la efectividad del programa de intervención desarrollado en la resolución de la situación-problema; y establecer la efectividad de un programa de intervención orientado a la construcción y desarrollo de un conjunto de etapas y procedimientos específicos basados en el método heurístico de Polya y su aplicación respectiva en la resolución de una situación-problema geométrica con los conceptos de área, perímetro y volumen.

Ahora bien, el programa de intervención ejecutado probó la incidencia del método heurístico de Polya en la solución de situaciones-problema geométricas mejorando significativamente el desempeño tanto académico como personal de los estudiantes; fortaleciendo así los factores cognitivos asociados a los problemas de comprensión en las situaciones problema presentadas, convirtiendo este proceso sistémico en una alternativa viable y eficaz para el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos, específicamente en la geometría con los conceptos de área, perímetro y volumen en los estudiantes de grado 7° de la IE Oficial de El Cerrito. Estos resultados guardan relación con lo que sostienen Boscán y Klever (2012) y Franchi y Hernández (2004); en lo que respecta a la posibilidad de superar errores en los procedimientos, de tal forma que no se dificulte al estudiante la apropiación de una solución coherente con sus saberes.

En lo que se refiere a procedimientos para la enseñanza-aprendizaje en matemáticas-geometría, se aprecia una mejora significativa en el grupo experimental, situación que concuerda con apreciaciones como las de Sáenz, Patiño y Robles (2017); Alsina, Novo y Moreno (2016) y Aravena, Gutiérrez y Jaime (2016), en la medida que se comprueba como la aplicación del método de Polya dentro de una metodología de enseñanza enriquecida genera efectos positivos en el aprendizaje y desarrollo de habilidades. Las investigaciones de los autores mencionados, en diferente medida, muestran que una situación de aula donde haya unidad de enseñanza, lúdica y juego, ya sea con Polya u otro modelo sistemático de resolución, como el Van Hiele, incide de forma positiva en los niños; por ende se puede inferir que la mejora en el desempeño de los estudiantes no se centra solamente en el uso de un método sistemático específico sino en la inclusión de un modelo con una metodología la cual busca ayudar a los estudiantes a identificar y resolver situaciones problema no solo de índole académico sino para que también sea usado en la solución de situaciones de la vida cotidiana.

Con respecto al programa de intervención ejecutado, dentro de la categoría de antecedentes mencionada en el párrafo anterior, este se construyó con base en tres aspectos. En primer término, el modelo pedagógico fundamentado en el enfoque de la Pedagogía Activa que maneja la IESE, donde el docente estructura un programa con actividades iniciales (previas), de desarrollo (trabajo colaborativo y cooperativo) y de aplicación (práctico individual) en conjunto con el método de Polya; buscando el desarrollo de habilidades y destrezas para aprender a aprender, lo cual es coherente con lo propuesto por Turizo (2014) Escalante (2015) y Rodríguez y Yangli (2016); el primero de ellos basó su investigación en la fundamentación teórico – conceptual del constructivismo social y el activismo con la inclusión del método de Polya; cuyos resultados evidenciaron que su aplicación sistémica contribuye con la formación integral de los estudiantes permitiendo la apropiación del saber ser, saber conocer, saber hacer y saber convivir conjuntamente en los procesos de enseñanza-aprendizaje. Por otra parte, Morales (2012), trabajó en su investigación los fenómenos didácticos que pueden afectar el desarrollo de una propuesta diferentes, en este caso, se lograron superar aspectos como la falta de congruencia temática y de enseñanzas relacionadas al contexto, propendiendo más al razonamiento activo permitiendo que la lúdica y el juego marquen como protagonista del proceso de enseñanza y de aprendizaje al estudiante y no al docente.

El segundo aspecto que fundamenta el programa de intervención es el método heurístico de Polya (1981), considerado como una estrategia para resolver problemas, el cual presenta unas fases o momentos (entender el problema, construir un plan, ejecutar el plan y mirada retrospectiva) íntimamente relacionados entre sí con preguntas referenciales en cada uno, lo mencionado guarda afinidad con lo expuesto por Rodríguez, Gregori, Riveros y Aceituno (2017), en lo que corresponde al uso de estrategias metodológicas en el aprendizaje de geometría y matemáticas, pues se generan

posibilidades relacionadas con una intercomunicación imprescindible entre docente – estudiante, estudiante – estudiante. También cabe resaltar el aporte de Fabres (2016) quien refiere la variedad de opciones con las que cuenta el docente, entre ellas el modelo de Van Hiele.

El tercer aspecto en que se basa el programa de intervención es el diseño mediante etapas o fases tales como la instrucción, la modelación, la participación guiada y la apropiación, donde cada una de ellas se desarrolla por momentos, lo que permitió el despliegue de las diferentes actividades y los procesos de intervención para que el estudiante se prepare para futuras participaciones en situaciones semejantes. Este diseño por etapas y los resultados obtenidos son acordes con lo planteado por Galeano (2011); Barrantes y Balletbo (2012) y Alonso (2011), quienes enfatizan la importancia de promocionar el aprendizaje significativo.

En la categoría de antecedentes referida a los métodos para la solución de problemas, junto a lo que se ha venido diciendo, destaca el trabajo de Bermúdez (2018), quien no proyectó su intervención a partir de fases o etapas, solo hizo uso de la manipulación de material concreto y didáctico, donde sus resultados evidenciaron una dificultad ya que los estudiantes venían acostumbrados a la enseñanza tradicional de la geometría y no los preparó para el cambio de metodología, por consiguiente es de rescatar que un proceso sistémico estructurado por fases y etapas de desarrollo permite no solo el mejoramiento académico de los estudiantes sino que ayuda a reestructurar la idea de los cambios metodológicos implementados por los docentes con sus estudiantes.

Los anteriores aspectos permiten pensar que una propuesta pedagógica enriquecida que utilice el método de Polya o cualquier otro (Van Hiele, por ejemplo) se puede replicar en cualquier área del campo educativo considerando en particular las etapas, los momentos (previo, colaborativo y cooperativo, práctico) y la diversificación de las actividades propias de cada área. Esto puede

mostrar resultados efectivos en el desempeño de los estudiantes; lo anterior se ajusta a lo señalado por Morales (2012), Sáenz, Patiño y Robles (2017), Aravena, Gutiérrez y Jaime (2016), González (2014), Bermúdez (2017), Abadía (2017) y Alonso (2011), quienes determinaron sus propuesta didáctica a través del trabajo cooperativo, la lúdica y el juego, la estrategia ensayo y error, secuencias didácticas y el detrimento de las dificultades encontradas por la costumbre a la enseñanza tradicional donde los programas de intervención se resisten al componente teórico y se lleva más al desarrollo experimental (Saber Hacer).

Finalmente, la temática referida a la orientación espacial y geométrica, necesaria para generar un aprendizaje significativo, fue evidente en el trabajo desarrollado, sobresaliendo el momento previo, el trabajo colaborativo y cooperativo y el desarrollo práctico. En el momento previo, se desarrollaron las competencias del pensamiento espacial y del sistema métrico-geométrico en los conceptos de área, perímetro y volumen de figuras planas y de sólidos geométricos, lo que coincide con lo expuesto por Quevedo (2019); Gamboa y Ballesteros (2010); Gonzato, Fernández y Díaz (2011); Berciano, Jiménez y Salgado (2016), quienes manifiestan que la enseñanza y el aprendizaje de la geometría no debe permanecer en acciones memorísticas y rutinarias provenientes del tradicionalismo educativo, se deben buscar estrategias de participación activa que permitan un aprendizaje significativo como en acciones del juego, la lúdica y el material concreto. Por esta razón, una actividad con material concreto usando los bloques lógicos, permitió la clasificación de las figuras planas y los sólidos geométricos; la toma de medidas para cada una de las figuras planas y los sólidos geométricos; la formulación y desarrollo de las expresiones o las fórmulas propias para hallar el perímetro, el área y el volumen de las figuras planas y de los sólidos geométricos.

Para terminar, según lo expuesto en esta discusión, los textos señalados anteriormente, marcan la importancia del método de Polya como estrategia para mejorar la solución de situaciones

problema; sin embargo, a partir de los resultados obtenidos y del análisis que se realizó en esta tesis, se coloca de manifiesto que: ¿Será efectivamente el método de Polya o serán realmente los procesos y procedimientos que los docentes utilizaron y que manifestaron pero que no se hicieron visibles en los resultados de sus investigaciones lo que realmente hace la diferencia para que los estudiantes alcancen un buen desempeño en la solución de situaciones problema geométrica?

4.1 Conclusiones y recomendaciones

Los resultados alcanzados en el presente estudio permiten concluir que el aprendizaje en matemáticas es de tipo secuencial y continuo; es decir, unos aprendizajes se van apoyando en otros, cada proceso ofrece elementos que se hacen necesarios en el desarrollo de nuevos conocimientos; por eso, cuando se presentan dificultades que no se pueden solucionar de manera correcta y quedan algunos conceptos por aprender o competencias por desarrollar, se dificultan los conocimientos posteriores, por lo cual es de vital importancia de manera inicial caracterizar los conocimientos previos para que los docentes y estudiantes no presenten dificultades al momento de anclar los nuevos conocimientos en los procesos de enseñanza por parte de los docentes, estableciendo un aprendizaje significativo en los estudiantes.

Por otra parte, el conocimiento de los factores pedagógicos (metodología, motivación, material didáctico) y psicológicos (percepción, memoria y conceptualización), el fortalecimiento de la competencia de resolución de situaciones-problema relacionadas con los conceptos de área, perímetro y volumen y el apoyo del método heurístico enseñado, especialmente en su etapa de mirada retrospectiva son fundamentales en el proceso de construcción de programas de intervención en pro de la prevención del fracaso escolar en el área de matemáticas, permitiendo un acompañamiento para la mejora continua de los estudiantes.

La construcción y aplicación del programa de intervención como estrategia didáctica favoreció el aprendizaje de los conceptos en situaciones de contexto a través del uso de figuras planas y sólidos geométricos, promoviendo que los actores (Estudiante y Docente), establecieran una reciprocidad de ideas, por medio del trabajo individual, cooperativo y colaborativo, donde el docente jugó un papel de orientador y acompañante lo que se aprovechó para mejorar las destrezas, habilidades y competencias del pensamiento espacial y del sistema métrico-geométrico en la resolución de problemas en los estudiantes.

En cuanto a la efectividad del programa de intervención, esta debe ser medida no solo en los avances alcanzados sino también en las debilidades presentadas por los estudiantes al comparar los resultados entre el pre test y el pos test tanto del grupo experimental con el grupo control, más no por el número de respuestas correctas o incorrectas, teniendo en cuenta lo anterior, la incidencia presentada del pensamiento sistémico en apoyo con el método de Polya (1981) aunque no fue del 100%, reconoció un avance significativo promedio de casi 70% de mejora satisfactoria en el desempeño de los estudiantes del grupo experimental en comparación con el grupo control, quienes a pesar de tener una mejora no fue realmente significativa, en promedio solo el 30% logró un desempeño satisfactorio.

Con respecto, a las limitaciones metodológicas durante el desarrollo del presente estudio, se manifestaron tres características: tiempo de utilización para la intervención, teniendo en cuenta las múltiples actividades programadas en el cronograma de las Instituciones Educativas; jornadas de los grupos, ya que el grupo experimental estaba asignado en la jornada de la mañana y el grupo control estaba asignado en la jornada de la tarde; tercero, los espacios institucionales, esto teniendo en cuenta que después de la evaluación de conocimiento se extrajo una muestra de los estudiantes

en cada uno de los grupos, por lo que se debía trabajar por separado en algunos momentos para realizar las actividades.

En cuanto a recomendaciones para futuras investigaciones, tanto en el área de matemáticas como en otras áreas del saber, se considera necesario capacitar no solo a los docentes de matemáticas sino a todas las áreas del saber para que desarrollen espacios educativos enriquecidos que cuenten con estrategias sistemáticas de pensamiento (método de Polya es una de ellas). Implementar el programa de intervención en apoyo con un método sistémico de pensamiento desde la educación básica primaria, tomando como base la articulación sistémica de sus etapas, momentos y actividades, favoreciendo el desarrollo académico, personal y social de los estudiantes a través del aprendizaje cooperativo y colaborativo. En el currículo, se debe considerar la inclusión en los planes de área de matemáticas y de otras áreas del saber como estrategia metodológica y didáctica el programa de intervención en aulas enriquecidas apoyadas con un método sistemático de pensamiento (Polya u otros más actualizados).

A los docentes de matemáticas se sugiere combinar las evaluaciones tipo ICFES o de selección múltiple con única respuesta elaboradas en las instituciones educativas con preguntas abiertas, este tipo de prueba estandarizada no permite la utilización del lenguaje matemático común (Formalismo) ni la modelación matemática, elementos base de la formación en ciencias matemáticas y las demostraciones (rigor matemático) se pierden con el tipo de pregunta formulada en la prueba. Se propone que las competencias y el rigor matemático fueran desarrollados de manera simultánea, justificando el proceso y el procedimiento, no solo en la pregunta de selección múltiple con única respuesta sino también en las preguntas abiertas en las situaciones-problema propuestas cumpliendo de esta manera con el desarrollo del rigor matemático (Demostración).

Referencias bibliográficas

- Abadía, H. (2017). *Los triángulos a través de las áreas y sólidos utilizando la lúdica y el juego como estrategia pedagógica* (tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia.
- Allueva, P. (2003). Importancia del desarrollo de habilidades Meta cognitivas. *Revista Argentina de Psicopedagogía*, (57), 1-4. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=838691>
- Alonso, A. (2011). Desarrollo del pensamiento espacial y sistema geométrico en el aprendizaje de los sólidos regulares mediante el modelo de Van Hiele, con los estudiantes de 6° grado del colegio San José de la comunidad marista. *Matemática Educativa*, 1(1), 40-48. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/2620/>
- Alsina, Á., Novo, M.L. y Moreno, A. (2016). Redescubriendo el entorno con ojos matemáticos: Aprendizaje realista de la geometría en Educación Infantil. *Edma*, 5(1), 1-20. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/8423/>
- Aravena, M., Gutiérrez, A. y Jaime, A. (2016). Estudio de los niveles de razonamiento de Van Hiele en alumnos de centros de enseñanza vulnerables de educación media en Chile. *Enseñanza de las Ciencias*, 34(1), 107-128. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5381770>
- Arévalo, M.A. (2009). Comprensión de enunciados de problemas matemáticos. *Respuestas*, 14(2), 5-10. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5461218>

- Assor, A., Kaplan, H., y Roth, G. (2002). Choice is good, but relevance is excellent: Autonomy-enhancing and suppressing teacher behaviours predicting students' engagement in schoolwork. *British Journal of Educational Psychology*, 72(2), 261-278.
- Ausubel, D. (1963). *Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo*. México: Trillas.
- Bahamonde, S. y Vicuña, J. (2011). *Resolución de problemas matemáticos* (trabajo de grado). Universidad de Magallanes, Punta Arenas, Chile.
- Baquero, R. (2002). Del experimento escolar a la experiencia educativa. La transmisión educativa desde una perspectiva psicológica situacional: *perfiles educativos*. XXIV (98), 57-75. Recuperado de: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=132/13209805>
- Baquero, R. (2009). Desarrollo psicológico y escolarización en los Enfoques Socio- Culturales: nuevos sentidos de un viejo problema. *Avances en Psicología Latinoamericana*, 27(2). Recuperado de: http://www.scielo.org.co/scielo.php?pid=S1794-47242009000200005&script=sci_abstract&tlng=en
- Barbero, M., Holgado, T., Francisco, P., Vila, E. y Chacón, S. (2007). Actitudes, hábitos de estudio y rendimiento en Matemáticas: diferencias por género. *Psicothema*, 19(3), 413-421. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=72719309>
- Barrantes, H. (2006). Resolución de problemas, El Trabajo de Allan Schoenfeld. Centro de Investigaciones Matemáticas y Meta-Matemáticas, UCR. Escuela de Ciencias Exactas y Naturales UNED. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, 2006, Año 1, Número 1. Recuperado de: <http://www.cimm.ucr.ac.cr/hbarrantes>

- Barrantes, M. y Balletbo, I. (2012). Tendencias actuales de la enseñanza-aprendizaje de la geometría en educación secundaria. *Revista Internacional de Investigación en Ciencias Sociales*, 8(1), 25-42. Recuperado de <http://scielo.iics.una.py/pdf/riics/v8n1/v8n1a03.pdf>
- Berciano, A., Jiménez, C. y Salgado, M. (2016). Tratamiento de la Orientación en el Aula de Educación Infantil desde la perspectiva de la Educación Matemática Realista. *Números*, 93, 31-44. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/12682/>
- Bernardo, J. (2004). Una didáctica para hoy. Madrid: Rialp
- Bermúdez, M.A. (2017). *Desarrollo del pensamiento espacial en estudiantes de grado séptimo del municipio de La Virginia, Risaralda mediado por las situaciones-problema* (tesis de maestría). Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira, Colombia.
- Bermúdez, S.N. (2018). *Propuesta de estrategias metodológicas para el desarrollo del pensamiento lógico matemático en la resolución de problemas tipo Saber del componente geométrico-métrico en la competencia de razonamiento con los estudiantes del grado 5° de la Institución Educativa Anchique sede Pueblo Nuevo del municipio de Natagaima-Tolima* (tesis de maestría). Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia.
- Boscán, M.M. y Klever, K.L. (2012). Metodología basada en el método heurístico de Polya para el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos. *Escenarios*, 10(2), 7-19. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4496526>
- Brousseau, G. (2000). Educación y didáctica de la matemática. *Educación matemática*. Vol. 12. No 1. abril 2000, pp. 5-38.
- Bruner, J. (1972). *El proceso de la educación*. México: Hispanoamericana.

Bruner, J. S. (2008). Culture and Mind: Their Fruitful Incommensurability. *Ethos*, 36, 29-45.

Recuperado de: <https://anthrosource.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.1548-1352.2008.00002.x>

CIOMS y OMS. (2002). *Pautas éticas internacionales para la investigación biomédica en seres humanos*. Ginebra: Editorial CIOMS y OMS.

Congreso de la República de Colombia. (1991, 4 de julio). *Constitución Política de Colombia*. En: Diario Oficial, [en línea]. Recuperado el 7 de septiembre de 2019, de http://www.secretariassenado.gov.co/senado/basedoc/constitucion_politica_1991.html

Checkland, P y Scholes J. (1999). Soft systems methodology: a 30-year retrospective. *Systems Research and Behavioral Science*. Volume: 58, Publisher: Wiley, pp. 11-58.

De Guzmán, M. (2007). Enseñanza de las ciencias y la matemática. *Revista Iberoamericana de Educación*, 43, 19 – 58.

Ministerio de Educación Nacional. (2009). Decreto No 1290. Bogotá: Colombia.

Dewey, J. (1954). El niño y el programa escolar: *mi credo pedagógico*. Buenos Aires. Losada.

Dewey, J. (1980). Interés, esfuerzo y disciplina: *grandes orientaciones de la pedagogía contemporánea*. ISBN 84-277-0391-0 pp. 66-69.

Donovan, M.S., & Bransford, J. D., (2005). 1. Introduction. En How students learn: History, Mathematics, and Science (pp. 1-30). *Washington: National Academy Press*. Recuperado de: <https://www.nap.edu/read/10126/chapter/2>

Doyle J., Radzicki M., Trees S. (1996). Measuring the effect of system thinking interventions on mental models. *International System Dynamics Conference*.

- Eccles, J.S. (1999). The development of children ages 6 to 14. *Future of Childre*.9, 30–42.
- Escalante, S.B. (2015). *Método Polya en la resolución de problemas matemáticos (Estudio realizado con estudiantes de quinto primaria, sección "A", de la Escuela Oficial Rural Mixta "Bruno Emilio Villatoro López", municipio de La Democracia, departamento de Huehuetenango, Guatemala)* (trabajo de grado). Universidad Rafael Landívar, Quetzaltenango, Guatemala.
- Fabián, G. (2013). Efectividad de un módulo de resolución de problemas matemáticos en estudiantes de secundaria del Callao. *Propósitos y Representaciones*, 1(1), 87-105. Recuperado de <http://revistas.usil.edu.pe/index.php/pyr/article/view/8>
- Fabres, R. (2016). Estrategias metodológicas para la enseñanza y el aprendizaje de la geometría, utilizadas por docentes de segundo ciclo, con la finalidad de generar una propuesta metodológica atinente a los contenidos. *Estudios Pedagógicos*, 42(1), 87-105. Recuperado de <https://scielo.conicyt.cl/pdf/estped/v42n1/art06.pdf>
- Franchi, L. y Hernández, A. I. (2004). Tipología de errores en el área de geometría plana. *Educere*, 8(24), 63-71. Recuperado de <http://www.redalyc.org/pdf/356/35602411.pdf>
- Galeano, J.E. (2015). *Diseño de situaciones para el trabajo con figuras geométricas basado en las operaciones cognitivas de construcción, visualización y razonamiento* (tesis de maestría). Universidad del Valle, Cali, Colombia.
- Gallo, O.F., et al. (2006). *Pensamiento Métrico y Sistemas de Medidas*. Medellín: Universidad de Antioquia y Gobernación de Antioquia.

- Gamboa, R. y Ballesteros, E. (2010). La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes. *Educare*, 14(2), 125-142. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=194115606010>
- Gardner, H. (2005). *Las inteligencias múltiples: La teoría en la práctica*. Barcelona. Paidós.
- Godino, J. (2004). *Didácticas de las matemáticas para maestros*. Granada: Universidad de Granada.
- Godino, J., Batanero, C. y Roa, R. (2002). *Medida de magnitudes y su didáctica para maestros*. Granada: Universidad de Granada.
- González, L. (2014). *Estrategias para la resolución de problemas (trabajo de grado)*. Universidad de Valladolid, Valladolid, España.
- Gonzato, M., Fernández, T. y Díaz, J. (2011). Tareas para el desarrollo de habilidades de visualización y orientación espacial. *Números*, 77, 99-117. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/3587/>
- Grupo Educativo Helmer Pardo. (2016). *Aprender para Saber Grado 7°*. Palmira: Gobernación del Valle del Cauca e IE OFICIAL DE EL CERRITO.
- Guzmán, M. (1994). *Para pensar mejor*. Ed. Pirámide. Madrid, España.
- Huinchahue, J, Borromeo, R y Mena, J. (2018). El conocimiento de la modelación matemática desde la reflexión en la formación inicial de profesores de matemática. *Enseñanza de las ciencias*, 36.1 (2018): 99-115.
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2010). *Metodología del Investigación* (5ª edición). México D.F: Mc Graw Hill.

- Hernández, S.C. (2001). *Evaluación de habilidades cognoscitivas*. México: Universidad de Guadalajara.
- ICFES. (2007). *Fundamentación conceptual área de matemáticas*. Grupo de evaluación de la Educación Superior: Bogotá: Secretaría General, Grupo de Proceso Editoriales- ICFES.
- Iriarte, A.J. (2011). Desarrollo de la competencia resolución de problemas desde una didáctica con enfoque metacognitivo. *Revista del instituto de estudios en educación Universidad del Norte* nº 15 julio - diciembre, 2011. ISSN1657-2416. Sucre. Colombia.
- Jaurilaritza, E. (2004). *Caracterización de la situación problema, educación básica modelos. Departamento de educación, política, lingüística y cultura*. Gobierno Vasco. España. Recuperado de <http://www.euskadi.net.eu>.
- Johnson, D., Johnson, R., Holubec, E. (1999). *El aprendizaje cooperativo en el aula*. Editorial Paidós. Buenos Aires. Argentina
- Laorden, C., García, E. y Sánchez, S. (2005). Integrando descripciones de habilidades cognitivas en los metadatos de los objetos de aprendizaje estandarizados. *Revista de Educación a Distancia*, 4(14), 1-14. Recuperado de <https://revistas.um.es/red/article/view/24461>
- Luria, A., Tsvetkova, L. (1981). *La resolución de problemas y sus trastornos*. Barcelona. Fontanella.
- Marmolejo, G.A. y Vega, M.B. (2012). La visualización en las figuras geométricas. Importancia y complejidad de su aprendizaje. *Educación Matemática*, 24(3), 7-32. Recuperado de <http://www.scielo.org.mx/pdf/ed/v24n3/v24n3a2.pdf>

- Mass, E. S., Garcés, M. P., & González, J. R. (2017). Desarrollo de las competencias matemáticas en el pensamiento geométrico, a través del método heurístico de Polya. *Panorama*, 11(21), 55-68.
- MEN. (1998). *Lineamientos curriculares Matemáticas*. Bogotá: Editorial Magisterio.
- MEN. (2006). *Estándares Básicos de Competencia – Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Bogotá. Imprenta Nacional de Colombia.
- MEN. (2009). *Guía para la organización del Sistema Educativo - Conceptos generales de la Educación Preescolar, Básica y Primaria (Guía N° 33)*. Bogotá: MEN.
- MEN. (2019). *Resultados históricos de Colombia en las Pruebas PISA, mayo – 2018: Un reto por la calidad*. Bogotá: MEN.
- Meneses, J. (2016). El cuestionario. En: Fàbregues, S., Meneses, J., Rodríguez, D. y Hélène, M. *Técnicas de investigación social y educativa* (pp. 19-95). Catalunya, España: Editorial UOC.
- Mesa, O. (1998). *Contextos para el desarrollo de situaciones problema en la enseñanza de las matemáticas*. Medellín. Colombia. Grupo impresor.
- Ministerio de Salud y Protección Social de Colombia. (1993, 4 de octubre). *Resolución por la cual se establecen las normas científicas, técnicas y administrativas para la investigación en salud*. Resolución N° 8430. En: Diario Oficial, [en línea]. Recuperado el 6 de septiembre de 2019, de <https://www.minsalud.gov.co/sites/rid/Lists/BibliotecaDigital/RIDE/DE/DIJ/RESOLUCION-8430-DE-1993.PDF>

- Molina, M. (2006). *Desarrollo de pensamiento relacional y comprensión del signo igual por alumnos de Tercero de Educación Primaria*. (Tesis doctoral inédita, Universidad de Granada, España). Recuperada de: <http://funes.uniandes.edu.co/544/1/MolinaM06-2822.PDF>.
- Morales, C.A. (2012). El desarrollo del pensamiento espacial y la competencia matemática. Una aproximación desde el estudio de los cuadriláteros. *Amazonia Investiga*, 1(1), 54-81. Recuperado de www.udla.edu.co/revistas/index.php/amazonia-investiga/article/view/6/7
- Moreira, M.A. (2010). *¿Al final, qué es Aprendizaje Significativo?* Cuiabá: Universidad Federal de Mato Grosso.
- Murcia, M. y Henao, J. (2015). Educación matemática en Colombia. Una perspectiva evolucionaria. *Entre Ciencia e Ingeniería*, ISSN 1909-8367. Año 9 No. 18 - Segundo Semestre de 2015, página 23 – 30. Universidad Católica de Pereira. Colombia.
- ONU. (1948). *Declaración Universal de los Derechos Humanos*. Paris: Asamblea General de las Naciones Unidas.
- Ortiz, D. (2015). El constructivismo como teoría y método de enseñanza. *Sophia*, (19), 93-110. Recuperado de <https://www.redalyc.org/pdf/4418/441846096005.pdf>
- Ovejero, A. (2002). Cultura de la pobreza: Violencia, inmigración y fracaso escolar en la actual sociedad global. *Aula Abierta*, (79).
- Perkins, David. (1999). *Capítulo 2. ¿Qué es la comprensión?* En M. Stone Wiske (Comp.), *La enseñanza para la comprensión* (pp. 69-92) Buenos Aires: Paidós.
- Piaget, J. (1965). *La construcción de lo real en el niño*. Madrid: Ed. Grijalbo.

- Polya, G. (1981). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.
- Quevedo, A.L. (2019). *El método de Polya para el aprendizaje significativo de la geometría en Educación Básica* (trabajo de grado). Universidad Técnica de Machala, Machala, Ecuador.
- Ramos, A.I., Herrera, J.A. y Ramírez, M.S. (2010). Desarrollo de habilidades cognitivas con aprendizaje móvil: un estudio de casos. *Comunicar*, 34(17), 201-209. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3167104>
- Ryan, M y Deci, E. (2000). La Teoría de la Autodeterminación y la Facilitación de la Motivación Intrínseca, el Desarrollo Social, y el Bienestar. *American Psychological Association, Inc. Vol.55. No 1, 66-78*.
- Reynaga, O. y Ruíz, I. (2014). *Influencia de las aplicaciones de los métodos de Polya y Aprendizaje Basado en Problemas en el rendimiento matemático de los estudiantes del I.E.P. Jean Piaget del distrito de Carabayllo* (tesis de maestría). Universidad Inca Garcilaso de la Vega, Lima, Perú.
- Real Academia Española. (2014). *Diccionario de la lengua española* (22nd ed.). Madrid. España. Consultado en <http://www.rae.es/rae.html>.
- Riveron, O., Martin. J. (2002). *Resolución de problemas: Una alternativa didáctica en el aprendizaje de las matemáticas*. Educrea. Buenos Aires. Argentina.
- Rogoff, B. (1997). *Los tres planos de la actividad sociocultural: Aproximación participativa, participación guiada y aprendizaje*. Madrid: Fundación Infancia y Aprendizaje.

- Rodríguez, J.L. y Yangali, J.S. (2016). Aplicación del método Polya para mejorar el rendimiento académico de matemática en los estudiantes de secundaria. *Innova Research Journal*, 1(10), 12-20. Recuperado de <http://revistas.uide.edu.ec/index.php/innova/article/view/53>
- Rodríguez, M., Gregori, P., Riveros, A. y Aceituno, D. (2017). Análisis de las estrategias de resolución de problemas en matemática utilizadas por estudiantes talentosos de 12 a 14 años. *Educación Matemática*, 29(2), 159-186. Recuperado de <http://www.redalyc.org/pdf/405/40552013007.pdf>
- Sáenz, E., Patiño, M. y Robles, J. (2017). Desarrollo de las competencias matemáticas en el pensamiento geométrico, a través del método heurístico de Polya. *Panorama*, 11(21), 61-74. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6297711>
- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical problem solving*. California: Academic Press.
- Senge, P. (2010). *La quinta disciplina Cómo impulsar el aprendizaje en la organización inteligente* (2a ed.). Buenos Aires, Argentina: Granica.
- Sigel, I. (1997). Modelo de distanciamiento y desarrollo de la competencia representativa. *Infancia y aprendizaje*, (p.78, 13 -29)
- Skatkin, M.N., et al. (1974). *Perfeccionamiento del proceso de enseñanza: Pueblo y Educación*. La Habana. Cuba
- Stein, M. K., Smith, M.S., Henningsen, M.A. y Silver, E.A. (2009). *Implementing standards-based mathematics instructions: a casebook for professional development*. New York: Teachers College Press.
- Tomasello, M. (2007). *Los orígenes culturales de la cognición humana*. Buenos Aires.: Amorrortu.

Turizo, L.G. (2014). *Estrategia didáctica para la enseñanza de la Geometría y la Estadística utilizando el eje temático de los residuos sólidos*. Barranquilla: Sello Editorial Coruniamericana.

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in Society: The development of higher mental processes*. Cambridge, MA: Harvard University.

Vilanova, S., et al. (1995). *La educación matemática, el papel de la resolución de problemas en el aprendizaje*. Departamento de matemáticas. Universidad Nacional de Mar del Plata. Argentina.

Wood, D., Bruner, J. y Ross, G. (1976). The role of tutoring in problema solving. *Child psychology & psychiatry & Allied Disciplines*, 17(2), 89 – 100.

Anexos

Anexo 1. Prueba de conocimiento específico que será aplicada a los dos grupos indagados.

INSTITUCIÓN EDUCATIVA OFICIAL DE EL CERRITO

PENSAMIENTO ESPACIAL Y SISTEMA MÉTRICO – GEOMÉTRICO

ÁREA: MATEMÁTICA

ASIGNATURA: GEOMETRÍA

EVALUACIÓN DE COMPETENCIAS

FECHA:

NOMBRE:

GRADO:

La evaluación de competencias hace parte de su proceso de aprendizaje, lo que permitirá identificar los vacíos que tiene actualmente sobre su saber y lo que debe hacer. Estos vacíos se convierten en oportunidades para el desarrollo de habilidades. Las preguntas que encuentra a continuación son de selección múltiple con única respuesta y preguntas abiertas para completar información.

Preguntas de selección múltiple con única respuesta.

1. El perímetro, es el resultado de la suma de las longitudes de los lados de una superficie o de una figura plana; para conocer ¿cuál es el perímetro de una figura? Debo:

- a.** Tomar el valor de dos lados de la figura y realizar una multiplicación.

- b. Realizar la suma de los valores de dos lados de la figura y multiplicarlo por dos.
- c. Sumar el valor de las medidas de todos los lados del contorno de la superficie o de una figura.
- d. Realizar la suma de los valores de los cuatro lados de la figura y dividirlo por dos.

2. ¿Cuáles son los elementos comunes en una figura plana y en un sólido geométrico?

- a. Ángulo, Forma, Lomo y Tratado.
- b. Vértice, Ángulo, Cara y Arista.
- c. Cara, Lado, Forma y Punto.
- d. Punto, Vértice, Lado y Ángulo.

3. Los Poliedros son cuerpos geométricos compuestos por:

- a. Ángulos Subyacentes
- b. Sólidos Geométricos
- c. Pilares de Soporte
- d. Figuras Planas

4. El concepto de área hace referencia a un espacio el cual se encuentra comprendido entre ciertas demarcaciones o límites. Según lo anterior, el área se puede definir como:

- a. Un espacio que se delimita dentro de un conjunto por los lados de una figura plana.
- b. Los elementos de una figura plana o de un sólido geométrico para determinar su volumen.
- c. La medida que establecen los elementos de un sólido geométrico para determinar su perímetro.
- d. Un espacio de terreno que permite establecer una medida de capacidad en metros cúbicos.

5. El volumen es una magnitud métrica que se define como la extensión en tres dimensiones de una región del espacio que es ocupada por un cuerpo, por lo tanto, para determinar el volumen de un cuerpo debo conocer:

- a. Las 3 dimensiones como largo, ancho y profundidad para luego sumarlas.
- b. Las 3 dimensiones como longitud, ancho y altura para multiplicarlas.
- c. Los espacios que determina el cuerpo y realizar la suma de sus lados.
- d. Un plan de intervención para su posible solución.

6. Si tenemos un rectángulo cuya base mide 15cm y tiene un área 105 cm^2 , podemos determinar que su altura es:

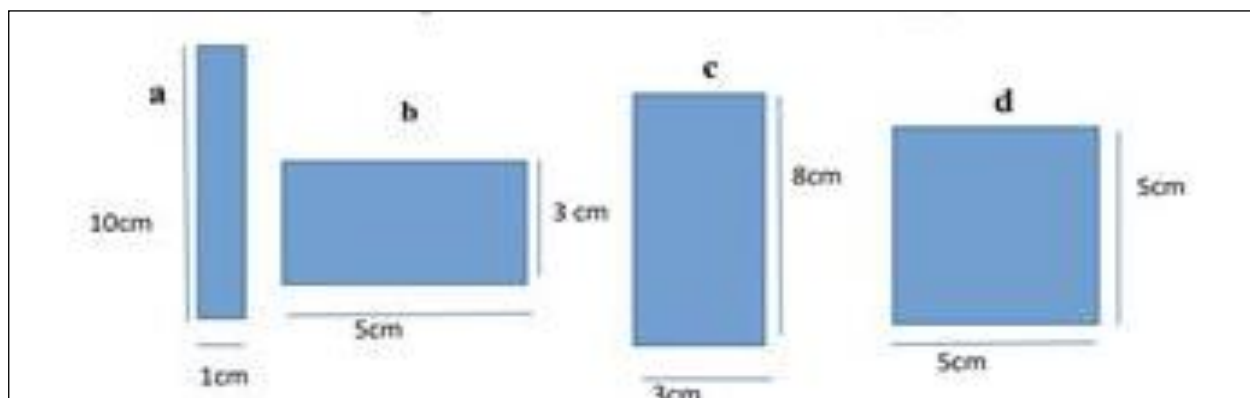
- a. 90 cm
- b. 10 cm
- c. 7 cm
- d. 15 cm

7. Si una superficie cuadrada tiene como medida de su área 144 cm^2 . ¿Cuánto mide la extensión de cada uno de sus lados?

- a. 36 cm
- b. 12 cm
- c. 14 cm
- d. 17 cm



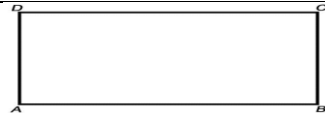
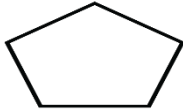
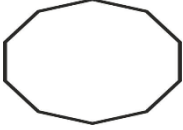
Desarrolle las actividades de las preguntas 8 a 10 con base a lo propuesto en los ítems y complete la información correspondiente.

8. Teniendo en cuenta las figuras presentadas, responda las siguientes preguntas.



- a. El rectángulo **b** tiene como área _____.
- b. El rectángulo con menor área es: _____.
- c. El rectángulo con mayor área es: _____.
- d. La diferencia entre el área del rectángulo **a** y del rectángulo **c** es _____.

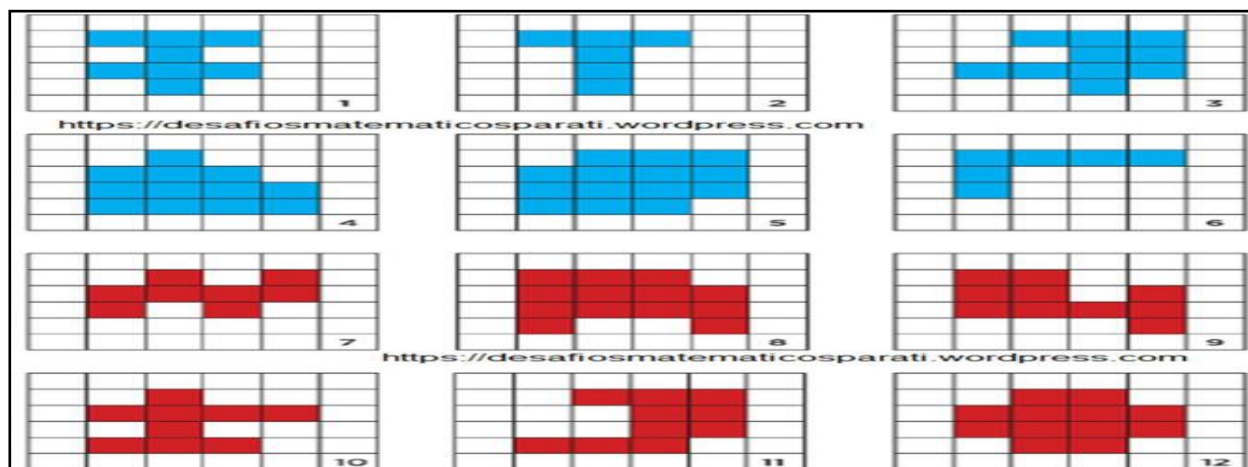
9. Complete el siguiente cuadro de acuerdo con la figura observada.

Figura	Número de Aristas	Número de ángulos	Número de vértices
			
			
			
			
			

10. Determine:

- a. ¿Cuál o cuáles de las siguientes figuras geométricas sombreadas tiene mayor perímetro?

- b. ¿Cuál o cuáles tienen igual perímetro? _____.
- c. ¿Cuál o cuáles son de menor perímetro? _____.



Fuente: elaboración propia, 2019.

Anexo 2. Pre-test que será aplicado a los dos grupos analizados

INSTITUCIÓN EDUCATIVA OFICIAL DE EL CERRITO APLICACIÓN DE CONOCIMIENTO EN TORNO A LOS CONCEPTOS DE PERÍMETRO, ÁREA Y VOLUMEN

Pensamiento espacial y sistema métrico-geométrico

Objetivo: identificar las ideas previas de los educandos con respecto a la aplicación de los conocimientos en torno a los conceptos de perímetro, área y volumen en la resolución de situaciones-problema geométricas.

ÁREA: MATEMÁTICA ASIGNATURA: GEOMETRÍA PRUEBA: PRE-TEST

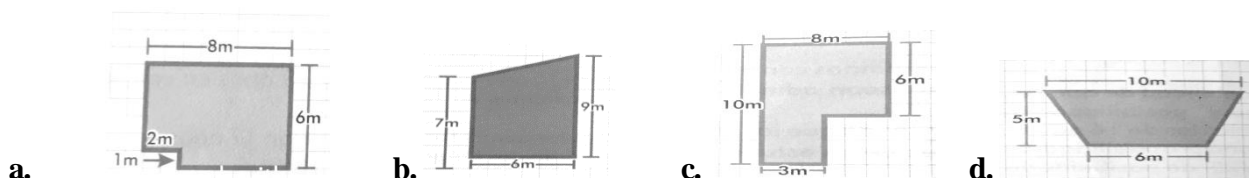
NOMBRE: _____ **GRADO:** _____

Responda las preguntas 1 y 2 de acuerdo con la siguiente información:

Para embaldosar la sala de la casa de María del Mar se necesitan 46 m^2 de baldosa. Inicialmente se compran 15 cajas que contienen un metro y medio cuadrado de baldosas cada una.

1. Para completar el pedido de las baldosas se requiere:
 - a. 12 cajas con baldosas y un metro cuadrado de baldosas.
 - b. 12 cajas con baldosas exactamente.
 - c. 15 cajas con baldosas exactamente.
 - d. 15 cajas con baldosas y un metro cuadrado de baldosas.

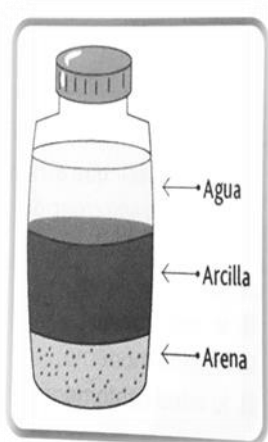
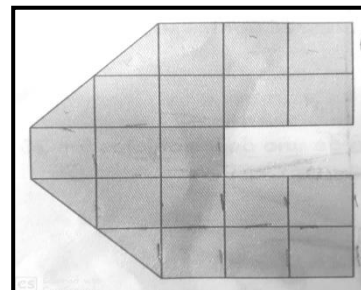
2. ¿Cuál de las siguientes representaciones gráficas tiene un área equivalente de la superficie de la sala que se desea embaldosar?



3. La piscina que se desea construir en la IE OFICIAL DE EL CERRITO, tendrá la forma como se muestra en la figura, para ello se tiene en cuenta que el metro cuadrado es una unidad de superficie y se escribe m^2 . Un metro cuadrado es un cuadrado de 1m de lado.

El rector Tito Gerardo desea colocar cerámica azul y no blanca al piso y encerrar la piscina con malla por seguridad y disciplina. ¿Cuántas baldosas de cerámica de $1 m^2$ tiene que comprar para enchapar la piscina? y ¿Cuántos metros de malla necesita para encerrar en su totalidad la piscina?

- a. 18 baldosas y 20 m de malla.
- b. 19 baldosas y 22 m de malla.
- c. 20 baldosas y 20 m de malla.
- d. 21 baldosas y 15 m de malla.

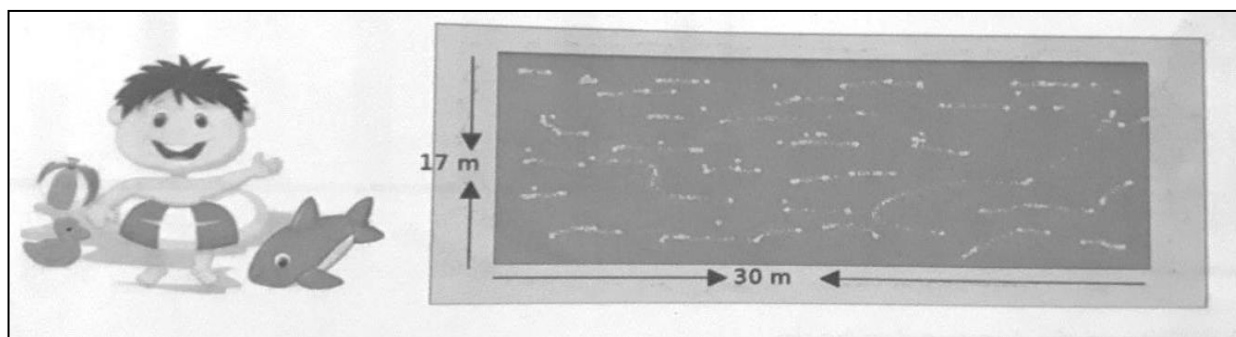


4. María Alejandra para su experimento de Biología con la profesora Nelly, puso un poco de suelo de su jardín en una botella de $900 cm^3$, luego le agregó cierta cantidad de agua dejándola reposar por 2 horas. La figura demuestra sus resultados. Si la arcilla ocupa las $\frac{2}{4}$ partes de la botella, la arena y el agua el resto de la botella en la misma proporción. ¿Qué cantidad de agua utilizó María Alejandra para su experimento?

- a. $245 cm^3$
- b. $300 cm^3$
- c. $250 cm^3$
- d. $225 cm^3$

Las preguntas 5, 6 y 7 se responden de acuerdo a la siguiente información

El señor Reinel vive en el condominio que se encuentra vía al corregimiento de El Castillo, este tiene una piscina como muestra la siguiente imagen.



Tatiana la nieta del señor Reinel quiere sembrar arbustos alrededor de la piscina para embellecer paisajísticamente el conjunto como trabajo de la universidad, para esto realiza varios procedimientos como se muestra a continuación:

I. Suma 17 metros + 30 metros

II. Multiplica 17 metros x dos

III. Suma 17 metros + 30 metros y luego multiplica el resultado por dos

5. ¿Cuál de los procedimientos anteriores es correcto para determinar el perímetro de la piscina?

- a. Únicamente el I
- b. Únicamente el II
- c. El I y el II
- d. Únicamente el III

La nieta del señor Reinel realiza un convenio con la Alcaldía de El Cerrito para dar clases de natación a los niños de la Escuela, pero las dimensiones de la piscina no cumplen con las condiciones ya que la piscina debe ser Olímpica, cuya área es de 1250 m^2 , las dimensiones deben ser de 25 m de ancho x 50 m de largo.

6. La medida de la superficie faltante, la cual el consejo del condominio debe aprobar para su ampliación y así llevar a cabo dicho proyecto es de:

- a. 510 m^2
- b. 740 m^2
- c. 694 m^2
- d. 760 m^2

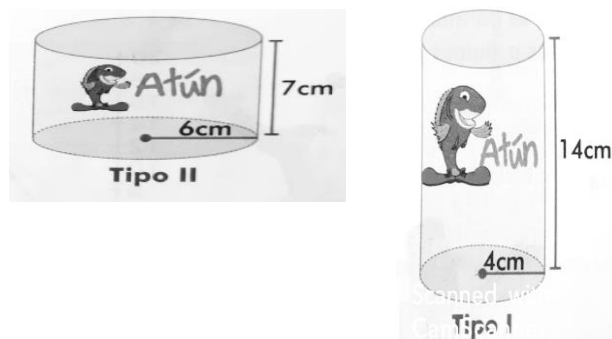
7. Don Reinel deberá llenar en su totalidad la piscina con 3750 m^3 de agua, el ingeniero de la obra debe tener en cuenta que la piscina será olímpica (25 m X 50 m) según la especificación de la alcaldía, es por ello que la profundidad de la nueva piscina debe ser de:

- a. 3 m
- b. 4 m
- c. 2 m
- d. 3,5 m

Las preguntas 8 y 9 se responden de acuerdo con la información y la gráfica

En la empresa Van Camps se utilizan dos tipos de empaques cilíndricos de latas para atún y sardina como lo muestra la figura.

8. Respecto a la presentación de atún en agua, se puede afirmar que por cada cm^3 de agua hay un gr de masa, por lo tanto, si el recipiente tiene 150 gr y de ellos 30 gr son de agua, el volumen de atún presente en la lata será de:

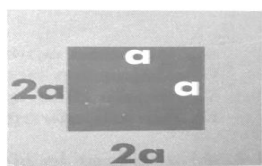


- 150 cm^3
- 180 cm^3
- 120 cm^3
- 100 cm^3

9. Teniendo en cuenta las medidas de los empaques de las latas que se muestran en la figura anterior, es correcto afirmar que:

- El empaque tipo **II** tiene mayor volumen que el empaque tipo **I**.
- El empaque tipo **II** requiere mayor cantidad de lámina que el empaque tipo **I** para su fabricación.
- El empaque tipo **I** tiene mayor volumen que el empaque tipo **II**.
- El empaque tipo **I** requiere mayor cantidad de lámina que el empaque tipo **II** para su fabricación.

10. Con el ánimo de “corchar” a sus compañeros de clase, Vladimir les hace la siguiente pregunta: ¿Qué pasará si cada lado del parque principal de Oficial de El Cerrito se duplica? como se muestra en la figura. Sus compañeros dan soluciones distintas y solamente uno de ellos tiene la razón, ¿podrías identificarlo?



- Nicol afirma que el perímetro del parque también se duplicará, pero que el área se hará 4 veces mayor.
- Felipe dice que tanto el perímetro como el área del parque se duplicarán.
- Juanita asegura que tanto el área como el perímetro del parque se harán 4 veces mayores.
- Valentina opina que el área del parque se duplica y el perímetro de este se hace 4 veces mayor.

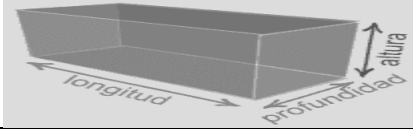
Fuente: Adaptado de Grupo Educativo Helmer Pardo, 2016.

Anexo 3. Protocolo de Intervención aplicado al grupo experimental

Tabla 6. *Sistematización didáctica etapa de Instrucción del programa de intervención*

EL MÉTODO HEURÍSTICO DE POLYA PARA LA RESOLUCIÓN DE UNA SITUACIÓN-PROBLEMA GEOMÉTRICA CON LOS CONCEPTOS DE ÁREA, PERÍMETRO Y VOLUMEN		
ETAPA: INSTRUCCIÓN		DURACIÓN: Una semana
OBJETIVO DE LA ETAPA	Aportar a los estudiantes estrategias sobre la utilización de manera correcta del método de resolución de problemas, basado en el método heurístico de Polya.	
COMPETENCIA ESPERADA	Generar nuevas ideas y conceptos para relacionarlos con otros ya conocidos que les permitirán producir soluciones originales	
RECURSOS:	Humano, Tecnológico, Didáctico, Escolar, Literarios.	
MOMENTO DE LA ETAPA	ACTIVIDADES ESTRATÉGICAS	EVIDENCIA
PREVIO	<p>Para iniciar la etapa se propone una actividad sobre perímetro, área y volumen de figuras planas y de sólidos geométricos.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Los estudiantes de manera individual a través de los bloques lógicos, clasifican las figuras planas y los sólidos geométricos por Forma, Tamaño y Color. 2. Toman las medidas de cada una de las figuras planas y de los sólidos geométricos. 3. Formulan las expresiones propias para hallar el perímetro, el área y el volumen de las figuras planas y de los sólidos geométricos. 4. Ejecutan las acciones de solución de las expresiones planteadas para determinar el perímetro, el área y el volumen de cada figura plana y sólido geométrico. 5. Analizan la solución de cada una de las acciones y las comparten con sus compañeros para comparar los resultados. 6. Deducen si los resultados fueron correctos o presentaron errores para su posterior corrección. 7. Cinco estudiantes exponen los resultados encontrados en el proceso. 	Cuaderno de apuntes y Diario de Campo
	<p>El docente inicia la inducción a los estudiantes hacia la identificación, comprensión, aprendizaje y aplicación del método heurístico de Polya.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. El docente inicia con la pregunta ¿conoces o has escuchado sobre el método de Polya? 2. Los estudiantes de manera individual y aleatoria contestan a la pregunta formulada por el docente, esto como reconocimiento de los saberes previos. 	


INDUCCIÓN	<p>3. El docente procesa las respuestas y les explica ¿Quién fue Polya?, ¿Cuál es su método?, ¿Para qué sirve el método?</p> <p>4. Expone los cuatro pasos del método de Polya con sus diferentes estrategias para la solución (Entender el problema, Configurar un plan, Ejecutar el plan, Mirada retrospectiva).</p> <p>5. Los estudiantes procesan la información que reciben de la explicación del docente.</p> <p>6. El docente y los estudiantes debaten sus opiniones acerca de los pasos del método de Polya para clarificar dudas e inquietudes generadas.</p>	
APLICACIÓN	<p>El docente para este momento hace una transversalidad entre el momento previo y la inducción, explicando a los estudiantes a través de un ejemplo las diferentes situaciones problemas con la que ellos se van a encontrar, el docente retoma 1 situación propuesta en el Pre test.</p> <p>“Don Reinel deberá llenar en su totalidad la piscina con 3750 m³ de agua, el ingeniero de la obra debe tener en cuenta que la piscina será olímpica (25m x 50m) según la especificación de la alcaldía, ¿Cuál es la profundidad que debe tener la nueva piscina?</p>	
METODO DE POLYA	PREGUNTAS	SOLUCIÓN
Entender el Problema	¿Cuáles son los datos?	Volumen: 3750 m ³ ; Largo de la Piscina 50 m; ancho de la piscina 25 m
	¿Cuáles son las incógnitas?	Encontrar la profundidad de la nueva piscina.
	¿Qué parte del problema puedo resolver?	Comprobar la profundidad de la nueva piscina a través de las especificaciones de la alcaldía y el volumen de agua.
	¿Qué conocimientos necesito para dar solución al problema?	Concepto de volumen de un sólido Elementos de una figura plana Operaciones básicas de la matemática Expresiones algebraicas Sistemas de medición
Configurar un Plan	¿Cuál es la diferencia entre la situación inicial y la pregunta final?	Se conoce el volumen total de la piscina pero se desconoce su profundidad
	¿Qué procedimiento puedo usar para encontrar esa diferencia?	<ol style="list-style-type: none"> 1. Graficar el sólido para identificar sus elementos 2. Determinar las medidas para cada elemento del sólido y reconocer la incógnita. 3. Establecer y plantear la expresión correspondiente al volumen de un prisma de base rectangular.

		<p>4. Reemplazar cada elemento de la expresión por las medidas correspondientes.</p> <p>5. Despejar la incógnita de la expresión para hallar su valor.</p> <p>6. Comprobar que el valor encontrado pertenece a la incógnita planteada.</p> <p>7. Responder la pregunta formulada en la situación problema.</p>
Ejecutar el Plan	Dibujan el sólido e identifican sus elementos.	
	Determinan las medidas de los elementos del sólido y reconocen la incógnita	Longitud: 50 m; Ancho: 25 m y Profundidad: Ø
	Establecen y plantean la expresión para determinar el volumen	$V = L \times A \times P$
	Reemplazan los elementos por las medidas correspondientes.	$V = L \times A \times P$ $3750 \text{ m}^3 = 50 \text{ m} \times 25 \text{ m} \times P$
	Despejan la incógnita para determinar su valor	$P = 3750 \text{ m}^3 / 50 \text{ m} \times 25 \text{ m}$ $P = 3750 \text{ m}^3 / 1250 \text{ m}^2$ $P = 3 \text{ m}$
	Comprueban que el valor encontrado es el de la profundidad	Profundidad 3 metros
	Responden la pregunta formulada en la situación	La profundidad que debe tener la nueva piscina es de 3 m
Mirada Retrospectiva	¿Los procedimientos me llevaron a la respuesta? ¿Por qué?	Sí, se ha logrado encontrar la incógnita de la expresión y responder la pregunta de la situación.
	¿Puedes emplear el resultado o el método en otros problemas?	Sí, siempre y cuando la situación planteada tenga que ver con volumen de un sólido.
	¿Puedes razonar sobre el resultado?	Dificultad en la forma de plantear la solución en cuanto a despeje de incógnitas y de operaciones inversas, pero con la ejercitación, el trabajo colaborativo y cooperativo se logró llegar al resultado y resolver la situación planteada.

Fuente: Elaboración Propia

Tabla 7. Sistematización didáctica etapa de Modelación del programa de intervención

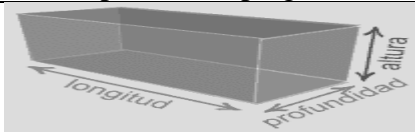
EL MÉTODO HEURÍSTICO DE POLYA PARA LA RESOLUCIÓN DE UNA SITUACIÓN-PROBLEMA GEOMÉTRICA CON LOS CONCEPTOS DE ÁREA, PERÍMETRO Y VOLUMEN		
ETAPA: MODELACIÓN		DURACIÓN: Una semana
OBJETIVO DE LA ETAPA	Formar a los estudiantes en estrategias para la utilización del procedimiento de resolución de problemas, basado en el método heurístico de Polya.	
COMPETENCIA ESPERADA	Plantear razones y justificaciones de sus propias reflexiones lógicas las cuales se pueden considerar válidas desde las matemáticas y conectarlas con los elementos encontrados de la información en las diferentes situaciones problema.	
RECURSOS:	Humano, Tecnológico, Didáctico, Escolar, Literarios.	
MOMENTO DE LA ETAPA	ACTIVIDADES ESTRATÉGICAS	EVIDENCIA
MODELADO	<p>Para iniciar la etapa se propone que el docente participe o sirva como “modelo” en la clase para los estudiantes, dando a conocer cómo resolver situaciones-problema de orden matemático mediante el uso de la didáctica de la matemática y la pedagogía activa en los diferentes pasos del método heurístico de Polya.</p> <p>1. El docente propone una situación problema a los estudiantes con la cual explica y desarrolla cada uno de los pasos del método de Polya (Entender el problema, Configurar un plan, Ejecutar el plan y la Mirada Retrospectiva).</p> <p>“José necesita una malla para encerrar el cultivo de uva Isabela que tiene en el patio de su casa, el terreno el cual va a utilizar presenta las siguientes dimensiones, largo 750 cm y de ancho $\frac{2}{3}$ de la base, ¿Cuántos metros de malla debe comprar José para encerrar el terreno?”</p>	Cuaderno de apuntes y Diario de Campo
Método de Polya	Preguntas	Solución
Entender el Problema	¿Cuáles son los datos?	Dimensiones del terreno Largo 750 cm y ancho $\frac{2}{3}$ de la base. Por las dimensiones el terreno es rectangular.
	¿Cuáles son las incógnitas?	Encontrar los metros de malla que necesita José para encerrar el terreno
	¿Qué parte del problema puedo resolver?	Determinar los metros de malla necesarios a través de las dimensiones del terreno a encerrar.
	¿Qué conocimientos necesito para dar solución al problema?	Elementos de una figura plana Concepto de perímetro Unidades de medida Operaciones básicas de la matemática

		<p>Conversión de unidades</p> <p>La fracción de un número</p>
Configurar un plan	¿Cuál es la diferencia entre la situación inicial y la pregunta final?	Solo se conocen dos dimensiones del terreno y se solicita encontrar la longitud total del terreno para encerrar.
	¿Qué procedimiento puedo usar para encontrar esa diferencia?	<ol style="list-style-type: none"> 1. Graficar la figura plana propuesta. 2. Identificar las medidas establecidas en la situación. 3. Determinar las medidas faltantes. 4. Encontrar la longitud en cm del ancho del terreno. 5. Formular la expresión correspondiente al perímetro. 6. Reemplazar cada elemento de la expresión por las medidas correspondientes. 7. Desarrollar la expresión propuesta con las medidas. 8. Convertir el valor encontrado en cm a mts. 9. Comprobar que el valor encontrado pertenece a la incógnita planteada. 10. Responder la pregunta formulada en la situación problema.
Ejecutar el plan	Dibujan la figura plana propuesta	
	Identifican las medidas de la figura	Perímetro: Ø; Largo 750 cm y Ancho $\frac{2}{3}$ de la base.
	Determinan las medidas que faltan	Por ser una figura rectangular, los dos largos miden lo mismo 750 cm y los dos anchos igual $\frac{2}{3}$ de la base.
	Encuentran el valor del ancho en cm	<p>Se trabaja la fracción de un número.</p> $750 \text{ cm} \times \frac{2}{3}$ $750 \text{ cm} \times 2 = 1500 \text{ cm}$ $1500 \text{ cm} / 3 = 500 \text{ cm}$
	Formulan la expresión para hallar el perímetro	$P = L + A + L + A$
	Reemplazan los elementos por las medidas correspondientes	$P = L + A + L + A$ $P = 750 \text{ cm} + 500 \text{ cm} + 750 \text{ cm} + 500 \text{ cm}$

	Resuelven la expresión con los datos propuestos	$P = L + A + L + A$ $P = 750 \text{ cm} + 500 \text{ cm} + 750 \text{ cm} + 500 \text{ cm}$ $P = 2500 \text{ cm}$
	Hacen la conversión del resultado en cm a mts.	$2500 \text{ cm} \times \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}}$ / / 25 mts
	Comprueban que el valor encontrado es el de la longitud del terreno a encerrar	La longitud del terreno es de 2500 cm que equivalen a 25 mts.
	Responden la pregunta formulada en la situación	José debe comprar 25 mts de malla para poder encerrar el terreno para el cultivo de uva Isabela.
Mirada retrospectiva	¿Los procedimientos me llevaron a la respuesta? ¿Por qué?	Sí, porque permitieron resolver la incógnita y responder la pregunta planteada en la situación.
	¿Puedes emplear el resultado o el método en otros problemas?	Sí, cuando sean situaciones similares donde intervenga el perímetro de una figura plana, la conversión de unidades y la fracción de un número.
	¿Puedes razonar sobre el resultado?	Es algo dispendioso ya que requiere de varios procesos para llegar a la respuesta de la pregunta, para ello hay que tener claridad en lo que se necesita, lo que se tiene y lo que se busca.
MOMENTO DE LA ETAPA	ACTIVIDADES ESTRATÉGICAS	EVIDENCIA
APRENDIZAJE COLABORATIVO Y COOPERATIVO	<p>En este momento de la etapa, el docente entra a resolver las situaciones problema con la participación de los estudiantes quienes trabajan en equipos, donde se vuelve el guía usando solo preguntas y respuestas orientadoras para la solución de las situaciones.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. El docente solicita a los estudiantes organizar grupos o equipos de cinco integrantes cada uno. 2. Cada estudiante deberá tener un rol específico dentro del equipo (Coordinador, Controlador del tiempo, Encargado de Materiales, Relator y Expositor) 3. El docente entrega a cada uno de los grupos una situación problema de la cartilla de Helmer Pardo para que sea resuelta. <p>Grupo 1. “Tatiana desea pintar un triángulo y hacer una cenefa en los bordes de una de las paredes de su habitación, el ancho del piso es de 4 mts y la altura de la habitación es de 2,25 mts, ¿Cuál es el área de la pared que ocupara el triángulo?; ¿Cuántos mts de cenefa debe comprar Tatiana para los bordes de la pared?”</p>	<p>Cuaderno de apuntes y Diario de Campo</p>

<p>Grupo 2. “Liliana quiere construir en el patio de su casa una huerta con tres Eras, cada Era tiene las siguientes dimensiones Largo 5 mts y Ancho 3 mts, entre Era y Era debe haber un espacio de 1 metro. ¿Cuál es el área del terreno que debe utilizar Liliana para la huerta?; si Liliana desea encerrar cada Era con 5 Vueltas de alambre de púas, ¿Cuántos metros de alambre debe comprar para el encierro?”</p> <p>Grupo 3. “Alexandra dispone de una caja con las siguientes dimensiones 30 cm de Largo, 25 cm de Ancho y 30 cm de Alto; ella necesita guardar otras cajas más pequeñas dentro de esta con las siguientes dimensiones 5 cm de Largo, 5 cm de Ancho y 5 cm de Alto. ¿Cuántas cajas de las pequeñas necesita Alexandra para colocar en la caja grande?”</p> <p>Grupo 4. “Sandra necesita pintar la sala de su casa, las paredes tienen las siguientes dimensiones Largo 4 mts, Ancho 2,5 mts. ¿Cuánto le costara pintar la sala si por cada m², le cobran \$ 25.000 pesos? Si por cada m² de pared el maestro se gasta un galón de pintura. ¿Cuántos m³ de pintura necesita el maestro para pintar completamente la sala?”</p> <p>Grupo 5. “Paola compro un horno microondas para su casa, ella necesita colocarlo en la alacena de la cocina, pero debe abrir el espacio para que quede fijo, si el horno tiene un volumen de 1.147 m³. ¿Cuáles son las dimensiones en cm del espacio para que el horno quede acomodado? Además, ella desea colocar una cenefa exterior en el espacio del horno para embellecer. ¿Cuántos metros de madera debe comprar para organizar la cenefa?”</p> <p>4. Genera las consignas del trabajo a realizar, además recuerda cómo se desarrollan los diferentes roles en los equipos.</p> <p>5. Los estudiantes trabajan en equipo para aplicar las estrategias de resolución de problemas con el método de Polya.</p> <p>6. Procesan la situación problema haciendo una lectura detenida de la misma para entender el problema, respondiendo las preguntas para este paso ¿Cuáles son los datos?; ¿Cuáles son las incógnitas?; ¿Qué parte del problema puedo resolver?; ¿Qué conocimientos necesito para dar solución al problema?</p> <p>7. Debaten sobre ¿Cuál es la diferencia entre la situación inicial y la pregunta final? Para así, proponer estrategias de cómo se va a construir el plan para llegar a la solución adecuada de la situación.</p> <p>8. Ejecutan las acciones propuestas en el plan para encontrar la solución a la situación problema planteado.</p> <p>9. Analizan la solución de la situación a través de las preguntas ¿Los procedimientos me llevaron a la respuesta? ¿Por qué?; ¿Puedes emplear el resultado o el método en otros problemas?; ¿Puedes</p>	<p>Cuaderno de apuntes y Diario de Campo</p>
--	--

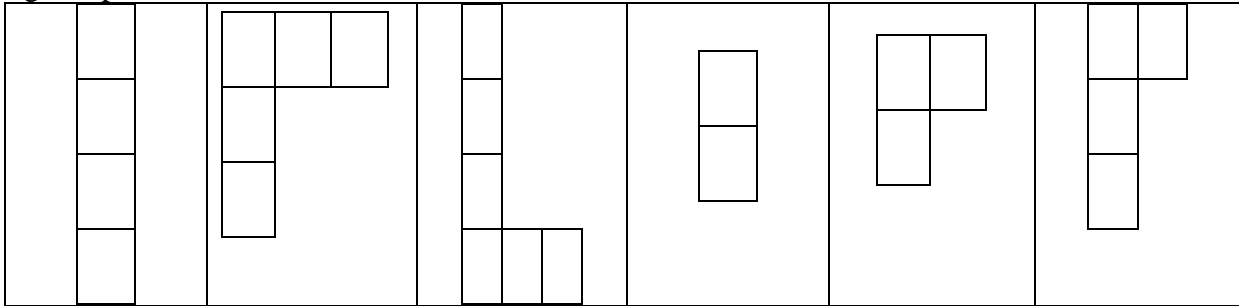
	<p>razonar sobre el resultado?; ¿Modificaste algo del plan para llegar a la solución de la situación?; ¿Qué dificultades encontraste y como las solucionaste?</p> <p>10. Cada relator debe dejar consignado en su cuaderno la situación y el proceso de solución de la misma, el expositor presenta a sus compañeros la situación propuesta y el proceso de solución planteado por el equipo de trabajo.</p> <p>11. Cada grupo analiza la solución presentada por sus compañeros y debaten si existe otra forma de solucionar la situación; si la encuentran la comparten con los compañeros y el docente.</p> <p>12. El docente durante todo el proceso es el guía, está presto a responder las inquietudes, generar nuevas explicaciones y acompañar a cada uno de los grupos en la solución de las situaciones aplicando el método de Polya.</p>		Cuaderno de apuntes y Diario de Campo
EXPLORACIÓN DE LA COMPRENSIÓN	<p>Para comprobar la comprensión de la aplicación del método de Polya en la solución de situaciones problema, el docente en esta etapa propone una situación de la cartilla Helmer Pardo, con el fin de observar el comportamiento individual de cada estudiante en el proceso de aplicación y de solución a través de una prueba sencilla de evaluación.</p> <p>“Hernando desea construir en su casa una piscina para la recreación familiar los fines de semana, tiene un terreno de 70 m², para que todos puedan nadar el desea que la profundidad de la piscina sea de 1.5 mts, además por seguridad desea colocar una malla para encerrar la piscina y así evitar el peligro para cuando los niños estén solos y no pasen, su tío Miguel dice que tiene un carro tanque con bastante agua para llenar la piscina en su totalidad, para cumplir su idea Hernando necesita saber:</p> <p>¿Cuáles son las medidas que debe tener la piscina para el terreno establecido?; ¿Cuántos mts de malla debe comprar para dejar segura el área de la piscina?; ¿Cuál es la capacidad que debe tener el carro tanque en agua para llenar la piscina?”</p>		
METODO DE POLYA	PREGUNTAS	POSIBLE SOLUCIÓN A LA SITUACIÓN	
Entender el Problema	¿Cuáles son los datos?	Área del terreno: 70 m ² ; Profundidad de la piscina: 1,5 mts	
	¿Cuáles son las incógnitas?	Encontrar las diferentes medidas de la piscina; Los metros de malla necesarios para encerrar la piscina; El volumen de la piscina.	
	¿Qué parte del problema puedo resolver?	Determinar el volumen de la piscina; Los mts de malla que necesita para la seguridad y las dimensiones de la piscina.	
	¿Qué conocimientos necesito para dar solución al problema?	Elementos de una figura plana Concepto de área, perímetro y volumen.	

		<p>Unidades de medida</p> <p>Operaciones básicas de la matemática</p> <p>Conversión de unidades</p>
Configurar un Plan	¿Cuál es la diferencia entre la situación inicial y la pregunta final?	Se conocen algunas dimensiones y lo que se pide, para con ello encontrar o dar respuesta a las diferentes preguntas propuestas.
	¿Qué procedimiento puedo usar para encontrar esa diferencia?	<ol style="list-style-type: none"> 1. Graficar el sólido geométrico. 2. Identificar las medidas establecidas en la situación. 3. Reconocer las medidas faltantes en el planteamiento de la situación. 4. Determinar que se debe encontrar para contestar las preguntas. 5. Establecer las expresiones para encontrar el perímetro y el volumen del sólido. 6. Reemplazar cada elemento de las expresiones establecidas. 7. Despejar si es necesario las expresiones para determinar el elemento a encontrar. 8. Resolver las expresiones establecidas con la información obtenida de la situación. 9. Comprobar que los valores encontrados pertenecen a las exigencias solicitadas en la situación. 10. Responder las preguntas formuladas en la situación problema.
Ejecutar el Plan	Dibujan el sólido e identifican sus elementos.	
	Identifican las medidas de los elementos del sólido y reconocen la incógnita	Área 70 m ² ; Profundidad de la piscina 1,5 m; Largo Ø; Ancho Ø; Volumen Ø
	Determinan que se debe hallar para resolver la situación	Se debe hallar el perímetro y el volumen de la piscina para contestar las preguntas de la situación.
	Determinan las expresiones de cada uno de los elementos a encontrar.	<p>Perímetro</p> $P = L + A + L + A$ <p>Volumen</p> $V = L \times A \times P$ $V = A \times P$

	Reemplazan los elementos por las medidas correspondientes.	<p>Perímetro $P = 10m + 7m + 10m + 7m$ $P = 34m$</p> <p>Volumen $V = 10m \times 7m \times 1,5m$ $V = 70m^2 \times 1,5m$ $V = 105 m^3$</p>
	Despejan la incógnita para determinar su valor	No se presentaron despejes de expresión
	Comprueban que el valor encontrado es el de la profundidad	La longitud (Largo) de la piscina es de 10m; el ancho de la piscina es de 7m; el volumen de la piscina es de 105m ³
	Responden la pregunta formulada en la situación	<p>a. Las medidas de la piscina para ocupar el terreno es de Largo: 10m; Ancho; 7m.</p> <p>b. Hernando debe comprar 34m de malla para encerrar la piscina para la seguridad.</p> <p>c. El carro tanque debe tener una capacidad de 105m³ para poder llenar en su totalidad la piscina.</p>
Mirada Retrospectiva	¿Los procedimientos me llevaron a la respuesta? ¿Por qué?	Sí, porque al aplicar los procedimientos se logró encontrar las medidas faltantes y a partir de ellas poder responder las preguntas propuestas en la situación problema.
	¿Puedes emplear el resultado o el método en otros problemas?	Sí, cuando sean situaciones similares o semejantes donde se pueda aplicar el mismo procedimiento o alternos referentes a estos.
	¿Puedes razonar sobre el resultado?	El área del terreno se pudo descomponer en dos medidas para determinar el largo y el ancho de la figura para así poder determinar el perímetro y el volumen del sólido geométrico propuesto y para con ello determinar las respuestas para contestar las diferentes preguntas de la situación.

Fuente: Elaboración Propia

Tabla 8. Sistematización didáctica etapa de Participación Guiada del programa de intervención

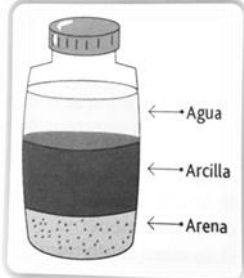
EL MÉTODO HEURÍSTICO DE POLYA PARA LA RESOLUCIÓN DE UNA SITUACIÓN-PROBLEMA GEOMÉTRICA CON LOS CONCEPTOS DE ÁREA, PERÍMETRO Y VOLUMEN		
ETAPA: PARTICIPACIÓN GUIADA		DURACIÓN: Una semana
OBJETIVO DE LA ETAPA	Orientar a los estudiantes que lleven a la práctica los procesos y los procedimientos del método de resolución de problemas, basados en el método heurístico de Polya.	
COMPETENCIA ESPERADA	Generar hipótesis, establecer apreciaciones y encontrar posibles deducciones ante las situaciones que se les propone para llegar a una solución.	
RECURSOS:	Humano, Tecnológico, Didáctico, Escolar, Literarios.	
MOMENTO DE LA ETAPA	ACTIVIDADES ESTRATÉGICAS	EVIDENCIA
TRABAJO COLABORATIVO Y COOPERATIVO	<p>Para el desarrollo de esta etapa el experto (Docente) deja de ser el protagonista y asume el papel de guía u orientador y le entrega el protagonismo al aprendiz (estudiante). el docente propone de manera inicial una situación problema donde los estudiantes deben realizar de manera colaborativa y cooperativa la solución de la situación.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. El docente solicita a los estudiantes organizar grupos o equipos de cinco integrantes cada uno. 2. Cada estudiante deberá tener un rol específico dentro del equipo (Coordinador, Controlador del tiempo, Encargado de Materiales, Relator y Expositor) 3. Construir un cuadrilátero regular con las siguientes dimensiones 6x4, utilizando las siguientes figuras planas. 	Cuaderno de apuntes y Diario de Campo
	<p>4. Genera las consignas del trabajo a realizar, además recuerda cómo se desarrollan los diferentes roles en los equipos.</p>	

	<p>5. Los estudiantes trabajan en equipo para aplicar las estrategias de resolución de problemas con el método de Polya.</p> <p>6. Procesan la situación problema haciendo una lectura detenida de la misma para entender el problema, respondiendo las preguntas para este paso ¿Cuáles son los datos?; ¿Cuáles son las incógnitas?; ¿Qué parte del problema puedo resolver?; ¿Qué conocimientos necesito para dar solución al problema?</p> <p>7. Debaten sobre ¿Cuál es la diferencia entre la situación inicial y la pregunta final? Para así, proponer estrategias de cómo se va a construir el plan para llegar a la solución adecuada de la situación.</p> <p>8. Ejecutan las acciones propuestas en el plan para encontrar la solución a la situación problema planteado.</p> <p>9. Analizan la solución de la situación a través de las preguntas ¿Los procedimientos me llevaron a la respuesta? ¿Por qué?; ¿Puedes emplear el resultado o el método en otros problemas?; ¿Puedes razonar sobre el resultado?; ¿Modificaste algo del plan para llegar a la solución de la situación?; ¿Qué dificultades encontraste y como las solucionaste?</p> <p>10. Cada relator debe dejar consignado en su cuaderno la situación y el proceso de solución de la misma, el expositor presenta a sus compañeros la situación propuesta y el proceso de solución planteado por el equipo de trabajo.</p> <p>11. Cada grupo analiza la solución presentada por sus compañeros y debaten si existe otra forma de solucionar la situación; si la encuentran la comparten con los compañeros y el docente.</p> <p>12. El docente durante todo el proceso es el guía, está presto a responder las inquietudes, generar nuevas explicaciones y acompañar a cada uno de los grupos en la solución de las situaciones aplicando el método de Polya.</p>	
<p>PRÁCTICO</p>	<p>Para este momento práctico de la etapa, el docente propone resolver cinco situaciones problema con la participación colaborativa del docente donde se vuelve el guía usando solo preguntas y respuestas orientadoras para la solución de las situaciones y cooperativa de los estudiantes quienes trabajan en equipos ejecutando los roles establecidos.</p> <p>1. El docente solicita a los estudiantes organizar grupos o equipos de cinco integrantes cada uno.</p> <p>2. Cada estudiante deberá tener un rol específico dentro del equipo (Coordinador, Controlador del tiempo, Encargado de Materiales, Relator y Expositor)</p> <p>3. El docente entrega a cada uno de los grupos una situación problema de la cartilla de Helmer Pardo, la guía de aprendizaje de Matemáticas Escuela Nueva para grado 7° para que sean resueltas.</p>	

	<p>razonar sobre el resultado?; ¿Modificaste algo del plan para llegar a la solución de la situación?; ¿Qué dificultades encontraste y como las solucionaste?</p> <p>10. Cada relator debe dejar consignado en su cuaderno la situación y el proceso de solución de la misma.</p>	
<p>.EXPLORACIÓN DE LA COMPRENSIÓN</p>	<p>Para comprobar la comprensión de la aplicación del método de Polya en la solución de situaciones problema, el docente con el fin de observar el comportamiento de los estudiantes en el proceso de aplicación y de solución propone:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. El expositor presenta a sus compañeros la situación propuesta y el proceso de solución planteado por el equipo de trabajo. 2. Cada grupo analiza la solución presentada por sus compañeros y debaten si existe otra forma de solucionar la situación; si la encuentran la comparten con los compañeros y el docente. 3. El docente y los estudiantes debaten sus opiniones acerca de los pasos del método de Polya utilizado para clarificar dudas e inquietudes generadas. 4. Los estudiantes procesan la información que reciben del esclarecimiento del docente. 5. El docente durante todo el proceso es el guía, está presto a responder las inquietudes, generar nuevas explicaciones y acompañar a cada uno de los grupos en la solución de las situaciones aplicando el método de Polya. 	

Fuente: Elaboración Propia

Tabla 9. Sistematización didáctica etapa de Apropiación del programa de intervención

EL MÉTODO HEURÍSTICO DE POLYA PARA LA RESOLUCIÓN DE UNA SITUACIÓN-PROBLEMA GEOMÉTRICA CON LOS CONCEPTOS DE ÁREA, PERÍMETRO Y VOLUMEN		
ETAPA: APROPIACIÓN		DURACIÓN: Una semana
OBJETIVO DE LA ETAPA	Orientar a los estudiantes que lleven a la práctica los procesos y los procedimientos del método de resolución de problemas, basados en el método heurístico de Polya.	
COMPETENCIA ESPERADA	Identificar, comprender y ejecutar el método de Polya como un modelo matemático, permitiendo la adaptación del lenguaje simbólico, lo que lleva a la interpretación, análisis, desarrollo y practica de las diferentes situaciones problema expresándolas de una manera clara y sencilla	
RECURSOS:	Humano, Tecnológico, Didáctico, Escolar, Literarios.	
MOMENTO DE LA ETAPA	ACTIVIDADES ESTRATÉGICAS	EVIDENCIA
PRACTICO INDIVIDUAL	<p>Para este momento práctico individual de la etapa, el docente propone resolver una de las situaciones problema del pre test realizado antes del programa de intervención en la fase del diagnóstico situacional.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. El docente solicita a los estudiantes organizarse cada uno y ubicarse en algún espacio del salón de clases. 2. Cada estudiante deberá tener el material necesario para trabajar en su espacio. 3. Genera las consignas del trabajo a realizar, además recuerda cómo se desarrollan los diferentes roles en los equipos. 4. El docente propone en el tablero la situación problema a resolver: “María Alejandra para su experimento de Biología con la profesora Nelly, puso un poco de suelo de su jardín en una botella de 900 cm³, luego le agregó cierta cantidad de agua dejándola reposar por 2 horas. La figura demuestra sus resultados. Si la arcilla ocupa las 2/4 partes de la botella, la arena y el agua el resto de la botella en la misma proporción. ¿Qué cantidad de agua utilizó María Alejandra para su experimento?” 5. Los estudiantes trabajan de manera individual para aplicar las estrategias de resolución de problemas con el método de Polya a través de una prueba sencilla de evaluación. 6. Procesan la situación problema haciendo una lectura detenida de la misma para entender el problema, respondiendo las preguntas para este paso ¿Cuáles son los datos?; ¿Cuáles son las 	 <p>Cuaderno de apuntes y Diario de Campo</p>

	<p>incógnitas?; ¿Qué parte del problema puedo resolver?; ¿Qué conocimientos necesito para dar solución al problema?</p> <p>7. Establecen ¿Cuál es la diferencia entre la situación inicial y la pregunta final? Para así, proponer estrategias de cómo se va a construir el plan para llegar a la solución adecuada de la situación.</p> <p>8. Ejecutan las acciones propuestas en el plan para encontrar la solución a la situación problema planteado.</p> <p>9. Analizan la solución de la situación a través de las preguntas ¿Los procedimientos me llevaron a la respuesta? ¿Por qué?; ¿Puedes emplear el resultado o el método en otros problemas?; ¿Puedes razonar sobre el resultado?; ¿Modificaste algo del plan para llegar a la solución de la situación?; ¿Qué dificultades encontraste y como las solucionaste?</p> <p>10. Cada estudiante debe entregar al docente el resultado de la situación y el proceso de solución de la misma.</p> <p>Cabe resaltar que para esta etapa el docente no interviene en el proceso de solución de las situaciones problema, es el estudiante quien asume el protagonismo total del proceso. El docente solo observa y toma apuntes.</p>	
<p>TRABAJO COLABORATIVO Y COOPERATIVO</p>	<p>Para el desarrollo de este momento de la etapa el docente propone un trabajo colaborativo y cooperativo en equipos donde los estudiantes deben realizar una mesa de trabajo para cada uno debatir, explicar, exponer y revelar sobre la solución de la situación problema propuesta.</p> <p>1. El docente solicita a los estudiantes organizar grupos o equipos de cinco integrantes cada uno.</p> <p>2. Para este momento los estudiantes solo tendrán tres roles específicos dentro del equipo que ellos mismos definirán (Controlador del tiempo, Relator y Expositor)</p> <p>3. Genera las consignas del trabajo a realizar, además recuerda cómo se desarrollan los diferentes roles en los equipos.</p> <p>4. Los estudiantes trabajan en equipo para debatir la aplicación de las estrategias de resolución de problemas con el método de Polya en la situación problema.</p> <p>6. Procesan la solución de la situación problema haciendo una lectura detenida de la misma para comprobar que si entendieron el problema, respondiendo las preguntas para este paso ¿Cuáles son los datos?; ¿Cuáles son las incógnitas?; ¿Qué parte del problema puedo resolver?; ¿Qué conocimientos necesito para dar solución al problema?</p> <p>7. Debaten sobre ¿Cuál fue la diferencia entre la situación inicial y la pregunta final? Para así, exponer las estrategias propuestas de cómo se construyó el plan para llegar a la solución adecuada de la situación.</p>	<p>Cuaderno de apuntes y Diario de Campo</p>

	<p>8. Revisan la ejecución de las acciones propuestas en el plan para encontrar la solución a la situación problema planteado.</p> <p>9. Analizan cada una de las soluciones dadas a la situación a través de las preguntas ¿Los procedimientos llevaron a la respuesta? ¿Por qué?; ¿Puedes emplear el resultado o el método en otros problemas?; ¿Puedes razonar sobre el resultado?; ¿Modificaste algo del plan para llegar a la solución de la situación?; ¿Qué dificultades encontraste y como las solucionaste?</p> <p>10. Cada relator debe dejar consignado en su cuaderno la situación y los resultados del debate en el proceso de solución de la misma.</p> <p>11. Cada grupo analiza la solución presentada por sus compañeros y debaten si existe otra forma de solucionar la situación; si la encuentran la comparten con los compañeros y el docente.</p> <p>12. El docente durante todo el proceso es el observador, está presto a escuchar las explicaciones, conclusiones y acompaña a cada uno de los grupos en la aclaración de alguna inquietud que surja de la solución de las situaciones aplicando el método de Polya.</p>	
<p>EXPLORACIÓN DE LA COMPRENSIÓN</p>	<p>Para comprobar la comprensión de la aplicación del método de Polya en la solución de situaciones problema, el docente observa el comportamiento de los estudiantes en el proceso de aplicación y de solución, para lo cual propone:</p> <p>1. El expositor de cada grupo presenta a sus compañeros los resultados y las conclusiones que resultaron del proceso de debate en el proceso de solución de la situación propuesta.</p> <p>2. Cada grupo analiza la solución presentada por sus compañeros y determinan si existe otra forma de solucionar la situación; si la encuentran la comparten con los compañeros y el docente.</p> <p>3. El docente y los estudiantes debaten sus opiniones acerca de los pasos del método de Polya utilizado para clarificar, fortalecer y establecer las fortalezas y debilidades presentadas.</p> <p>4. Los estudiantes procesan la información que retroalimentan para establecer oportunidades de mejora en el proceso de solución de la situación problema ya que se produjeron correcciones, modificaciones y novedades necesarias para mejorar el desarrollo de la solución de situaciones problema futuras.</p>	<p>Cuaderno de apuntes y Diario de Campo</p>

Fuente: Elaboración Propia

Anexo 4. Diario de Campo intervención

Tabla 10. Diario de Campo Etapa de Instrucción

DIARIO DE CAMPO No 01	
FECHA: Octubre 28 a Noviembre 01 de 2020	DURACIÓN: Una semana
LUGAR: Salón de Clases 7-C I.E.S.E	No DE ASISTENTES 25 estudiantes
INVESTIGADOR: José Gregorio Giraldo Jiménez	
METODOLOGÍA: Observación Participante directa	
ACTIVIDAD REALIZADA: Etapa 1: Instrucción	
OBJETIVO DE LA ETAPA: Aportar a los estudiantes estrategias sobre la utilización de manera correcta del método de resolución de problemas, basado en el método heurístico de Polya.	
MOMENTO DE LA ETAPA	DESCRIPCIÓN, EVENTOS, COMENTARIOS, REFLEXIÓN Y ANÁLISIS INTERPRETATIVO/ANALÍTICO.
PREVIO	Los estudiantes se mostraron receptivos, generaron preguntas y realizan comentarios entre ellos, al preguntarles <i>¿conoces o has escuchado sobre el método de Polya?, algunos mencionaron “es un libro”; “son problemas para resolver”; “es una forma de trabajar matemáticas”; “es para enseñarnos algo”</i> . Luego del cuestionamiento, El docente como conocedor del método de Polya instruye a los estudiantes a través de la explicación de <i>¿Quién fue Polya?, ¿Qué es el método?, ¿Para qué sirve?, ¿Cómo se aplica?, ¿Cuáles son sus etapas?</i> ; lo que determino como una estrategia para la solución de problemas matemáticos y de la vida cotidiana a través de unos pasos o etapas (Entender el problema, Configurar un plan, ejecutar un plan y la mirada retrospectiva). Finalmente, el docente propone una situación que explica, desarrolla y resuelve paso a paso siempre preguntando o manifestando <i>“¿quedó claro?”; “¿me hice entender?”; “¿hay alguna pregunta?”; “¿tienen dudas sobre el proceso?”; “inicialmente será dispendioso, pero a medida que vayan practicando van mejorando”</i>
INDUCCIÓN	
APLICACIÓN	

Fuente: Elaboración Propia

Tabla 11. *Diario de Campo Etapa de Modelado*

DIARIO DE CAMPO No 02	
FECHA: Noviembre 04 al 11 de 2020	DURACIÓN: Una semana
LUGAR: Salón de Clases 7-C I.E.S.E	No DE ASISTENTES 25 estudiantes
INVESTIGADOR: José Gregorio Giraldo Jiménez	
METODOLOGÍA: Observación Participante directa	
ACTIVIDAD REALIZADA: Etapa 2: Modelación	
OBJETIVO DE LA ETAPA: Formar a los estudiantes en estrategias para la utilización del procedimiento de resolución de problemas, basado en el método heurístico de Polya.	
MOMENTO DE LA ETAPA	DESCRIPCIÓN, EVENTOS, COMENTARIOS, REFLEXIÓN Y ANÁLISIS INTERPRETATIVO/ANALÍTICO.
MODELADO	Los estudiantes se mostraron inquietos, pensativos, pero a la vez ávidos de conocer y de intentar la aplicación el método heurístico de Polya en situaciones problema. Durante el modelado los estudiantes fueron receptivos hacia las explicaciones del docente, se presentó un conversatorio donde algunos hacían preguntas y comentarios sobre el tema “¿Por qué cuatro pasos?”; “¿Los tres pasos que conocíamos no sirven?”; “¿Nosotros trabajamos análisis, operación y respuesta?”; “¿Por qué debemos analizar el problema de esa manera?”; “¿A qué se le denomina procedimiento?”; “¿El plan se debe seguir como se planteó o se puede resolver en desorden?”; “¿Por qué si me equivoco puedo volver a hacerlo?”; “¿Necesariamente siempre deben existir varias formas de solución?”.
APRENDIZAJE COLABORATIVO O COOPERATIVO Y	los estudiantes de manera aleatoria organizaron los equipos de trabajo y a cada uno se les entregó su rol, de esta parte resultaron inquietudes como “¿Qué hace mi rol?”; “¿Cómo puedo orientar y desarrollar mi rol?”; “¿Qué beneficios trae para el grupo desarrollar el rol?”; “¿Qué participación tendré con mi rol?”; el docente explicó la funcionalidad de los roles “ Coordinador: Encargado de recibir y escuchar las consignas para organizar el desarrollo de la actividad o de la situación problema; Controlador del Tiempo: Encargado de controlar los tiempos de desarrollo de la actividad y de participación de los integrantes del equipo de trabajo; Encargado de Materiales: Encargado de recolectar los materiales de trabajo tanto escolares, didácticos y literarios para desarrollar la actividad propuesta; Relator: Encargado de tomar los apuntes del desarrollo de las actividades, la participación de sus compañeros y entregar los resultados de las situaciones propuestas y actividades desarrolladas; Expositor: Encargado de exponer, explicar y de presentar a los compañeros y docente los resultados del proceso de solución de la situación problema o actividades propuestas.”; los estudiantes trabajan en sus equipos hacen una lectura pausada de la situación correspondiente, analizan, debaten y toman decisiones sobre el proceso de solución de la situación que se propuso, en el desarrollo cometen errores a nivel procedimental o práctico y a la comprensión de las instrucciones de trabajo dadas.

	<p>Los estudiantes inician el desarrollo de la solución con la aplicación del método heurístico de Polya, a través de la guía de las preguntas <i>¿Cuáles son los datos?, ¿Cuáles son las incógnitas?, ¿Qué parte del problema puedo resolver?, ¿Qué procedimiento puedo usar para encontrar esa diferencia?, ¿Los procedimientos me llevaron a la respuesta? ¿Por qué?, ¿Puedes emplear el resultado o el método en otros problemas?, ¿Puedes razonar sobre el resultado?</i></p> <p>Los estudiantes manifestaban que en el paso entender el problema, <i>“con la lectura minuciosa del problema se logra comprender lo que nos están pidiendo”; “los datos están dentro de la misma situación solo es hacer una lectura clara y pausada de ella e ir escribiendo cada dato”; “al hacer la lectura pausada, nos damos cuenta y entendemos que tenemos y que nos piden encontrar en la situación”; “al analizar la situación, sabemos que datos nos van a servir para resolver la situación y encontrar la respuesta”</i>. En el debate del paso de construir el plan los estudiantes mostraban las siguientes inquietudes <i>“debemos llevar un orden para organizar los pasos”; “los pasos que se propongan deben ser secuenciales”; “se puede organizar el plan y comenzar por cualquier paso”; “si no hacemos el dibujo de la figura podemos solo trabajar con las medidas propuestas”</i>. En el paso ejecutar el plan los estudiantes manifestaron que: <i>“se presentaron dificultades en la expresión para hallar el volumen”; “mi grupo tenía dificultades en llegar a acuerdos sobre cómo construir el orden del paso a paso”; “en mi grupo inicialmente teníamos temor de iniciar el trabajo ya que no teníamos esa forma de trabajo, fue algo nuevo”; “Nosotros debatíamos como ordenar el paso a paso ya que nos parecían importantes todos los pasos, pero se tenía que acomodar según la necesidad del problema”; “nuestro grupo propuso que cada uno opinara como resolvería la situación, lo que nos llevó demasiado tiempo y dificultades para desarrollarlo por las diferentes propuestas”</i>. A razón de ello, en el paso de mirada retrospectiva los estudiantes plantearon que les fue de gran importancia la guía de las preguntas establecidas para el desarrollo de la situación problema en su paso a paso donde manifestaron que: <i>“el uso de las guías de las preguntas referenciadas fue de mucha ayuda”; “el responder cada pregunta referenciada en los pasos permitió tener claridad en la solución del problema”; “las preguntas referenciadas son base para la solución”; “las preguntas son un apoyo y guía para resolver el problema”</i>. Y que el apoyo del docente como orientador y guía del proceso sirvió para entender y resolver las dificultades manifestando que: <i>“el profesor fue de gran ayuda porque nos aclaró las dudas y nos permitió entender cómo resolver la situación”; “el profesor con su orientación y explicación nos ayudó a encontrar la forma de cómo resolver la situación”; “cuando mi grupo no entendía algo, la ayuda del profesor fue vital para continuar con el problema”</i>.</p>
<p>EXPLORACION DE LA COMPRENSIÓN</p>	<p>En el momento de la exploración de la comprensión, se pudo observar que los estudiantes toman una posición receptiva, de concentración y de motivación hacia la ejecución del proceso. El docente acompaña a cada estudiante de manera individual en su proceso de solución de la situación problema propuesta.</p> <p>La revisión de los resultados de la situación problema se hizo bajo los siguientes parámetros teniendo en cuenta cada uno de los pasos del método de Polya:</p>

	<p>Para el paso <i>entender los problemas permiten</i> señalar que los estudiantes tuvieron en cuenta que la información que le suministró el problema fue suficiente para extraerlos y así a través de la selección de los datos necesarios la situación solucionar la situación problema. Para el paso <i>construir un plan</i> los estudiantes establecen las diferentes estrategias de manera secuencial que aplicarán para encontrar la respuesta, esto a través del procedimiento (paso a paso) de un plan para la solución de la situación problema; y que algunos estudiantes todavía presentan dificultades en cuanto a la seriación de los pasos para organizar el procedimiento, lo que no les permitió llegar de manera directa a la solución de la situación problema, lo cual necesito que los estudiantes recurrieran al acompañamiento del experto (Docente). Para el paso <i>ejecutar el plan</i> los estudiantes demostraron como emplearon la información organizada en el paso anterior, por medio del desarrollo y la ejecución de cada paso del procedimiento de manera clara y precisa lo que admitió que los planteamientos propuestos fueron viables y que los estudiantes que presentaron dificultades en el procedimiento no concluyeron la ejecución de este (respuesta), por lo cual recurrieron nuevamente al acompañamiento del experto (Docente). Para el paso <i>mirada retrospectiva</i> los estudiantes realizan la verificación de lo desarrollado en el plan y que están en la capacidad de determinar si este fue correcto o si lo presentado admite plantear nuevas estrategias de solución. Si es esto último es donde se recurre nuevamente al acompañamiento por parte del experto (Docente) y se espera que los estudiantes encuentren el error y lo puedan rectificar para así lograr la solución de la situación. Los estudiantes manifiestan como referente común que: <i>“se facilitó la extracción de los datos de la situación problema”</i>; <i>“la información que tenía la situación fue suficiente para resolver el problema”</i>. Por otro lado, algunos estudiantes manifestaron que: <i>“se tuvo dificultad para trazar el plan”</i>; <i>“no se pudo enunciar el plan ya que no se pudo secuenciar los pasos”</i>; <i>“al no poder construir el plan no se pudo desarrollar el problema”</i>; <i>“la dificultad de trazar el plan no permitió dar respuesta al problema”</i>; <i>“el no poder encontrar la respuesta permitió hacer una nueva estrategia”</i>. Otros estudiantes mencionan en común que: <i>“al secuenciar los pasos el plan se desarrolló fácilmente”</i>; <i>“si se tiene en cuenta el orden de los datos se puede construir el plan”</i>; <i>“con el plan propuesto se hicieron los cálculos lógicos para resolver el problema”</i>; <i>“el desarrollo secuencial del plan ayudo a dar una respuesta clara a la pregunta del problema”</i>; <i>“el desarrollo del plan ayudo a comprobar que la respuesta si era la correcta”</i>; <i>“cumpliendo el paso a paso, permitió saber si existe otra forma de solucionar o la que se hizo fue la correcta”</i>.</p> <p>Con esto, se pudo evidenciar el logro en los estudiantes sobre los conocimientos necesarios para dar solución a una situación problema, los expositores manifestaron la importancia de conocer la diferencia entre la situación inicial propuesta y la pregunta planteada, la construcción, el desarrollo de procedimientos y la ejecución del mismo para resolver situaciones problema, donde se hace una mirada retrospectiva de la solución para conocer si se presentaron errores para corregirlos o si las conjeturas planteadas fueron las acertadas, lo que llevo a los estudiantes a desarrollar la competencia del planteamiento de razones y las justificaciones de sus propias reflexiones lógicas las cuales se pueden considerar válidas desde las matemáticas y conectarlas con los elementos encontrados de la información en las diferentes situaciones problema.</p>
--	--

Fuente: Elaboración Propia

Tabla 12. *Diario de Campo Etapa de Participación Guiada*

DIARIO DE CAMPO No 03	
FECHA: Noviembre 12 al 22 de 2020	DURACIÓN: Una semana
LUGAR: Salón de Clases 7-C I.E.S.E	No DE ASISTENTES 25 estudiantes
INVESTIGADOR: José Gregorio Giraldo Jiménez	
METODOLOGÍA: Observación Participante directa	
ACTIVIDAD REALIZADA: Etapa 3: Participación Guiada	
OBJETIVO DE LA ETAPA: Orientar a los estudiantes que lleven a la práctica los procesos y los procedimientos del método de resolución de problemas, basados en el método heurístico de Polya.	
MOMENTO DE LA ETAPA	DESCRIPCIÓN, EVENTOS, COMENTARIOS, REFLEXIÓN Y ANÁLISIS INTERPRETATIVO/ANALÍTICO.
TRABAJO COLABORATIVO Y COOPERATIVO	<p>Durante el trabajo colaborativo y cooperativo los estudiantes se organizan en grupos y nuevamente aplican los roles respectivos, se propone la actividad a realizar con material concreto (fichas de tetris), los estudiantes muy atentos, concentrados y dispuestos a desarrollar la actividad, hicieron una lectura pausada de la situación planteada, todos realizaron sus intervenciones en el proceso de solución. En el paso de entender el problema, los estudiantes manifiestan que <i>“construyamos el rectángulo en el cuaderno”</i>; <i>“las figuras se pueden enumerar para ubicarlas mejor”</i>; <i>“las figuras se pueden colorear de manera diferente”</i>; <i>“Démosle forma al rectángulo con las figuras”</i>; <i>“parece un tetris”</i>. En el paso construir el plan, los estudiantes en consenso a partir de lo señalado en el paso anterior, organizaron el procedimiento (paso a paso) exponiendo <i>“debemos colorear las figuras”</i>; <i>“cada una debe tener un color diferente”</i>; <i>“las figuras se deben enumerar”</i>; <i>“construyamos el rectángulo en el cuaderno como base”</i>; <i>“sobre el rectángulo colocamos las figuras como el tetris”</i>; <i>“son muchas ideas démosle un orden”</i>. el docente intervino en los pasos de construir y ejecutar el plan explicando que <i>“la construcción de un plan no solo se hace a través de crear una lista de pasos, este también permite otras estrategias según el tipo de problema; para este caso se puede usar el de ensayo y error”</i> con un ejemplo práctico, a lo que los estudiantes propusieron <i>“al colocar sobre el rectángulo las fichas en diferente orden una y otra vez podemos encontrar la forma de resolverlos”</i>; <i>“Colocar las fichas en los espacios en blanco del rectángulo y moverlas hasta que encajen”</i>; <i>“ensayemos sobre el rectángulo hasta encontrar el orden de colocar las fichas y armarlo en su totalidad”</i>. En el paso ejecutar el plan, los estudiantes exteriorizaron que <i>“el procedimiento nos facilitó el desarrollo de la actividad”</i>, <i>“la organización de los pasos permitió construir el rectángulo”</i>; <i>“nos llevó tiempo armar el rectángulo por el manejo de las fichas”</i>; <i>“se tuvo que pensar mucho para cuadrar las fichas en el rectángulo”</i>; <i>“las ideas de todos nos ayudó a construir el rectángulo”</i>; <i>“algunos compañeros organizaron rápido las fichas y armaron el rectángulo”</i>; <i>“el material concreto nos brindó ayuda”</i>. En el paso mirada</p>

	<p>retrospectiva, los estudiantes demostraron a través del juego con el material concreto que “<i>se pueden formar dos rectángulos diferentes</i>”; “<i>una figura puede ser de 6 de largo x 4 de ancho y la otra de 6 de ancho x 4 de largo</i>”; “<i>las figuras se pueden mover como el juego de Tetris</i>”; “<i>el rectángulo es uno pero tiene diferentes formas para acomodarlo</i>”; “<i>se puede aplicar la propiedad conmutativa que plantea que 6×4 es lo mismo que 4×6</i>” y que la estrategia ensayo y error funciona para este tipo de situaciones. Los errores y las preguntas fueron pocas en cuanto a comprender el problema., las instrucciones dadas fueron claras y el trabajo en equipo permitió la escucha, el acuerdo y las relaciones interpersonales.</p>
<p>PRACTICO</p>	<p>Los estudiantes organizan nuevamente los cinco grupos de trabajo para desarrollar la situación que le corresponde a cada uno de ellos aplicando el método heurístico de Polya, realizan una lectura detenida y apropiada de la situación para comprender que es lo que tienen y a donde deben llegar. Cada grupo de manera interna debate sobre qué es lo que se necesita y como lo van a realizar para llegar a la solución de cada pregunta dentro de la situación. En el paso entender el problema, los estudiantes hacen una lectura minuciosa y pausada de la situación, describen acciones como “<i>describir los elementos importantes para los datos y argumentar las razones de la determinación de cada dato extraído de la situación para organizar el procedimiento (paso a paso)</i>”. En el paso construir el plan, cada estudiante propone una acción para construir el plan, ellos mencionan que “<i>las acciones deben ser coherentes</i>”, “<i>lo que se plantee debe ir uno a uno desarrollándose para encontrar el camino</i>”; “<i>según eso debemos iniciar por la figura o el sólido geométrico</i>”; “<i>con la figura o el sólido determinamos la expresión solicitada</i>”; “<i>desarrollamos la expresión y con el resultado respondemos la pregunta</i>”; “<i>por último revisamos y miramos si hubo errores y si hay se corrigen</i>”; “<i>demostramos a conocer nuestra propuesta al profesor para que nos oriente</i>”; “<i>esperemos el visto bueno del profesor y si hay errores que nos los explique</i>”. En el paso ejecutar el plan, los estudiantes ejecutan las acciones propuestas en el paso anterior manifestando que: “<i>la coherencia de los pasos permite desarrollar el plan</i>”; “<i>la secuencialidad del procedimiento nos ayudó a encontrar el resultado</i>”; “<i>el paso a paso es un arma de organización y de solución</i>”; “<i>la solución de situaciones anteriores ha permitido desarrollar el procedimiento con facilidad</i>”; “<i>el visto bueno del profesor permitió desarrollar lo planteado</i>”; “<i>las orientaciones del profesor en lo descrito nos ayudó a desarrollar lo propuesto</i>”, además, hacen preguntas al docente sobre si “<i>el proceso y el procedimiento propuesto es viable</i>”, el docente observa las acciones no interviene, solo les hace preguntas o expresiones inspiradoras sobre el proceso como: “<i>¿Recuerdan qué es el perímetro de una figura?</i>”; “<i>Identifiquen las dimensiones de la figura o el sólido geométrico</i>”; “<i>¿Qué operación se utiliza para desarrollar la fórmula del área?</i>”; “<i>el volumen maneja tres dimensiones</i>”. Los estudiantes analizan lo mencionado, revisan sus soluciones y caen en cuenta de los errores o de las fallas que presentaron al ejecutar el plan propuesto, lo que les permitió desarrollar el paso mirada retrospectiva respuestas a las preguntas <i>¿Los procedimientos me llevaron a la respuesta? ¿Por qué? ¿Puedes emplear el resultado o el método en otros problemas? ¿Puedes razonar sobre el resultado? ¿Modificaste algo del plan para llegar a la solución de la situación? ¿Qué dificultades encontraste y como las solucionaste?</i> La práctica del método de Polya ha permitido la mejora en la comprensión,</p>

	<p>exploración y ejecución de las situaciones problema lo que ha mitigado los errores en cuanto a dato mal utilizado y el nivel práctico de la solución. tales como <i>“depende, porque si el procedimiento es secuencial y organizado la respuesta está a la mano; pero si este no tiene un norte, se pierde el proceso y no se llega a la respuesta”</i>; <i>“sí, porque el método es uno solo y existen diversos problemas en los que se puede aplicar”</i>; <i>“sí, porque si es correcto se logra resolver los interrogantes del problema; en cambio si no es correcto, permite hacer el replanteamiento del procedimiento que ayude a encontrar la respuesta”</i>; <i>“Modificar no, pero si intentar con la estrategia ensayo y error”</i>; <i>“se encontraron en la parte operativa, simplemente se revisó y se organizó”</i></p>
<p>EXPLORACION DE LA COMPRENSIÓN</p>	<p>Cada grupo con su expositor presenta a sus compañeros la solución a la situación propuesta realizada por el equipo de trabajo. Cada grupo tomó atenta nota y participa realizando preguntas como: <i>¿Por qué tomaron ese plan como procedimiento?; ¿Por qué no cometieron errores como los otros grupos?; ¿Qué actitud tomaron cuando cometieron el error?; ¿Preguntaron al profesor o entre ustedes mismos cayeron en la cuenta?; ¿Cuándo modificaron el error replantearon el plan o siguió siendo el mismo?</i> con respuestas como <i>“porque con los datos y la pregunta del problema, permitió llegar a la organización del procedimiento”</i>; <i>“Porque tomamos la precaución y consultamos nuestro procedimiento con el profesor para que nos guiara”</i>; <i>“al principio se ve frustrante, pero cuando solicitamos al profesor que nos guiara, permitió tener más claridad y poder reorganizar”</i>; <i>“nosotros caímos en cuenta y reordenamos, entre nosotros mismos decidimos preguntar al profesor para que nos guiara y afianzar lo que se propuso”</i>; <i>“Si se modifica algo del procedimiento se busca que ya no hay error, si persiste, estaríamos hablando de la estrategia ensayo y error”</i></p> <p>Cada grupo analizó una a una la solución presentada por sus compañeros y debatieron entre sí, el grupo # 01, realizó nuevamente la situación presentada por el grupo # 02 y llegaron a la conclusión de que si encontraron otra solución diferente a la expuesta pero llegaron al mismo resultado, lo que hace que sus compañeros a pesar de los errores hayan llegado de manera correcta a la solución de la situación presentada. Los estudiantes del grupo # 02 exponen que <i>“el cambio se realizó en la ejecución del plan así”</i>; <i>“el rectángulo se diseñó de manera vertical ($b= 2m$ y $h= 7m$)”</i>; <i>“para el perímetro se tuvo en cuenta que son dos bases iguales ($2m \times 2$) y dos alturas iguales ($7m \times 2$) y no hay necesidad de sumar los cuatro lados repitiendo número”</i>, todo se resuelve y se llega al mismo resultado. Después de este análisis, el docente y los estudiantes hacen un debate donde opinan sobre los pasos del método de Polya, ventajas, desventajas, donde los estudiantes manifiestan <i>“al principio se veía frustrante, pero a medida de la ejercitación vamos perdiendo el miedo”</i>; <i>“el método es de fácil aplicación si somos cuidadosos y organizados”</i>; <i>“para un buen resultado se deben tener claros los conceptos, las expresiones y las operaciones a utilizar”</i>; <i>“es de vital importancia el análisis de lectura para su desarrollo”</i>; <i>“el método es muy bueno pero se debe memorizar los pasos”</i>; <i>“los conocimientos brindados por el profesor ayudaron a conocer más el método y su aplicación”</i>; <i>“la orientación dada por el profesor nos ayuda a mejorar en la práctica por si mismos del método”</i>.</p>

Fuente: Elaboración Propia

Tabla 13. *Diario de Campo Etapa de Apropiación*

DIARIO DE CAMPO No 04	
FECHA: Noviembre 25 al 29 de 2020	DURACIÓN: Una semana
LUGAR: Salón de Clases 7-C I.E.S.E	No DE ASISTENTES 25 estudiantes
INVESTIGADOR: José Gregorio Giraldo Jiménez	
METODOLOGÍA: Observación Participante directa	
ACTIVIDAD REALIZADA: Etapa 4: Apropiación	
OBJETIVO DE LA ETAPA: Orientar a los estudiantes que lleven a la práctica los procesos y los procedimientos del método de resolución de problemas, basados en el método heurístico de Polya.	
MOMENTO DE LA ETAPA	DESCRIPCIÓN, EVENTOS, COMENTARIOS, REFLEXIÓN Y ANÁLISIS INTERPRETATIVO/ANALÍTICO.
PRACTICO INDIVIDUAL	<p>Para este momento, los estudiantes estuvieron muy receptivos, concentrados y sobre todo reflexivos, En el paso entender el problema los estudiantes expresaron que “<i>debo hacer una lectura pausada</i>”; “<i>debo analizar cada expresión de la situación</i>”; “<i>debo mirar que me pide el problema para sacar los datos</i>”; “<i>que cosas tengo en la situación que me sirve</i>”; “<i>voy a leer la pregunta para sacar los datos</i>”; “<i>debo sacar los datos como lo hemos venido haciendo</i>”; “<i>la gráfica es muy útil</i>”; “<i>la gráfica contiene información importante</i>” lo que lleva a entender que los estudiantes gracias a la experiencia del programa de intervención han avanzado en este camino. En el paso configurar un plan los estudiantes proponen “<i>voy a hacer la gráfica y colocar los datos en ella</i>”; “<i>utilizaré toda la información de las fracciones y la cantidad de la botella</i>”; “<i>los datos son fracciones, no sé cómo utilizarlos</i>”; “<i>para desarrollarlo utilizo la fracción de un número</i>”; “<i>como utilizo un número entero con una fracción</i>”; “<i>los pasos no me dan</i>”; “<i>opero con fracciones para saber la diferencia del líquido</i>” indicando que los estudiantes han mostrado compatibilidad con el paso anterior, cabe resaltar que de todos los estudiantes solo uno presentó problemas para la organización de los datos para el procedimiento. En el paso ejecutar el plan los estudiantes manifiestan que “<i>efectuar la estrategia planteada paso a paso permite llegar a la solución</i>”; “<i>la situación se solucionó de manera completa aplicando los pasos anteriores</i>”; “<i>si hay organización y orden para seguir los pasos se puede resolver el problema</i>”; “<i>no logré establecer el plan, debo buscar ayuda</i>”; “<i>la estrategia sirvió porque se logró responder la pregunta</i>” ilustrando así que se logró desarrollar en su totalidad la estrategia y que llegaron a la respuesta de la pregunta de la situación, teniendo en cuenta el paso anterior, el estudiante que presentó dificultades en el procedimiento no logró terminar la solución de la situación. en el paso mirada retrospectiva los estudiantes concluyen que “<i>lo aprendido hasta ahora sirvió para resolver el problema</i>”; “<i>las dudas iniciales se fueron aclarando con</i></p>

	<p><i>el trabajo y por eso logramos resolver solos esta situación”; “estoy sorprendido porque no llame al profesor para que me aclarara cosas”; “vencí los miedos, pude resolver solo este problema”; “el desarrollo que se hizo fue el apropiado”; “revisamos la solución y no tuvimos que cambiar nada”; “mis temores hicieron que cometiera un error y no llegar a solucionar el problema”; “tuve que acudir al profesor para que me orientara y así poder modificar lo propuesto y terminar el problema”</i> lo que demuestra un nivel superior en la apropiación del uso del método de Polya para la solución de situaciones problema y un avance en la competencia de resolución de problemas. Cabe señalar que el estudiante con dificultades solicitó apoyo en el profesor para lograr culminar el desarrollo de la situación problema.</p>
<p>TRABAJO COLABORATIVO Y COOPERATIVO</p>	<p>Se presentaron concertaciones, debates, análisis y discusiones entre los estudiantes, cada uno expuso su idea de solución al grupo, entre ellos respetaron las opiniones de cada uno, las analizaron y llegaron a acuerdos, realizaron cuestionamientos, se hicieron preguntas e interrogantes; como conclusión del proceso de solución, en el paso entender el problema, los estudiantes concluyen que <i>“la mejor forma de extraer la información de los datos del problema, es haciendo énfasis puntual en la comprensión de lectura del problema, determinando la existencia de los elementos, sus condiciones y de las características propias y fundamentales de este”</i>. En el paso configurar un plan, los estudiantes determinan que <i>“mediante la lectura minuciosa realizada al problema, la interpretación del lenguaje matemático y la extracción de la información de los datos pertinentes, se puede establecer el procedimiento a través de la comparación entre lo que se tiene y a lo que se debe llegar”</i>. En el paso ejecutar el plan, los estudiantes comprueban que <i>“teniendo en cuenta la organización secuencial del procedimiento, si se es organizado, si se relaciona lo aportado por el docente en las etapas anteriores con lo aprehendido, si se evidencia un claro uso del lenguaje matemático, se desarrolla la representación simbólica del tema y se lleva a cabo el paso a paso, se logra la solución del problema propuesta”</i>. En el paso mirada retrospectiva, los estudiantes determinan que <i>“al ejecutar el plan y dar solución al problema propuesto, se puede comprobar si la aplicación de cada uno de los pasos y el procedimiento con las preguntas referenciadas cumple con los elementos, las propiedades y características del método, en caso afirmativo se concluye, en caso contrario se puede replantear o modificar el procedimiento para llegar a la solución”</i>. Para esta etapa el docente no hace intervención solo hace sugerencias como: <i>“escriban las propuestas para debatir”; “tengan en cuenta los aportes”; “revisen bien los procesos”; “tienen dudas o inquietudes”</i>. En la asignación de los roles los estudiantes se ubicaron según su preferencia, habilidades e intereses para sentirse cómodos dentro del grupo. Por otro lado, los errores ya no fueron evidentes porque la práctica permitió su corrección y apropiación.</p>
<p>EXPLORACION DE LA COMPRENSIÓN</p>	<p>Después de realizado el proceso, cada expositor de los diferentes grupos presentó los resultados del trabajo en equipo y las conclusiones a las que llegaron: Grupo 1: <i>“cada uno resolvió la situación con ayuda de los pasos y de las preguntas, se pudo demostrar que la mayoría presento soluciones parecidas o similares, solo varían en el orden de algunos pasos del procedimiento”</i>. Grupo 2: <i>“el grupo trabajo los pasos y resolvió las diferentes preguntas, pero en el</i></p>

plan de trabajo estuvimos muy acordes y similares con los demás grupos”. Grupo 3: “Cada compañero expuso su solución, todos aportamos ideas para complementarla y dimos sugerencias para una mejor solución según lo que habíamos hecho, se logró que todos comprendiéramos los pasos y la forma como desarrollar un buen plan de trabajo”. Grupo 4: “El grupo inicio con la lectura detenida de la situación, cada uno expuso la forma como lo solucionó, se notó que hicimos cosas similares a los demás, lo importante fue que todos llegamos al mismo resultado”. Grupo 5: “Cada uno del grupo tomó la palabra y explicó como resolvió la situación, los demás preguntamos el ¿Por qué? Del plan, como lo planteó y si le dio resultado. Los planes fueron muy similares cambiaban algunos pasos, pero todo llegamos al resultado”. Los grupos se presentaron sus alternativas de solución, demostrando cierta unificación de criterios, algunos se diferenciaron en el orden y numero de pasos en el procedimiento, otros reduciendo los pasos del plan, es decir, siendo más concretos, en este sentido llamó la atención la propuesta del grupo # 4, porque trabajaron más el concepto de fracción y redujeron los pasos del plan. (Ver figura 18). El docente y los estudiantes entran en un proceso de retroalimentación sobre el proceso de aplicación del método heurístico de Polya, como conclusión se encontró que los llevó a desarrollar el estímulo y conservar el trabajo, la responsabilidad y la obligación de los estudiantes de manera individual y en equipo en el tiempo que duro el programa de intervención, los estudiantes manifiestan que lograron analizar, justificar, comparar, y desarrollar situaciones problema con operaciones básicas, con expresiones de área, perímetro y volumen, el desarrollo de las actividades es secuencial, permitiendo así la apropiación y la mejora continua en el proceso de aplicación del método heurístico de Polya en situaciones problema con los conceptos de área, perímetro y volumen en el contexto.

Fuente: Elaboración Propia

Anexo 5. Rúbrica de evaluación.

Valoración	Bajo (1.0 a 2.9)	Básico (3.0 a 3.9)	Alto (4.0 a 4.5)	Superior (4.6 a 5.0)	Total
Criterios					
Entender el Problema	Describe de manera somera los datos presentes pero no entiende la solución a la situación	Describe los datos de la situación de manera parcial y los relaciona para una posible solución.	Describe y explica los datos de la situación y los relaciona para la solución	Describe y explica los datos de una manera clara y replantea la situación con sus propias palabras	
Configurar un Plan	Presenta una estrategia imprecisa para la solución de la situación	Presenta una estrategia para la solución de la situación	Identifica y describe una estrategia acorde para la solución de la situación	Escoge, describe y explica la estrategia a utilizar para la solución de la situación	
Ejecutar el Plan	La estrategia es imprecisa lo que no permite resolver la situación presentada.	Implementa la estrategia presentada pero no es la adecuada para la solución de la situación	Implementa la estrategia descrita la cual le permite resolver la situación	Implementa la estrategia que escogió, soluciona de manera completa la situación y le permite generar nuevas acciones de solución.	
Mirada Retrospectiva	Con la estrategia no comprueba que la solución a la situación sea posible y razonable	La estrategia le permite cambiar o modificar las condiciones de la situación.	Con la estrategia comprueba que la solución es posible, razonable y que puede modificar las condiciones de la situación.	La estrategia aplicada permite comprobar que la respuesta a la situación es posible, razonable, se puede transformar las condiciones y hallar otras soluciones a la situación.	

Anexo 6. Post-test que será aplicado a los dos grupos estudiados

INSTITUCIÓN EDUCATIVA OFICIAL DE EL CERRITO APLICACIÓN DE CONOCIMIENTO EN TORNO A LOS CONCEPTOS DE PERÍMETRO, ÁREA Y VOLUMEN

Pensamiento espacial y sistema métrico-geométrico

Objetivo: determinar el grado de fortalecimiento alcanzado por los estudiantes con respecto a la aplicación de los conocimientos en torno a los conceptos de perímetro, área y volumen en la resolución de situaciones-problema geométricas.

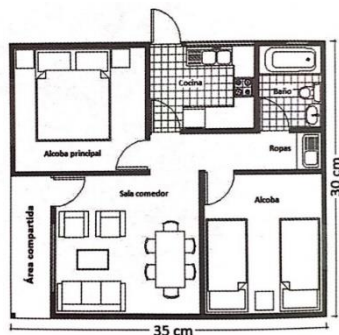
ÁREA: MATEMÁTICA ASIGNATURA: GEOMETRÍA PRUEBA: POS-TEST

NOMBRE: _____ **GRADO:** _____

A continuación, se muestra el plano de un apartamento que le fue entregado a un ingeniero; el cual toma las respectivas medidas de las dimensiones del plano y las registra allí mismo.

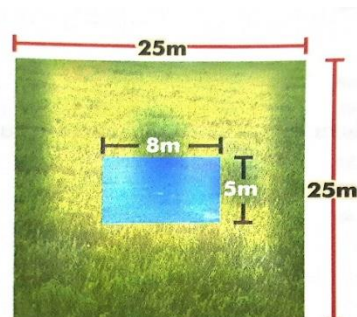
1. Si se sabe que el plano está a una escala 1:20 veces, entonces las dimensiones reales del apartamento son:

- 600 dm x 700 dm
- 35 m x 30 m
- 350 cm x 300 cm
- 6 m x 7 m



2. En el centro del jardín de la I.E hay una piscina como lo muestra la figura, Don Gerardo debe podar el césped del jardín, pero cobra por m². Respecto al área del jardín ¿por cuantos m² va a cobrar don Gerardo por su trabajo?

- 565 m² exactamente.
- Menos de 500 m².
- 585 m² exactamente.
- Más de 600 m².



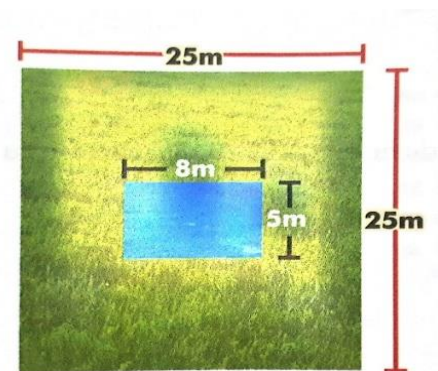
3. La finca campestre “Villa María” ha realizado ampliaciones a sus instalaciones durante cuatro años para mejorar y extender sus servicios como lo muestra la siguiente tabla:

Datos	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4
Arista del terreno	8 mts	16 mts	32 mts	64 mts
Perímetro	32 mts	64 mts	128 mts	256 mts
Área	64 mts ²	256 mts ²	1.024 mts ²	4.096 mts ²

El propietario desea convertir la finca campestre en un Hotel Resort, para ello, necesita un área total de 4.194.304 mts². Para determinar el espacio adecuado de construcción, el perímetro y la medida de sus aristas serán respectivamente:

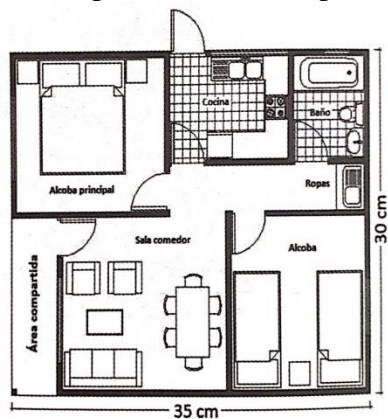
- 2048 mts y 8192 mts
- 2000 mts y 8500 mts
- 2048 mts y 8500 mts
- 2130 mts y 8192 mts

Las preguntas 4 y 5 se responden de acuerdo con la información dada en la gráfica



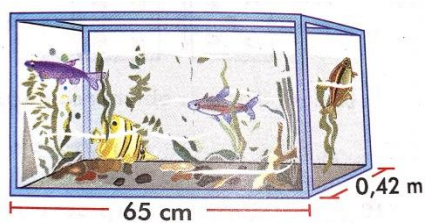
- Si la profundidad de la piscina es de 2 mts, ¿Qué cantidad de agua debe traer don Gerardo para que la piscina se llene en su totalidad?
 - 75 m³
 - 85 m³
 - 80 m³
 - 92 m³
- El rector de la I.E desea enmallar el jardín y la piscina por seguridad y disciplina para así evitar que los estudiantes se escapen de clases. ¿Cuántos metros de malla son necesarios para encerrar?
 - 75 mts y 40 mts
 - 50 mts y 13 mts
 - 100 mts y 26 mts
 - 100 mts y 40 mts

6. Teniendo en cuenta que el área compartida del apartamento corresponde al 8% del total del área del apartamento, el área privada de este es aproximadamente de:



- a. 966 m^2
- b. $38,6 \text{ m}^2$
- c. 386 m^2
- d. $96,6 \text{ m}^2$

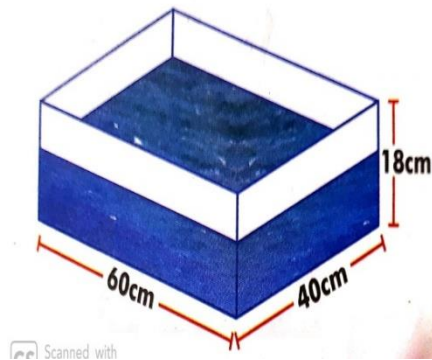
7. Camilo y su hermano desean construir una pecera como la que tiene su primo Eduardo que cuenta con una capacidad exacta de $109,2 \text{ dm}^3$ para agua. Ellos desean comprar los vidrios y las varillas para la estructura, la base de la pecera tiene 65 cm de longitud y el ancho de la misma es de 0,42 mts. Con respecto a la varilla que forma la altura de la pecera, se puede afirmar que:



- a. Mide 40 cm exactamente.
- b. Mide más de 4 dm.
- c. Mide menos de 4 dm.
- d. No se puede calcular, pues se desconoce el nivel del agua que contiene la pecera.

Las preguntas 8 y 9 se responden de acuerdo con la información y la gráfica

La destilería San Martín necesita agua destilada para la elaboración del Aguardiente Blanco del Valle. Ella tiene en un recipiente agua destilada hasta los $\frac{3}{4}$ de su altura como lo muestra la figura.



8. Respecto al agua que contiene el recipiente, se puede afirmar que por cada cm^3 de agua hay un gr de masa, por lo tanto, el recipiente tiene:

- a. Una masa de 32,4 kg.
- b. Un volumen de 43.200 cm^3
- c. 43.2 litros de agua destilada.
- d. 9,8 kg más de agua destilada.

9. La Industria de Licores del Valle debe envasar el aguardiente en botellas de 900 cm^3 , si el recipiente está lleno en su totalidad con el agua destilada. ¿Cuántas botellas se puede envasar?

- a. 55 botellas
- b. 48 botellas
- c. 36 botellas
- d. 45 botellas

10. El terreno que muestra la figura se quiere dividir en varios lotes y separarlos por medio de una malla, cada porción de terreno será cultivada con cebolla, caña de azúcar, uva Isabela y maracuyá. ¿Cuántos metros de malla se requieren para cercar cada uno de los lotes?




- a. 60 Dm exactamente.

- b. Más de 600 mts.
- c. 680 mts exactamente.
- d. Menos de 60 Dm.

Fuente: Adaptado de Grupo Educativo Helmer Pardo, 2016.

Anexo 7. Autorización Grupo Educativo Helmer Pardo.

Santiago de Cali, 13 de Septiembre de 2020


Helmer Pardo
GRUPO EDUCATIVO

Especialista
José Gregorio Giraldo Jiménez
Docente IE Santa Elena – El Cerrito, Valle del Cauca
LC

Cordial saludo

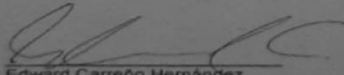
Para el Grupo Educativo Helmer Pardo, es de vital importancia apoyar los procesos académicos, pedagógicos y curriculares tanto de las Instituciones Educativas como de los docentes que hacen parte de ellas, en especial en aquellas investigaciones de campo y de aula que permiten cambios sustanciales en metodologías y estrategias pedagógicas en pro de una educación de calidad en el Departamento.


Es por ello que desde el año 2015 en asocio con la Gobernación del Valle del Cauca y las Alcaldías Municipales se viene adelantando el proceso de mejoramiento de la calidad educativa en las Instituciones Educativas de los 34 municipios no certificados a través de un proceso de acompañamiento y de evaluación continuo en la preparación de los estudiantes para presentar las pruebas externas aplicadas por el MEN de Colombia.

Por tal motivo es grato para nosotros manifestarle que el material (Cartillas, Presentaciones, Libros Guías, Reportes e Informes) que se encuentran en la I.E Santa Elena pertenecientes al grupo educativo en asocio con la Gobernación del Valle del Cauca están a su disposición para que haga uso exclusivo de ellos en lo concerniente a los procesos de investigación que adelanta en la Maestría en Educación con la Pontificia Universidad Javeriana - Cali y los Pedagógicos llevados a cabo dentro en la I.E Santa Elena con la comunidad educativa.

Esperamos como Grupo Educativo aportar a su proceso formativo y profesional en aras del mejoramiento de la calidad educativa de los niños, jóvenes y adultos de nuestro departamento.

Atentamente,


Edward Carreño Hernández
Coordinador Administrativo
C.C. 14699541


Helmer Pardo
GRUPO EDUCATIVO

CALI: Cra. 101 No. 15-160 B/ Ciudad Jardín Tels.: 312 5555 - 331 28
Dpto. 316 443 3591 - 316 447 0023 • cali@helmerpardo.co
CÚCUTA 571 97 69 • PEREIRA 301 260 6249 • IBAGUÉ 265 6489 • NEIVA 312 377 83
MONTERÍA 781 7323 • BOGOTÁ 215 4215 • BUCARAMANGA 857 43

www.helmerpardo.com

Anexo 8. Consentimiento informado dirigido a los padres de familia de los estudiantes partícipes del estudio a realizar

El estudio titulado: “ANÁLISIS COMPARATIVO DE LOS EFECTOS DEL EMPLEO DEL MÉTODO DE POLYA EN LA RESOLUCIÓN DE UNA SITUACIÓN-PROBLEMA GEOMÉTRICA EN GRADO 7° DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA OFICIAL DE EL CERRITO, EL CERRITO, VALLE DEL CAUCA”, está a cargo del docente-investigador JOSE GREGORIO GIRALDO JIMENEZ, quien labora en la Institución Educativa Oficial de El Cerrito y es Candidato a Magister en Educación de la Universidad Javeriana de Cali.

Este estudio tiene como objetivo analizar comparativamente los efectos del empleo del método de Polya en la resolución de una situación-problema que implica conocimiento geométrico de los conceptos de área, perímetro y volumen en figuras planas y sólidos geométricos, en estudiantes de grado 7° de la Institución Educativa Oficial de El Cerrito, Valle del Cauca. Por tanto, se solicita consentimiento para llevar a cabo la propuesta de investigación en la IE OFICIAL DE EL CERRITO, donde su hijo(a) participará realizando las actividades programadas. Para avalar u otorgar dicho consentimiento, es necesario diligenciar y firmar el formato presentado a continuación que también compromete al docente quien hace las veces de investigador a proteger y respetar la dignidad de los participantes y la confidencialidad de la información recopilada.

CONSENTIMIENTO ESCRITO E INFORMADO

Todos los participantes deberán diligenciar y firmar el siguiente formato, previo a la realización del estudio. Esta es una forma de aceptación legal que usted realiza libremente para participar en la investigación siempre y cuando esté de acuerdo.

Yo, _____ identificado(a) con Cédula de Ciudadanía No. _____
 Con dirección _____ y
 teléfono _____, actuando como representante legal del
 menor _____

Para los efectos legales que corresponden, declaro que he recibido información amplia y suficiente sobre _____ el _____ estudio, _____ titulado

_____, en el cual, _____ se _____ pretende

_____. Se me ha explicado el proceso a realizar referente a _____

y soy consciente que la información y resultados obtenidos serán utilizados con propósitos académicos.

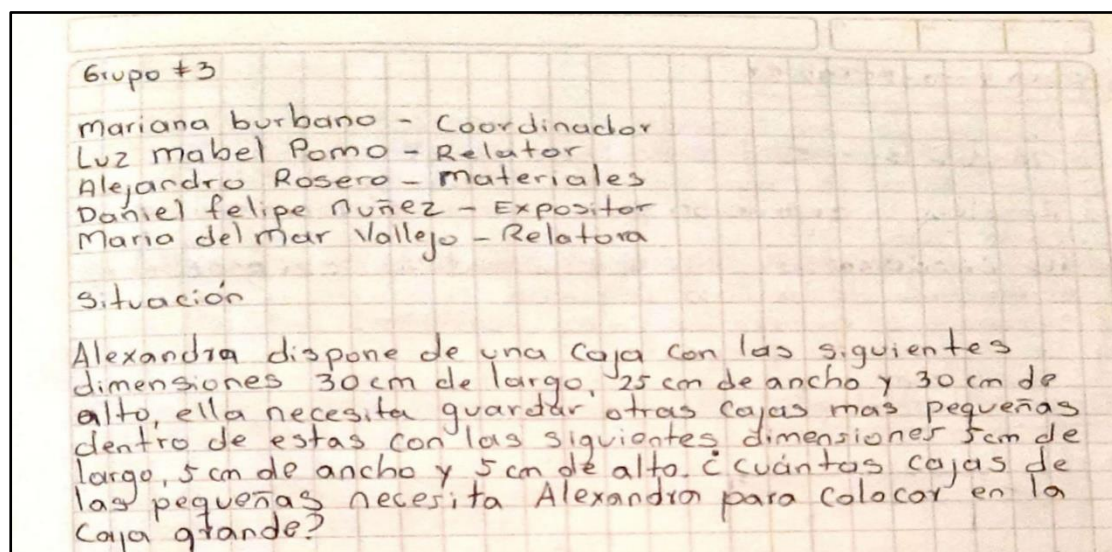
Firma y cédula del padre de familia

Firma del estudiante

Firma y cédula del docente investigador

Fuente: elaboración propia, 2019

Anexo 9. Evidencias de la etapa de modelación.



Paso entender el problema (Modelación)

6. Plan para resolver

- Dibujar la caja grande y la pequeña
- Colocar las medidas en cada caja
- Identificar la expresión para determinar el volumen
- Resolver la expresión para conocer el volumen de cada caja
- Hacer una División entre el resultado de la caja grande y el resultado de la caja pequeña
- Se conoce el número de cajas pequeñas
- Se responde la pregunta

Paso configurar un plan (Modelación)

7. Desarrollo del plan

30 cm
25 cm
30 cm
Caja Grande

5 cm
5 cm
5 cm
Caja pequeña

c. d. expresión

	Caja Grande	Caja pequeña
$V = l \times a \times al$	$V = l \times a \times al$	$V = l \times a \times al$
	$V = 30 \text{ cm} \times 25 \text{ cm} \times 30 \text{ cm}$	$V = 5 \text{ cm} \times 5 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$
	$V = 750 \text{ cm}^2 \times 30 \text{ cm}$	$V = 25 \text{ cm}^2 \times 5 \text{ cm}$
	$V = 22\,500 \text{ cm}^3$	$V = 125 \text{ cm}^3$

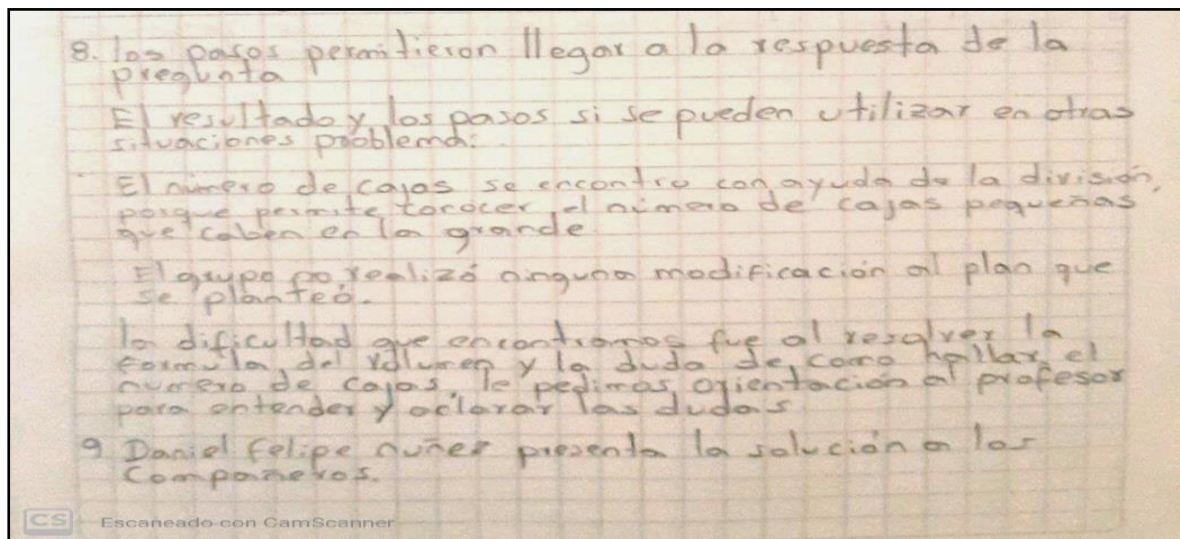
e. No de cajas

$$\frac{22\,500 \text{ cm}^3}{125 \text{ cm}^3} = 180$$

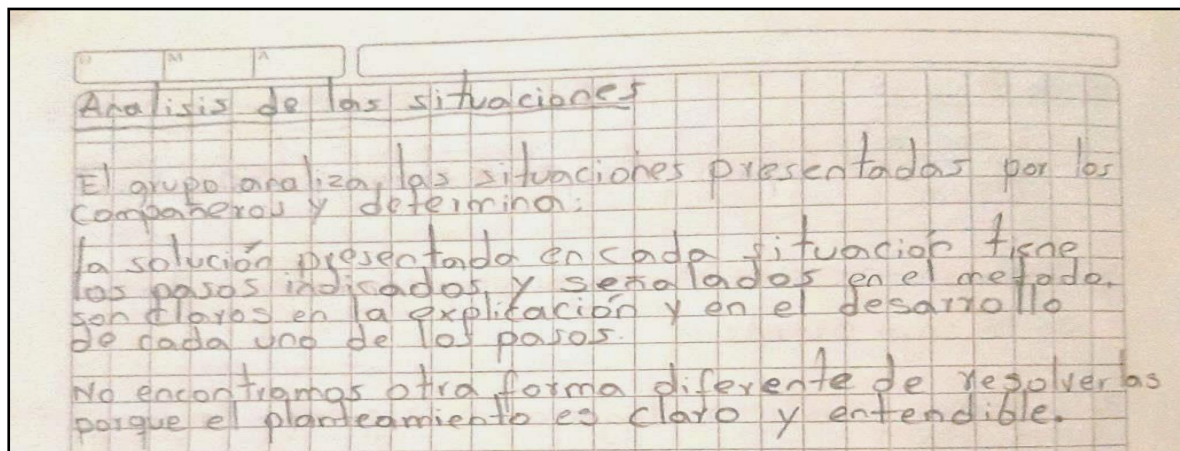
f. # de cajas = 180

g. Alexandra necesita 180 cajas pequeñas para colocar en la caja grande.

Paso ejecutar el plan (Modelación)

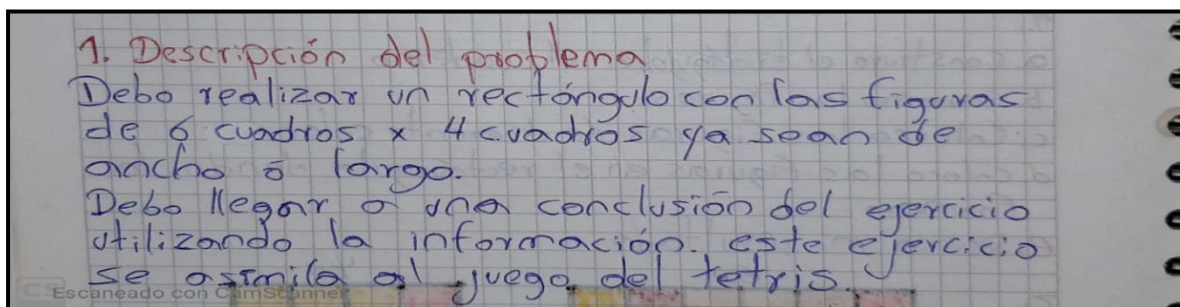


Paso mirada retrospectiva (Modelación)

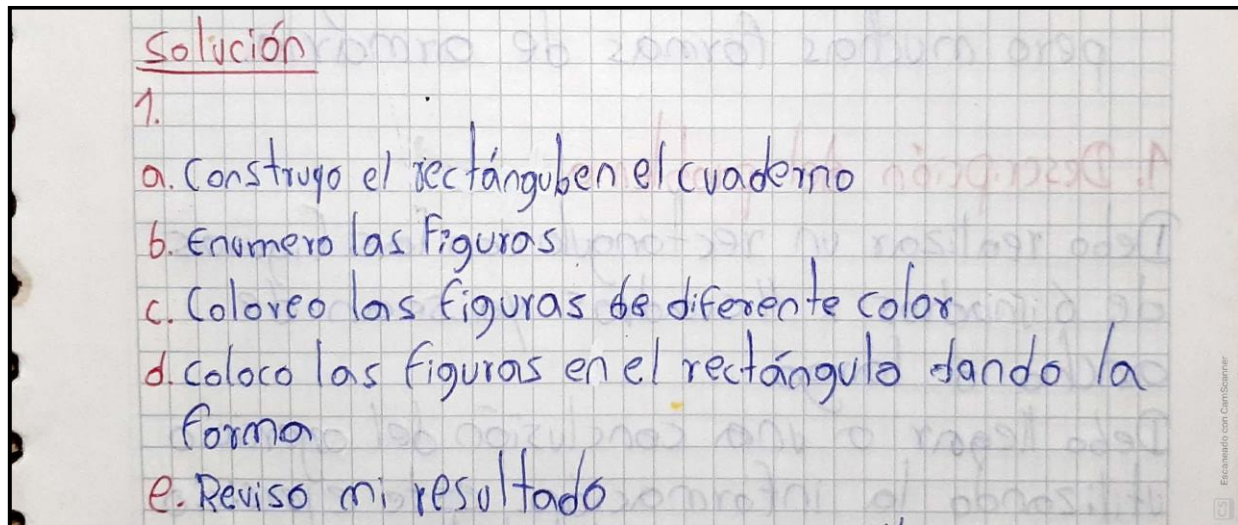


Análisis de las situaciones (Modelación)

Anexo 10. Evidencias de la etapa de participación guiada.



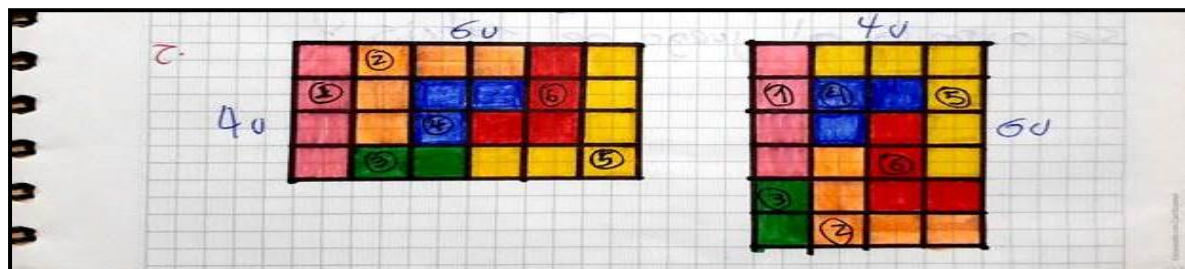
Paso entender el problema, trabajo colaborativo y cooperativo (Participación guiada)



Paso configurar un plan elaborado por los aprendices (Participación guiada)



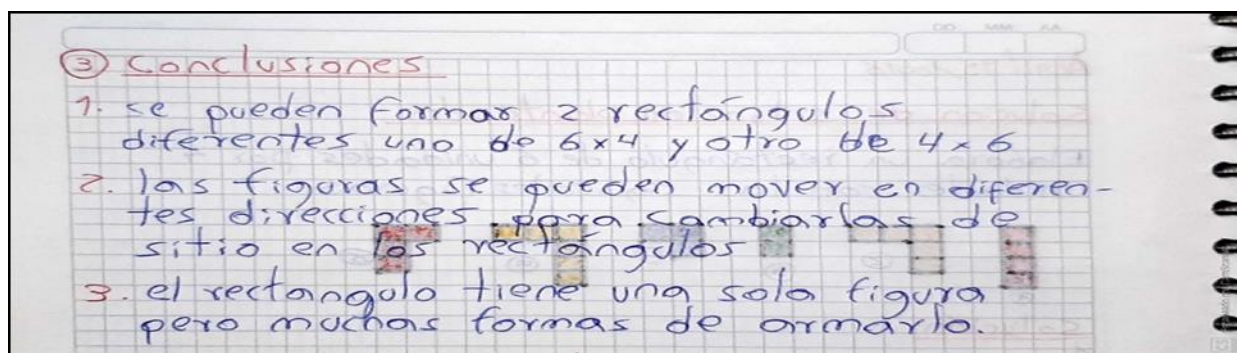
Paso configurar un plan guiado por el experto; Estrategia ensayo y error (Participación guiada)



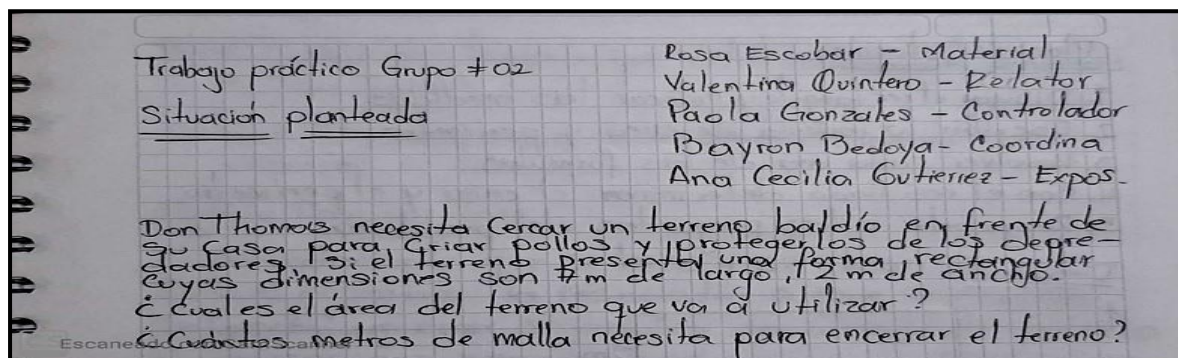
Paso ejecutar el plan, trabajo colaborativo y cooperativo (Participación guiada)



Paso ejecutar el plan, juego con material concreto facilitado; (Participación guiada)



Paso mirada retrospectiva trabajo colaborativo y cooperativo (Participación Guiada)



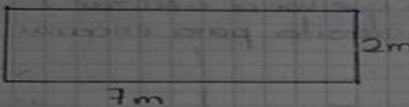
Paso entender el problema, practico grupal (Participación Guiada)

Plan de Solución

1. Dibujar el rectángulo y colocar las medidas.
2. Escribir la fórmula de área y perímetro.
3. Resolver cada una de las fórmulas.
4. Con el resultado determinar el área y el perímetro.
5. Responder a las preguntas del problema.

Paso Construir el plan, practico grupal (Participación Guiada)

Desarrollo

1. 
2. área
 $A = b \times h$ perímetro
 $P = L + L + L + L$
3. $A = b \times h$
 $A = 7m \times 2m$
 $A = 14m^2$ $P = 7m + 2m + 7m + 2m$
 $P = 18m$ $P = 18m$
4. Área del terreno = $14m^2$
Perímetro del terreno = ~~28m~~ 18m

Paso Ejecutar el plan, practico grupal (Participación Guiada)

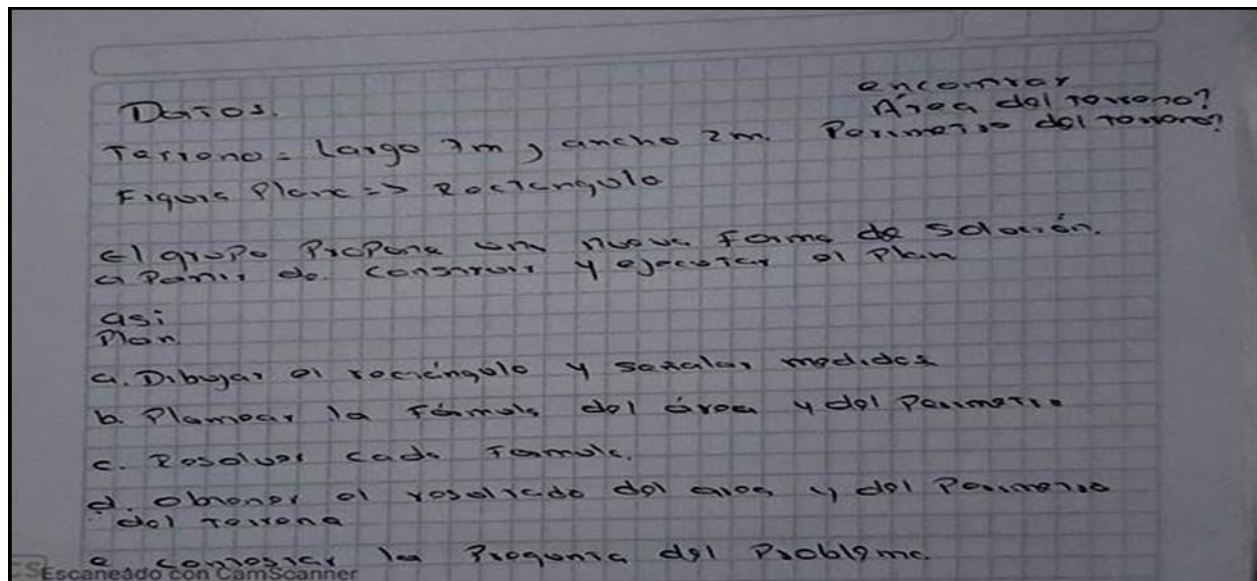
Mirada Retrospectiva

El procedimiento que se hizo y se desarrollo nos llevo a encontrar la respuesta; aunque revisando se cometi6 un error al resolver la fórmula de perímetro el profesor nos pregunta que cómo se hallaba el perímetro de una figura? nosotros le dijimos que sumando todos sus lados; el nos dijo revisen y modifiquen.

El método se puede utilizar en cualquier tipo de problema al igual que dos resultados encontrados.

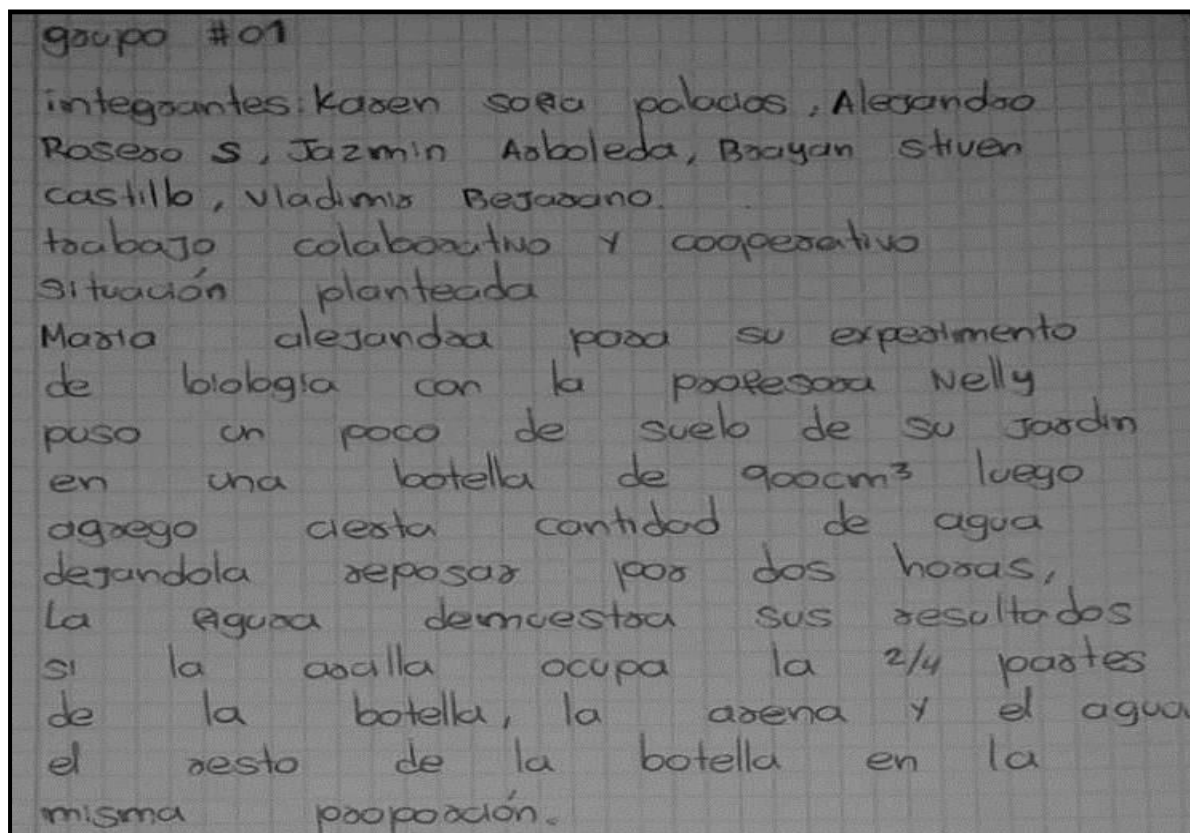
Teniendo claro que es área y perímetro con las medidas propuestas se logra encontrar, hay que tener cuidado en la solución de las fórmulas al realizar las operaciones.

Paso Ejecutar el plan, practico grupal (Participación Guiada)



Paso Exploración para la comprensión, práctico grupal (Participación Guiada)

Anexo 11. Evidencias etapa de apropiación.

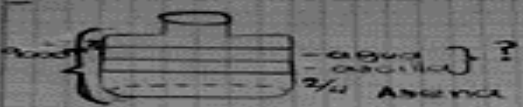


Entender el problema (trabajo colaborativo y cooperativo) – Apropiación

que teno la botella
 - concepto de volumen
 las ecuaciones operaciones basicas
 unidades de medida
 - se conoce algunas medidas y
 proporciones de ellas, con ello nos
 piden hallar la cantidad de agua
 utilizada para el experimento y
 responder la pregunta.

Configurar un plan (trabajo colaborativo y cooperativo) – Apropiación

- Responde la pregunta del problema
 solución



- $\frac{1}{4}$ Botella $\frac{1}{4} - \frac{2}{4} = -\frac{1}{4}$ } $\frac{1}{4} = \text{agua}$
 $\frac{2}{4}$ Arena $\frac{1}{4} = \text{arena}$

- $900 \text{ cm}^3 \times \frac{2}{4} = 450 \text{ cm}^3 = 450 \text{ cm}^3$ cantidad de arena

$450 \text{ cm}^3 \times \frac{1}{2} = 225 \text{ cm}^3$

Ejecutar el plan (trabajo colaborativo y cooperativo) – Apropiación

¿ si se puede usar en situaciones
 similares donde se haga el mismo
 procedimiento

La cantidad de la botella se dividio
 en 4 partes, 2 de ellas son arena
 y las otras dos en la misma
 proporción para el agua y la
 arena y con ello se encontro
 la respuesta a la pregunta

Mirada retrospectiva (trabajo colaborativo y cooperativo) – Apropiación

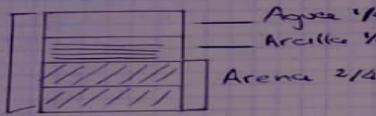
5. Nosotros como grupo planteamos que las 2 formas que teníamos eran las que se manejan para solucionar la situación.

El grupo #04 presenta otra forma diferente al grupo #01 en su plan de trabajo

1. Ver la imagen y analizarla
2. A partir de la fracción como unidad se determinaran las partes.
3. Con el valor de la botella se obtiene la fracción del número según la parte señalada.
4. Se obtiene el resultado de cada parte y se responde la pregunta.

Desarrollo

1 y 2
Botella 900 cm³



3.
 $900 \text{ cm}^3 \times \frac{1}{4}$
 $\frac{900 \text{ cm}^3}{4} = \boxed{225 \text{ cm}^3}$

4. la cantidad de agua que utiliza Maria Alejandra fue de 225 cm³

Escaneado con CamScanner

Exploración de la comprensión – Apropiación

INSTITUCIÓN EDUCATIVA SANTA ELENA
APLICACIÓN DE CONOCIMIENTO EN TORNO A LOS CONCEPTOS DE PERÍMETRO, ÁREA Y VOLUMEN
Pensamiento espacial y sistema métrico-geométrico

Objetivo: identificar las ideas previas de los educandos con respecto a la aplicación de los conocimientos en torno a los conceptos de perímetro, área y volumen en la resolución de situaciones-problema geométricas.

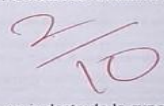
ÁREA: MATEMÁTICA ASIGNATURA: GEOMETRÍA PRUEBA: PRE-TEST

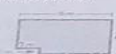



NOMBRE: Wilner Andrés Botasol xobelo GRADO: 3-6

Responda las preguntas 1 y 2 de acuerdo con la siguiente información:

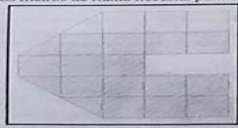
Para embaldosar la sala de la casa de María del Mar se necesitan 46 m² de baldosa. Inicialmente se compran 15 cajas que contienen un metro y medio cuadrado de baldosas cada una.

1. Para completar el pedido de las baldosas se requiere:
 - a. 12 cajas con baldosas y un metro cuadrado de baldosas.
 - b. 12 cajas con baldosas exactamente.
 - c. 15 cajas con baldosas exactamente.
 - d. 15 cajas con baldosas y un metro cuadrado de baldosas.
2. ¿Cuál de las siguientes representaciones gráficas tiene un área equivalente de la superficie de la sala que se desea embaldosar?



 - a. 
 - b. 
 - c. 
 - d. 
3. La piscina que se desea construir en la IESE, tendrá la forma como se muestra en la figura, para ello se tiene en cuenta que el metro cuadrado es una unidad de superficie y se escribe m². Un metro cuadrado es un cuadrado de 1m de lado.

El rector Tito Gerardo desea colocar cerámica azul y no blanca al piso y encerrar la piscina con malla por seguridad y disciplina. ¿Cuántas baldosas de cerámica de 1 m² tiene que comprar para enchapar la piscina? y ¿Cuántos metros de malla necesita para encerrar en su totalidad la piscina?



- a. 18 baldosas y 20 m de malla.
 - b. 19 baldosas y 22 m de malla.
 - c. 20 baldosas y 20 m de malla.
 - d. 21 baldosas y 15 m de malla.
4. María Alejandra para su experimento de Biología con la profesora Nelly, puso un poco de suelo de su jardín en una botella de 900 cm³, luego le agregó cierta cantidad de agua dejándola reposar por 2 horas. La figura

Escaneado con CamScanner

Evidencia del desarrollo del pre-test

INSTITUCIÓN EDUCATIVA SANTA ELENA

APRENDIZAJE DE LOS CONCEPTOS DE PERÍMETRO, ÁREA Y VOLUMEN
Pensamiento espacial y sistema métrico – geométrico

ÁREA: MATEMÁTICA POSTEST ASIGNATURA: GEOMETRÍA

NOMBRE: Jasmin Shanna Aiboleda GRADO: 7.C

Las preguntas 1 y 2 se responden de acuerdo con la siguiente información

A continuación, se muestra el plano de un apartamento que le fue entregado a un ingeniero: el cual toma las respectivas medidas de las dimensiones del plano y las registra allí mismo.

35 cm

30 cm

Escaneado con CamScanner

- Si se sabe que el plano está a una escala 1:20 veces, entonces las dimensiones reales del apartamento son.
 - a. 600 dm x 700 dm
 - b. 35 m x 30 m
 - c. 350 cm x 300 cm
 - d. 6 m x 7 m
- Teniendo en cuenta que el área compartida del apartamento corresponde al 8% del total del área del apartamento, el área privada de este es aproximadamente de:
 - a. 966 m²
 - b. 38,6 m²
 - c. 386 m²
 - d. 96.6 m²

Evidencia de desarrollo Pos-test