



Pontificia Universidad  
**JAVERIANA**  
Cali

**Un Modelo Generalizado para la Dinámica de Opiniones  
en Redes Sociales.**

Programa de Maestría en Ingeniería y Ciencias

Presentado por:

Juan Fernando Paz Paternina

Dirigido por:

Hernan Camilo Rocha Niño Ph.D.

Frank D. Valencia Ph.D.

Pontificia Universidad Javeriana Cali

Facultad de Ingeniería y Ciencias

Junio de 2026

## Resumen

La dinámica de opiniones en redes sociales es un fenómeno de gran interés reciente. Este trabajo tiene como objetivo superar algunas limitaciones existentes en la literatura para representar agentes que exhiben comportamientos inducidos por sesgos cognitivos que dependen del entorno, inherentes en la naturaleza humana. Para alcanzar este objetivo se realiza una revisión de literatura de los modelos presentes en la literatura y se introduce el **Generalized-bias opinion model**, una generalización del reconocido modelo de DeGroot, que permite superar varias de las limitaciones identificadas. Mediante técnicas analíticas, se demuestra la posibilidad de que una red converja a consenso, lo que implica un acuerdo entre todos los agentes de la red.

El trabajo fué presentado en la conferencia internacional *Complex Networks & Their Applications XIII* y desarrollado en coautoría con investigadores del proyecto PROMUEVA financiado por el sistema general de regalías.

Palabras clave: Dinámica de Opiniones; Redes Sociales; Modelo de DeGroot; Sesgos Cognitivos; Consenso.

## Abstract

Opinion dynamics in social networks has become a topic of growing interest in recent years. This work aims to overcome some of the limitations identified in the literature regarding the representation of agents exhibiting behaviors induced by environment-dependent cognitive biases, which are inherent to human decision-making. To achieve this objective, we made a review of the existing opinion dynamics models, and introduced the **Generalized-Bias Opinion Model**, a generalization of the prominent DeGroot model, overcoming several of the identified limitations. Using analytical techniques, it is shown that a network converges to consensus, meaning that all agents in the network eventually reach agreement.

The work was presented at the international conference *Complex Networks & Their Applications XIII* and was developed in collaboration with researchers from the PROMUEVA project, funded by the General System of Royalties.

Keywords: Opinion Dynamics; Social Networks; DeGroot Model; Cognitive Biases; Consensus.

## **TABLA DE CONTENIDO**

|      |                                                               |   |
|------|---------------------------------------------------------------|---|
| 1.   | INTRODUCCIÓN.....                                             | 1 |
| 1.1. | Referencia formal al artículo publicado.....                  | 1 |
| 1.2. | Declaración de originalidad, autoría y derechos de autor..... | 2 |
| 2.   | DEFINICIÓN DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN.....                 | 3 |
| 2.1. | Planteamiento del problema.....                               | 3 |
| 2.2. | Pregunta de investigación.....                                | 3 |
| 3.   | OBJETIVOS DEL PROYECTO.....                                   | 4 |
| 3.1. | Objetivo general.....                                         | 4 |
| 3.2. | Objetivos específicos.....                                    | 4 |
| 4.   | RESULTADOS.....                                               | 5 |
| 4.1. | Discusión y contribución.....                                 | 5 |
| 4.2. | Competencias investigativas de maestría.....                  | 5 |
| 5.   | REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....                               | 7 |
| 6.   | GLOSARIO DE TÉRMINOS ESPECIALES.....                          | 8 |

## 1. INTRODUCCIÓN

Este trabajo se realizó durante el proceso de formación doctoral del estudiante, en el marco del proyecto PROMUEVA, financiado por el sistema general de regalías. Durante la primera rotación, el estudiante realizó trabajo investigativo en modelos de dinámica de opiniones y mediante una discusión con los demás miembros del proyecto en París, Francia, surgió la idea de proponer una generalización que permitiera capturar una amplia familia de comportamientos en el aprendizaje social. Durante la segunda rotación, el estudiante se dedicó a investigar técnicas de análisis matricial y a utilizar su experiencia en sistemas dinámicos para abordar el reto, lo cual logró satisfactoriamente. Finalmente, durante el primer semestre y parte del segundo del año 2024, se realizó la escritura del manuscrito en conjunto con los demás coautores.

Durante el desarrollo de este trabajo, el estudiante tuvo que investigar literatura científica, identificar una limitación existente, colaborar con otros investigadores en el marco de un proyecto de investigación y dar solución al problema, para finalmente organizar todo el proceso en un artículo científico. El artículo fue enviado a la conferencia internacional Complex Networks & Their Applications XIII, cuyos proceedings hacen parte de la serie de libros Studies in Computational Intelligence de Springer. El estudiante asistió a la conferencia en diciembre de 2024 en Estambul, Turquía.

Este artículo sirvió de base para la propuesta de tesis doctoral del estudiante, que busca superar las limitaciones en la comunicación síncrona del modelo y capturar una familia más amplia de comportamientos sociales, incluyendo el rechazo a la información y comportamientos dependientes de factores más allá de las opiniones de los agentes.

### 1.1. Referencia formal al artículo publicado

| <b><i>Campo</i></b>                 | <b><i>Información</i></b>                                      |
|-------------------------------------|----------------------------------------------------------------|
| <i>Título completo del artículo</i> | Consensus in Models for Opinion Dynamics with Generalized-Bias |
| <i>Autores</i>                      | Juan Paz, Camilo Rocha, Luis Tobón, Frank Valencia             |

|                                             |                                                                                                                                             |
|---------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <i>Revista, conferencia o editorial</i>     | Complex Networks & Their Applications XIII, Studies in Computational Intelligence, Springer.                                                |
| <i>Año de publicación</i>                   | 2025                                                                                                                                        |
| <i>Volumen, número y páginas</i>            | 1188                                                                                                                                        |
| <i>DOI</i>                                  | 10.1007/978-3-031-82431-9_28                                                                                                                |
| <i>URL oficial</i>                          | <a href="https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-031-82431-9_28">https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-031-82431-9_28</a> |
| <i>Estado de indexación o clasificación</i> | Scopus                                                                                                                                      |
| <i>Tipo de producto</i>                     | Artículo de Conferencia                                                                                                                     |
| <i>Política de acceso</i>                   | Acceso restringido.                                                                                                                         |
| <i>Licencia o política de reutilización</i> | Política editorial                                                                                                                          |

## **1.2. Declaración de originalidad, autoría y derechos de autor**

Yo, Juan Fernando Paz Paternina, identificado con cédula de ciudadanía 1005964570 y código institucional 2653749, declaro que el presente documento equivalente de trabajo de grado de maestría fue elaborado de manera original para efectos de solicitud de homologación académica del requisito de trabajo de grado de maestría, con base en el artículo publicado titulado “Consensus in Models for Opinion Dynamics with Generalized-Bias”.

Declaro que el artículo publicado se cita y referencia de manera adecuada, que este documento no reproduce fragmentos extensos del artículo y que las ideas, resultados, tablas, figuras o materiales del artículo que sean mencionados se encuentran debidamente atribuidos. Reconozco que la publicación del artículo no autoriza, por sí sola, la reproducción de la versión editorial completa dentro de este documento, salvo que la política editorial, la licencia de acceso abierto o una autorización expresa lo permitan.

Declaro que el artículo se presenta como soporte académico mediante el siguiente DOI: 10.1007/978-3-031-82431-9\_28, y que se respetan las normas institucionales, los derechos de autor, las políticas de la revista o conferencia y las buenas prácticas de integridad académica. Asimismo, declaro que el presente documento no busca reemplazar el artículo publicado, sino contextualizarlo para la evaluación de competencias investigativas de nivel de maestría.

En caso de coautoría, declaro que mi contribución al artículo fue la siguiente: Gracias a mi experiencia en sistemas dinámicos y álgebra lineal, desarrollé la demostración de la convergencia a consenso bajo las hipótesis clásicas del modelo de DeGroot. Para ello, utilicé herramientas de teoría espectral, resultados sobre matrices estocásticas y teoremas de invarianza. Este resultado, que es la contribución principal del artículo, permite extender el resultado clásico de consenso a un modelo no lineal en el que los agentes pueden exhibir sesgos cognitivos y comportamientos dependientes del entorno, incorporando factores adicionales más allá de las diferencias de opinión entre individuos. Asimismo, participé en la formulación teórica del modelo, la demostración de los resultados principales, desarrollo de las simulaciones numéricas, la redacción y revisión del manuscrito.

## 2. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

El modelo clásico de DeGroot [3] es uno de los más prominentes en dinámica de opiniones en redes sociales. Este modelo postula que cada agente actualiza su opinión en base a un promedio ponderado con las opiniones de los agentes que lo influyen, mecanismo que ha sido validado experimentalmente [4], evidenciando su capacidad para representar el aprendizaje social.

A pesar de su relevancia, el modelo se fundamenta en dos hipótesis restrictivas: linealidad y homogeneidad. La primera dice que todos los agentes actualizan su opinión de forma lineal, lo que impide el modelado de *sesgos cognitivos*, inherentes en el proceso de aprendizaje humano. Por otra parte, la homogeneidad dice que todos los agentes actualizan su opinión de acuerdo a la misma regla, es decir, todos tienen el mismo comportamiento.

Existen diversos avances reportados en la literatura que permiten superar estas limitaciones presentes en el modelo original [1,2,5,7,9,10,11]. El modelo presentado en [1], considera que las opiniones de los agentes se actualizan de acuerdo a funciones que dependen de la diferencia de opiniones con cada fuente, llamadas *disagreement biases*. Sin embargo, existen diversos sesgos cognitivos estudiados en la literatura que van más allá de la diferencia de opinión con un solo agente, un ejemplo es la *espiral del silencio* [8], en donde los agentes guardan silencio cuando un porcentaje de sus vecinos tienen opiniones suficientemente distintas de las propias; otro ejemplo clásico es el *sesgo intergrupar* [6], que determina que algunas personas juzgan las opiniones de los demás dependiendo del “grupo” al que pertenecen (no a la diferencia con la opinión propia), ya sea político, social, etc, dando una percepción más favorable a los miembros del grupo propio, que a los miembros de otros grupos.

Modelar las opiniones de agentes que presentan este tipo de sesgos cognitivos dependientes del entorno y de grupos establecidos, podría ser de utilidad para describir y analizar contextos como el Colombiano, en donde existe una fuerte polarización política [12]. Nuestra propuesta es modificar el modelo original de DeGroot para que admita los sesgos como *disagreement bias*, pero también sesgos dependientes del entorno como la *espiral del silencio* o el *intergroup bias*. Encontrar mecanismos para alcanzar consenso en estas situaciones, permitiría demostrar que aunque los agentes discriminen la información recibida en base a factores más allá de las diferencias de opinión, es posible que se pongan de acuerdo.

## **2.1. Planteamiento del problema**

Los modelos presentes en la literatura no contemplan escenarios en donde los agentes exhiban sesgos cognitivos que dependen del entorno, sino de sus diferencias con las opiniones de cada fuente de información. Esto restringe el modelado a agentes que no discriminan la información dependiendo del grupo al que pertenece cada fuente (intergroup bias), ni considera las opiniones de todo su entorno para presentar ciertos comportamientos.

En contextos sociales reales es común encontrar este tipo de comportamientos. Por ello, resulta relevante desarrollar modelos capaces de incorporarlos y analizar cómo afectan a fenómenos colectivos fundamentales, como la formación de consenso. En particular, es de interés determinar si la convergencia al consenso puede garantizarse aun cuando los agentes procesan la información utilizando criterios que dependen de su entorno social y de la pertenencia a grupos.

## **2.2. Pregunta de investigación**

De acuerdo con lo anterior, en este proyecto se le pretende dar respuesta a la siguiente pregunta de investigación:

¿Es posible garantizar la convergencia al consenso en redes de interacción social cuyos agentes presentan sesgos cognitivos dependientes del entorno, como el intergroup bias, bajo determinadas condiciones de comunicación e influencia social?

# **3. OBJETIVOS DEL PROYECTO**

## **3.1. Objetivo general**

Formalizar un modelo de dinámica de opiniones en redes sociales que incorpore sesgos cognitivos dependientes tanto de interacciones particulares como del entorno social de los agentes, y determinar condiciones bajo las cuales dicho modelo converge a consenso.



### 3.2. Objetivos específicos

- Formular un modelo que admita la posibilidad de considerar la opinión de cualquier de la red en la apreciación o el comportamiento de cada agente.
- Estudiar las condiciones de conectividad e influencia social que garantizan consenso en modelos previos.
- Emplear las técnicas de análisis matricial y sistemas dinámicos para demostrar la convergencia al consenso bajo ciertas condiciones de conectividad e influencia social.

## 4. RESULTADOS

### 4.1. Discusión y contribución

El artículo introduce el *generalized-bias opinion model*, una generalización del modelo clásico de DeGroot que permite a los agente exhibir comportamientos que dependen no solo de la diferencia de opinión con cada fuente [1], sino también de las opiniones de cualquier subconjunto de agentes en la red. Estas dependencias se formalizan mediante funciones llamadas *bias factor*. Se demostró que este modelo de opiniones generalizado, es más expresivo que algunos modelos previos, permitiendo así un modelado más completo.

Se presenta un estudio de caso aplicado al *intergroup bias*, con una red cuyos agentes pertenecen a 3 grupos distintos y se provee evidencia numérica de la convergencia a consenso de esta red.

Mediante técnicas de análisis matricial y teoremas de invarianza en sistemas dinámicos continuos, se demuestra que cuando los *bias factor* son estrictamente positivos, cada agente considera su propia opinión al momento de actualizarla, y la red de interacciones es fuertemente conexa, entonces las opiniones en toda la red convergen a consenso.

La primera condición estipula que a pesar de los sesgos que exhibe cada agente, este aprende de la información recibida en alguna medida, no la rechaza ni la ignora. La segunda condición garantiza que cada agente tiene “memoria”, evitando que se presenten escenarios en donde algunos simplemente copian la opinión de otros, lo que puede permitir la aparición de oscilaciones e imposibilitar la aparición de un consenso global. La tercera condición permite que las opinión de cada agente en la red sea considerada por todos los demás, lo cuál, junto a las dos anteriores hace que todos los agentes se comuniquen y aprendan, derivando en un consenso global.

El resultado teórico y la evidencia numérica, están soportados por evidencia empírica [13,14,15], en donde se demuestra que a pesar de la presencia del *intergroup bias*, bajo ciertas condiciones, es posible reducir significativamente la diferencia en las opiniones.

Este modelo asume comunicación sincrónica entre los agentes, lo cual limita el escenario a tener siempre las mismas comunicaciones, como trabajo futuro se propone extender el modelo a otras formas de comunicación como [7], lo cual permite capturar comportamientos bien conocidos en la literatura como gossip [7] y bounded confidence [16].

#### 4.2. Competencias investigativas de maestría

| Competencia                                                       | Descripción de la contribución del estudiante                                                                                                                                                                                                                                                           | Sección del artículo donde se evidencia |
|-------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------|
| Ética e integridad académica                                      | El trabajo corresponde a una investigación teórica que no involucra sujetos humanos, datos personales ni experimentación. La investigación hace un uso responsable de la literatura científica y propone un modelo orientado a comprender el comportamiento de agentes con sesgos cognitivos complejos. | Pág 7 - 10.                             |
| Diseño metodológico / desarrollo de modelos / solución científica | Se introduce el Generalized-Bias Opinion Model, que permite modelar el comportamiento de agentes con sesgos cognitivos complejos, y se presentan condiciones suficientes para alcanzar consenso.                                                                                                        | Pág 7.                                  |
| Formulación de problemas de investigación y abordaje metodológico | El artículo identifica las limitaciones de los modelos existentes para representar sesgos complejos y propone una solución más expresiva. Además estudia sus posibilidades de alcanzar consenso.                                                                                                        | Pág 1-2, 8 y 10-11.                     |
| Análisis e interpretación de resultados                           | Se plantea y demuestra un teorema de consenso mediante técnicas de análisis matricial y sistemas dinámicos. Además se presentan simulaciones numéricas que evidencian el comportamiento esperado por el teorema.                                                                                        | Pág 7 y 16-18                           |
| Revisión crítica de literatura y pertinencia de la investigación  | Se identifica el modelo original de DeGroot y sus limitaciones, las cuales han sido abordadas por trabajos recientes. Se propone una solución que permita superar algunas limitaciones de los trabajos recientes para capturar más comportamientos sociales complejos.                                  | Pág 1-2, 5 y 8-10                       |
| Comunicación científica                                           | Se publicó un artículo de conferencia en Complex Networks and Their Applications XIII, cuyos proceedings hacen parte de la serie de libros Studies in Computational Intelligence (Vol 1188).                                                                                                            | Pág 1-18                                |

|                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |          |
|---------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| Trabajo colaborativo e interdisciplinario               | El artículo fué desarrollado por investigadores del proyecto PROMUEVA, financiado por el sistema general de regalías.                                                                                                                                                                                                                                              | Pág 1-18 |
| Actualización científica y desarrollo como investigador | El artículo presenta un avance en cuanto a la expresividad de los modelos de dinámica de opiniones tipo DeGroot y demuestra que es posible alcanzar consenso aún en presencia de sesgos complejos. Los resultados fueron socializados en Estambul-Turquía del 10 al 12 de diciembre en el contexto de la conferencia Complex Networks and Their Applications XIII. | Pág 1-18 |

## 5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. A Multi-agent Model for Opinion Evolution in Social Networks Under Cognitive Biases. Alvim Mario S and Gaspar da Silva Artur and Knight Sophia and Valencia Frank. International Conference on Formal Techniques for Distributed Objects, Components, and Systems. 2024.
2. A Formal Model For Polarization Under Confirmation Bias In Social Networks. Mario S. Alvim and Bernardo Amorim and Sophia Knight and Santiago Quintero and Frank Valencia. LMCS. 2023.
3. Reaching a consensus. Morris H. DeGroot. Journal of the American Statistical association. 1974.
4. Testing models of social learning on networks: Evidence from a lab experiment in the field. Chandrasekhar, Arun G., Horacio Larreguy, and Juan Pablo Xandri. No. w21468. National Bureau of Economic Research, 2015.
5. Learning in social networks. Golub, Benjamin and Sadler, Evan. Available at SSRN 2919146. 2016.
6. Intergroup bias. Hewstone, Miles and Rubin, Mark and Willis, Hazel. Annual review of psychology. 2002.
7. Fairness and Consensus in an Asynchronous Opinion Model for Social Networks. Jesús Aranda, Sebastián Betancourt, Juan Francisco Díaz and Frank Valencia. 35th International Conference on Concurrency Theory (CONCUR). 2024.
8. Spiral of silence theory. Scheufele, Dietram A. The SAGE handbook of public opinion research. 2008.
9. Opinion dynamics with backfire effect and biased assimilation. Chen X and Tsaparas P and Lijffijt J and De Bie T. PLoS ONE. 2021.
10. Dynamics of opinions with social biases. Zihan Chen and Jiahui Qin and Bo Li and Hongsheng Qi and Peter Buchhorn and Guodong Shi. Automatica. 2019.
11. Analysis of a nonlinear opinion dynamics model with biased assimilation. Weiguo Xia and Mengbin Ye and Ji Liu and Ming Cao and Xi-Ming Sun. Automatica. 2020.
12. Polarization and fatalism: Social beliefs in Colombian citizens regarding the political negotiation of the armed conflict. Villa-Gómez Juan David, López-López Wilson,

Oliveros Juan Fernando, Quiceno Lina Marcela and Urrego-Arango Eliana María. Peace and Conflict: Journal of Peace Psychology. 2024.

13. Reducing intergroup bias: elements of intergroup cooperation. L. Gaertner, J. F. Dovidio, M. C. Rust, J. A. Nier, B. S. Banker, C. M. Ward, G. R. Mottola and M. Houlette. Journal of personality and social psychology, 76(3):388, 1999.
14. How does intergroup contact reduce prejudice? meta-analytic tests of three mediators. T. F. Pettigrew and L. R. Tropp. European journal of social psychology, 38(6), 2008.
15. Reducing intergroup bias: The common ingroup identity model. S. L. Gaertner and J. F. Dovidio. Psychology Press, 2014.
16. Bounded confidence revisited: What we overlooked, underestimated, and got wrong. Hegselmann, Rainer. Journal of Artificial Societies and Social Simulation 26.4 (2023).

## 6. GLOSARIO DE TÉRMINOS ESPECIALES

*Escombros*: Residuo resultante de las actividades de construcción, reparación, demolición y/o mejoras locativas de las obras civiles o de otras actividades conexas.

*Gestor de RCD*: Persona natural o jurídica que podría realizar una o todas las actividades de recolección, transporte, almacenamiento, aprovechamiento y/o disposición final de RCD.

*Gran generador de RCD*: Constructor que cumple con las siguientes condiciones: 1) requiere la expedición de licencia de construcción en cualquiera de sus modalidades y/o licencia de intervención y ocupación del espacio público y 2) la obra tenga un área construida igual o superior a 2000 m<sup>2</sup>.

*Impacto ambiental*: Cualquier alteración en el sistema ambiental biótico, abiótico y socioeconómico, que sea adverso o beneficioso, total o parcial, que pueda ser atribuido al proyecto.

*Plan de Gestión de Residuos*: Instrumento de gestión que contiene la información de la obra y de las actividades que se deben realizar para garantizar la gestión de los RCD generados.

*Residuos de Construcción y Demolición (RCD)*: Residuos sólitos provenientes de las actividades de excavación, construcción, demolición, reparaciones o mejoras locativas de obras civiles o de otras actividades conexas.