

Modelado numérico basado en la interacción entre campos electromagnéticos y tejidos mamarios cancerígenos.

Diana M. Quintero, Luis E. Tobón

Facultad de Ingeniería y Ciencias, Pontificia Universidad Javeriana Cali, Colombia
dianamq98@javerianacali.edu.co, letobon@javerianacali.edu.co

Abstract—En este trabajo se observa la interacción entre campos electromagnéticos y tejido mamario. Se parte de las ecuaciones de Maxwell en el dominio de la frecuencia, las cuales se discretizan en el espacio empleando el método de diferencias finitas con una aproximación central. Se construye una matriz en la que se consideran la geometría del problema, las propiedades eléctricas y magnéticas, las condiciones de frontera y se aplica el Método de Diferencias Finitas en el Dominio de la Frecuencia (FDFD) para hallar los campos electromagnéticos. De este sistema lineal se extraen los valores y vectores propios, los que determinan las frecuencias e intensidades de campos, respectivamente. Se evalúa la estructura multicapa unidimensional que representa el tejido biológico afectado con cáncer, permitiendo obtener la respuesta del tejido ante el campo incidente y el efecto del tejido canceroso, se tiene como resultado las gráficas que muestran la interacción de los campos con el tejido a diferentes frecuencias y tamaños del tumor en el tejido.

Palabras Clave: Cavidad, tejido mamario, diferencias finitas, valores propios, condición de frontera, campos eléctricos, campos magnéticos, permitividad, frecuencia.

I. INTRODUCCIÓN

El cáncer es una de las principales causas de muerte en el mundo [1], las cifras asociadas a la cantidad de muertes causadas por esta enfermedad aumentan cada vez más con el paso de los años en Colombia [2]. El tipo de cáncer objeto de estudio en este proyecto es el de mama, debido a que este es considerado la primera causa de enfermedad y muerte por cáncer entre las mujeres colombianas [3]. Por lo tanto, se planteó como objetivo principal, la implementación de un modelado computacional que permita simular la interacción entre campos electromagnéticos y tejidos mamarios afectados con cáncer.

El tejido biológico al ser un medio dispersivo cuenta con propiedades dieléctricas que varían en función de la frecuencia, por eso, se presentan inconvenientes al simular este, por lo que se deben recurrir a métodos que permitan simular este tipo de características. El Método de Diferencias Finitas cuenta con un enfoque sencillo de adoptar para el cálculo de los campos electromagnéticos, además, por la naturaleza del tejido se aplica el método en el dominio de la frecuencia. Este trabajo es exploratorio el cuál busca resolver un problema multicapa unidimensional que describe las capas del tejido mamario afectado con cáncer.

En la solución del problema electromagnético multicapa con material dispersivo en una dimensión es necesario resolver varios aspectos, tales como, el rango de precisión del método, condiciones de frontera, solución de las interfaces entre materiales, propiedades de materiales. Se decide analizar los valores y vectores propios del sistema, logrando obtener la respuesta en frecuencia, comparando coeficientes de reflexión en función de la frecuencia.

II. OBJETIVOS

Objetivo General

Implementar un modelado computacional que permita simular la interacción entre campos electromagnéticos y tejidos mamarios afectados con cáncer.

Objetivos Específicos

- Analizar modelos físicos de tejidos biológicos que describan los fenómenos eléctricos y magnéticos más relevantes en tejidos, en rangos de frecuencia milimétrica.
- Implementar métodos numéricos que permitan simular los modelos eléctricos de tejidos biológicos.
- Simular el comportamiento de los campos electromagnéticos en interacción con tejido humano.

III. MEDIO DISPERSIVO

Se dice que un medio es dispersivo cuando la velocidad de propagación con la que viajan las ondas cambia a medida que varía la frecuencia [4]. Es precisamente por eso que, el tejido biológico se caracteriza por ser un medio dispersivo, debido a que, su permitividad y/o permeabilidad varían en función de la frecuencia [5].

A. Modelo para el espectro dieléctrico de un tejido biológico

La **permitividad** es una propiedad física que describe cómo un campo eléctrico afecta un medio. Está determinada por la tendencia de un material a polarizarse ante la aplicación de un campo eléctrico para anular parcialmente el campo interno del material y está directamente relacionada con la susceptibilidad eléctrica [6].

$$\hat{\epsilon}_d = \epsilon_\infty + \frac{\epsilon_s - \epsilon_\infty}{1 + j\omega\tau} \quad (1)$$

La ecuación 1 es conocida como la expresión de Debye, donde ϵ_∞ es la permitividad a frecuencias cuando $\omega\tau \gg 1$, ϵ_s es la permitividad a frecuencias cuando $\omega\tau \ll 1$ y el numerador describe la magnitud de dispersión. Teniendo en cuenta la complejidad de la composición del material biológico, esta ecuación 1 no logra imitar completamente las propiedades dieléctricas en un rango amplio de frecuencias por lo que es necesario añadir a la expresión parámetros de distribución α donde $0 < \alpha < 1$, dando como resultado la ecuación 2 la cual es conocida como la ecuación de Cole-Cole.

$$\hat{\epsilon}_{cc} = \epsilon_\infty + \frac{\epsilon_s - \epsilon_\infty}{1 + j\omega\tau^{(1-\alpha)}} \quad (2)$$

En [7] no solamente se presenta el modelo para hallar las propiedades dieléctricas en el tejido biológico, también se muestra el valor de los parámetros necesarios para hallar la permitividad compleja de diferentes tejidos, parámetros que también se evidencian en [8] y [9], esta información recolectada se consigna en el Cuadro presentado en I.

Tipo de tejido	ϵ_∞	$\epsilon_s - \epsilon_\infty$	$\tau(ps)$	α	Referencia
Piel	4	32	7,23	0	[7]
Adiposo	3,140	1,708	14,65	0,061	[9]
Glandular	7,821	41,48	10,66	0,047	[9]
Tumor	9,058	51,31	10,84	0,022	[8]
Músculo	4	50	7,23	0,10	[7]

Table I

PARÁMETROS DE LA ECUACIÓN 2 PARA PROPIEDADES DIELECTRICAS EN TEJIDOS BIOLÓGICOS

IV. MÉTODO DE DIFERENCIAS FINITAS EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA - FDFD

Es un método de solución numérica para problemas generalmente en electromagnetismo y, a veces, en acústica, basado en aproximaciones de diferencia finita de los operadores de derivada en la ecuación diferencial que se está resolviendo [10].

En 2012, Hans-Dieter Lang [11] menciona que al trabajar con medios dispersivos es más natural hacer uso del método de las diferencias finitas en el dominio de la frecuencia. Por ejemplo, al ser el tejido biológico un medio dispersivo, sus propiedades dieléctricas varían en función de la frecuencia. Es posible entender el método a través de lo observado en la

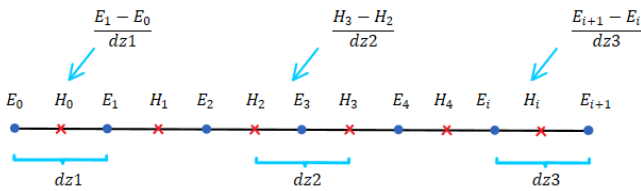


Figure 1. Diferencias finitas como aproximación central-1D

Figura 1, donde es posible hallar campos magnéticos a partir de campos eléctricos y a su vez, los campos eléctricos a partir

de los campos magnéticos correspondientes, considerando la discretización espacial que tiene relación con el medio.

V. CONSTRUCCIÓN DE LA MATRIZ

Partiendo de la Ley de Faraday-Lenz (3) y la ley de Ampere-Maxwell (4) en el dominio de la frecuencia, se asume propagación de la onda electromagnética a lo largo del eje z , y se considera polarización de la intensidad de campo eléctrico en y y el de intensidad de campo magnético en x .

Se debe garantizar que al calcular los campos electromagnéticos, se tenga en cuenta la velocidad de la onda para evidenciar un cambio de la longitud de onda entre interfaces. A partir del número de onda $k = \frac{\omega}{c}$ se tiene en consideración tanto la frecuencia como la velocidad de la onda. Se multiplican las ecuaciones de Faraday-Lenz (3) y la ley de Ampere-Maxwell (4) por un factor que permite incluir el valor de k en las ecuaciones, adicionalmente se aplican diferencias finitas.

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -i\omega\mu\vec{H} \quad (3)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = (\sigma + i\omega\epsilon)\vec{E} \quad (4)$$

Una vez finalizado el proceso, se transforman las ecuaciones a una representación matricial. Teniendo así, la representación matricial vista en 5, donde $\frac{d}{dz}$ está representando una derivada que llevada a diferencias finitas, realmente está expresando el valor medio entre los campos de al lado, es decir, $\frac{d}{dz} = \frac{E_1 - E_0}{dz1}$ si se trata de calcular H_0 .

$$\begin{pmatrix} 0 & \eta \frac{d}{dz} c \\ \frac{1}{\eta} \frac{d}{dz} c & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_y \\ H_x \end{pmatrix} = j\omega \begin{pmatrix} E_y \\ H_x \end{pmatrix} \quad (5)$$

Constante	Valor en campos eléctricos	Valor en campos magnéticos
x_0	$c_0 * \eta_0$	$\frac{c_0}{\eta_0}$
x_{pp}	$c_p * \eta_{pp}$	$\frac{c_p}{\eta_{pp}}$
x_a	$c_a * \eta_a$	$\frac{c_a}{\eta_a}$
x_g	$c_g * \eta_g$	$\frac{c_g}{\eta_g}$
x_t	$c_t * \eta_t$	$\frac{c_t}{\eta_t}$
x_m	$c_m * \eta_m$	$\frac{c_m}{\eta_m}$

Table II

RELACIÓN DE VARIABLES PRESENTADAS EN LA MATRIZ

Como se logra observar en la Figura 2, se encuentra el desarrollo del método de diferencias finitas en el dominio de la frecuencia a ambos lados de la diagonal para calcular los campos electromagnéticos, multiplicados por una constante especificada en el cuadro II, esta constante representa la velocidad con la que se propaga la onda en el tejido en específico multiplicada o dividida según sea el campo, por la impedancia característica. Los extremos de la matriz, al estar en filas pares corresponden a campo eléctrico así como está dispuesto en la Figura 1.

La matriz se construye considerando una condición de frontera abierta, para evitar reflexiones. Además, se tiene en cuenta el problema de la interfaz donde el medio cambia.

0	-2μ _{vac}	0	0	0	0	0	0	0	0	...	Condición de frontera abierta
$\frac{1}{2\alpha_1} \epsilon_0$	0	$-\frac{1}{2\alpha_1} \epsilon_0$	0	0	0	0	0	0	0	...	Vacío
0	$\frac{1}{2\alpha_1} \epsilon_0$	0	$-\frac{1}{2\alpha_1} \epsilon_0$	0	0	0	0	0	0	...	Interfaz vacío-piel
...	Piel
...	Interfaz piel-tejido adiposo
0	Tejido adiposo
...	$-\frac{1}{2}$	0	1	...	0	1	0	$-\frac{1}{2}$	Interfaz tejido adiposo-tejido glandular
0	Tejido glandular (T.G)/
0	Interfaz T.G-Tumor/Tumor
...	$-\frac{1}{2}$	0	1	...	0	1	0	$-\frac{1}{2}$	Interfaz tumor-tejido muscular
0	0	$\frac{1}{2\alpha_2} \epsilon_m$	0	$-\frac{1}{2\alpha_2} \epsilon_m$	0	...	Tejido muscular
0	...	0	0	...	0	$\frac{1}{2\alpha_2} \epsilon_m$	0	$-\frac{1}{2\alpha_2} \epsilon_m$	0	...	Condición de frontera abierta
0	0	0	0	0	0	0	2μ _{vac}	-1	0	0	

Figure 2. Matriz de rotacionales para modelar el tejido mamario

VI. VALORES Y VECTORES PROPIOS

En una ecuación matricial, una herramienta importante a la hora de calcular los valores propios es el polinomio característico, que permite transformar la ecuación matricial de la forma $AV = B$ a un sistema de ecuaciones lineales de la forma $AV = \Lambda V$, donde \mathbf{V} representa los vectores propios y Λ representa una matriz cuya diagonal son los valores propios. Observando la representación matricial presentada en 5, esta tiene la forma descrita $AV = \Lambda V$ donde los valores propios están representados por $\lambda = j\omega$.

A través de los vectores propios, se traduce la información de la matriz original por medio de la multiplicación de esos valores y un valor propio asociado. Los valores propios al ser aplicados, representan una característica propia del sistema que se está evaluando. Para el caso de este trabajo de grado, los valores propios son las frecuencias de resonancia asociadas a los campos, mientras que los vectores propios son los campos eléctricos y magnéticos.

VII. CONDICIÓN DE FRONTERA

Para resolver problemas electromagnéticos y saber como interactúan los diferentes materiales con los campos electromagnéticos es necesario saber qué comportamiento se tiene en la frontera.

A. Abierta

Se le conoce también como no reflectante o radiante, consta de un límite abierto el cual permite que las ondas parezcan que salen de la estructura unidimensional sin reflejarse [12]. Se aplica en los límites de la estructura con el fin de eliminar o minimizar las reflexiones espurias ocurridas en la propagación de las ondas [13]. Jian-Ming Jin en [14] explica la idea de la condición de frontera absorbente, al asumir una región finita para la estructura unidimensional. En la Figura 3 se puede observar la región finita comprendida por $a < z < b$ y las direcciones de propagación de la onda, al igual que los campos eléctricos de la frontera y sus campos eléctricos adyacentes.

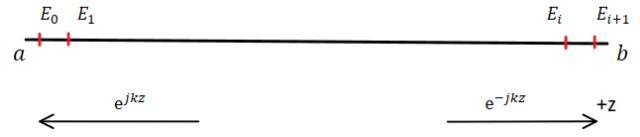


Figure 3. Dirección en la que viaja la onda

Asumiendo que se propaga en la dirección del eje z positivo, la onda puede expresarse del siguiente modo:

$$E_x(z) = E_0 e^{-jkz} \quad (6)$$

De la ecuación 6 se tiene que E_0 es la intensidad del campo y representa ese valor del campo eléctrico en la interfaz que todavía es desconocido. Como se sabe, k es el número de onda y puede reemplazarse por $k = \frac{\omega}{c}$.

Derivando con respecto a z , se obtiene:

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = -jk E_0 e^{-jkz} = -j \frac{\omega}{c} E_x(z) \quad (7)$$

De la ecuación de Maxwell de la ley de Faraday-Lenz en frecuencia vista en 3, se tiene que:

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = -j\omega \mu H_y \quad (8)$$

Del método de diferencias finitas, se tiene que al calcular la derivada de un campo en realidad se está calculando el valor en la mitad de ambos. Este planteamiento es el observado en la Figura 1, de ahí se evidencia que justo en el medio de campos eléctricos se tiene un campo magnético. Análogamente, en medio de campos magnéticos se tiene un campo eléctrico. Por eso, sencillamente se puede tomar la ecuación 7 e igualarla con la ecuación 8 para obtener:

$$-j \frac{\omega}{c} E_x = -j\omega \mu H_y \quad (9)$$

$$\frac{1}{c} \left(\frac{E_{n+1} + E_n}{2} \right) = \mu H_n \quad (10)$$

$$E_{n+1} = -E_n + 2\mu c H_n \quad (11)$$

Las ecuaciones descritas anteriormente representan el valor del campo en la frontera al lado derecho de la estructura. Para encontrar el valor del campo al lado izquierdo, se ejecuta un procedimiento similar, donde solamente se tiene en cuenta la dirección en la que viaja la onda, asumiendo que se propaga en la dirección del eje z negativo, la onda puede expresarse del siguiente modo:

$$E_x(z) = E_0 e^{jkz} \quad (12)$$

Es por eso que para describir el campo en la frontera al lado izquierdo se tiene:

$$j \frac{\omega}{c} E = -j\omega \mu H \quad (13)$$

$$\frac{1}{c} \left(\frac{E_1 + E_0}{2} \right) = -\mu H_0 \quad (14)$$

$$E_0 = -E_1 - 2\mu c H_0 \quad (15)$$

Con este método para calcular la condición de frontera abierta, se evita tener una dependencia de la frecuencia.

VIII. CAMPO ELÉCTRICO EN LA INTERFAZ ENTRE MEDIOS

Como se observa en la Figura 4, la idea es determinar el campo eléctrico de la interfaz a través del promedio de los campos E^- y E^+ , los cuales se determinan por medio de una extrapolación numérica a partir de los campos eléctricos adyacentes al campo de la interfaz.

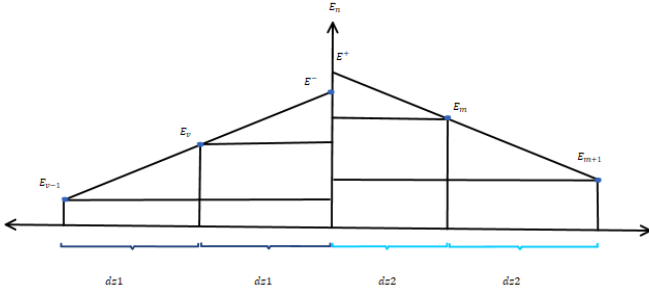


Figure 4. Concepción geométrica para cálculo del campo en la interfaz

Las ecuaciones 16 y 17 se determinan a partir de la semejanza de triángulos que se puede elaborar a partir de los campos como se ilustra en la Figura 4.

$$E^- = \frac{E_v - E_{v-1}}{dz1} dz1 + E_v = 2E_v - E_{v-1} \quad (16)$$

$$E^+ = \frac{E_{m+1} - E_m}{dz2} (-dz2) + E_m = 2E_m - E_{m+1} \quad (17)$$

$$E_n \approx \frac{1}{2} (E^+ + E^-) \quad (18)$$

Reemplazando las ecuaciones 16 y 17 en 18 se obtiene la ecuación 19 que determina finalmente, un método por el cual se puede calcular el campo eléctrico en la interfaz entre materiales.

$$E = E_m + E_v - \frac{1}{2} E_{m+1} - \frac{1}{2} E_{v-1} \quad (19)$$

IX. ESTRUCTURA MULTICAPA UNIDIMENSIONAL

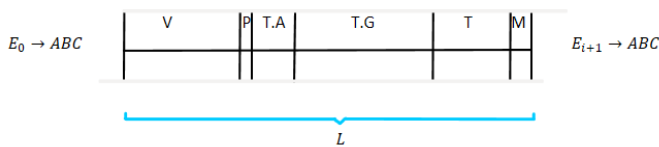


Figure 5. Concepción de estructura multicapa para el tejido mamario

La Figura 5 representa la concepción geométrica del tejido mamario con cáncer como una estructura multicapa en una sola dimensión con tamaño $L = 22cm$ la cual contiene seis

secciones, vacío, piel, tejido adiposo, tejido glandular, tumor y tejido muscular, además de una condición de frontera abierta. Se adopta la misma estructura de la matriz encontrada en la ecuación 5 y la Figura 2, donde a partir de unos intervalos de división dentro de la estructura para cada sección, es posible recorrer la matriz identificando las posiciones que comprende cada una de las secciones de las capas del tejido, también se tiene en consideración calcular el campo eléctrico en las interfaces a partir del procedimiento descrito en la sección VIII donde se calcula el valor del campo en la interfaz a partir de campos eléctricos adyacentes. Adicionalmente, se calculan los valores y vectores propios con ayuda de la librería Numpy [15] de Python. Se escoge una frecuencia deseada para restringir el rango de valores propios con sus respectivos vectores propios, con la finalidad de poder observar el comportamiento de los campos electromagnéticos justo alrededor de la frecuencia escogida.

A. Permitividad en función de la frecuencia

A partir de los valores propios que se ordenan acotando solo a valores positivos de menor a mayor, se hallaron las permitividades en función de la frecuencia obtenida a través de los valores propios. Los datos se obtuvieron tomando como fuente de referencia a Gabriel et al. [7] con su parametrización de modelos para el espectro dieléctrico de los tejidos biológicos, se recurre al uso de la ecuación 2 que permite imitar las propiedades dieléctricas del tejido en función de una frecuencia designada, haciendo uso de los parámetros consignados en el Cuadro I.

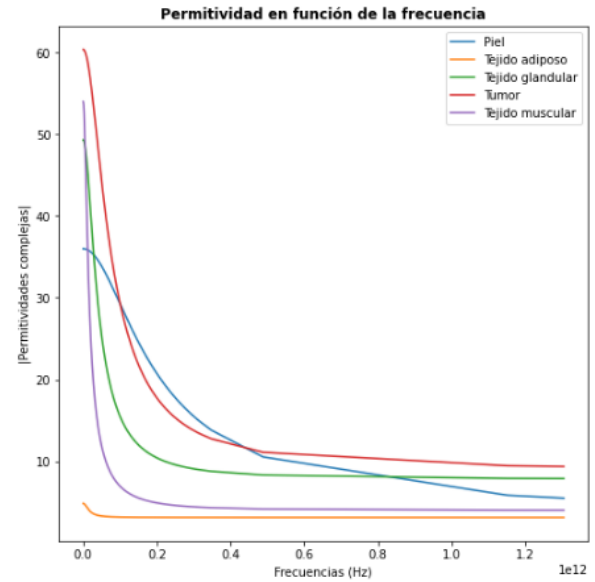


Figure 6. Valor absoluto de permitividades complejas en función de la frecuencia (valores propios)

El tejido mamario al ser un medio dispersivo, tiene propiedades eléctricas que varían en función de la frecuencia. En la Figura 6 se indican las permitividades calculadas en un

rango de frecuencias determinado por los valores propios, es posible evidenciar un comportamiento que indica que a medida que la frecuencia aumenta, la permitividad de cada una de las capas del tejido mamario disminuye, así como lo menciona Gabriel et al. en [16].

B. Campo eléctrico para un tumor de tamaño: 3.693 cm evaluado cerca a una frecuencia de 3GHz

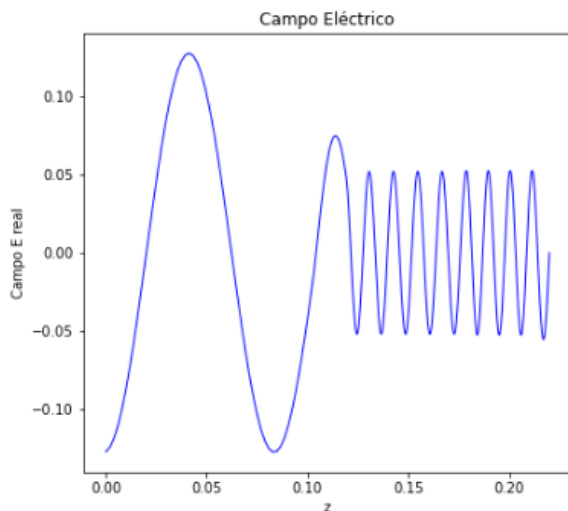


Figure 7. Campo E a 3 GHz para una estructura multicapa

La Figura 7 presenta la respuesta del campo eléctrico a una frecuencia cercana a 3 GHz, se observa como la onda pasa de propagarse en vacío a través de la estructura hasta un tamaño de 0.103 m donde se perturba la propagación al modificar amplitud y longitud de onda a medida que atraviesa las diferentes capas.

C. Campo eléctrico para un tumor tamaño: 3.693 cm evaluado cerca a una frecuencia de 5GHz

La figura 8 es la respuesta del campo eléctrico a una frecuencia cercana a 5 GHz, se logra observar la interacción del campo en la estructura que modela el tejido, así como se observa un cambio de longitud de onda al propagarse entre las distintas capas de la estructura, quizá es más notorio al principio debido a que la sección de vacío cuenta con mayor longitud dentro de la estructura (0.103 m) y hay mayor rango visual para notar esa longitud de onda y la perturbación de la misma al cambiar de medio.

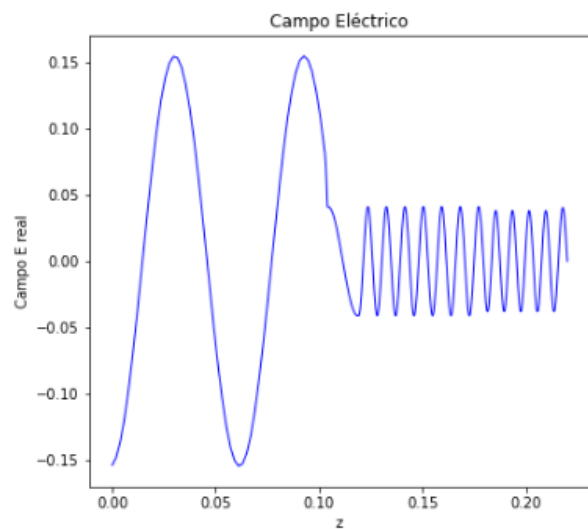


Figure 8. Campo E a 5 GHz para una estructura multicapa

X. CONCLUSIONES

- Al visualizar el tejido mamario afectado con cáncer como un material dieléctrico dispersivo y modelarlo como una estructura multicapa unidimensional, fue posible cumplir con los objetivos planteados para el desarrollo de este proyecto. Se hizo uso de un modelo físico de tejidos biológicos que permite hallar la permitividad en función de la frecuencia. Se implementó el Método de Diferencias Finitas en el Dominio de la Frecuencia que permitió calcular los campos electromagnéticos, teniendo en cuenta la impedancia característica del medio y la velocidad de propagación de la onda. Finalmente, se simuló el comportamiento de los campos electromagnéticos en interacción con tejido mamario afectado con cáncer, observando la disminución de la longitud de onda a medida que se aumenta la frecuencia.
- La aplicación del Método de Diferencias Finitas en el Dominio de la Frecuencia permite finalmente observar la interacción entre campos EM y el tejido biológico. Este se construyó como un material dieléctrico dispersivo que modela el tejido mamario con cáncer.
- Realizar una abstracción geométrica, permitió visualizar claramente lo que se buscaba implementar, además, de esta manera fue posible recurrir a ayudas geométricas para resolver problemas de condición de frontera así como también de la interfaz entre distintos medios.
- De igual modo, se logró observar la relación de intensidades de campo Eléctrico y Magnético en función de la impedancia intrínseca del medio.
- Se logró un entendimiento del funcionamiento del método en una sola dimensión.

REFERENCES

- [1] R. L. Siegel, K. D. Miller, and A. Jemal, "Cancer statistics, 2016," *CA: A Cancer Journal for Clinicians*, vol. 66, no. 1, pp. 7–30, Jan.

2016. [Online]. Available: <https://doi.org/10.3322/caac.21332>
- [2] D. A. N. d. E. D. Instituto Nacional de Cancerología INC, *Datos mortalidad nacional. Sistema de información de cáncer en Colombia -SICC (Versión 1.0)*. [Internet]. Bogotá, Colombia: INC, DANE., 2017.
- [3] “Cáncer de mama,” *Ministerio de Salud*. Disponible: <https://www.minsalud.gov.co/salud/publica/ssr/Paginas/Cancer-de-mama.aspx>.
- [4] “Movimiento ondulatorio,” *Recuperado de:* <http://www.ehu.eus/acustica/bachillerato/onares/onares.html>.
- [5] C. Villamizar, “Influencia de los parámetros de excitación electromagnética en la respuesta térmica de los tejidos de glándulas mamarias en aplicaciones de hipertermia para el tratamiento de cáncer de mama,” *Recuperado de:* <http://riuc.bc.uc.edu.ve/bitstream/123456789/4906/1/cvillamizar.pdf>, 2014.
- [6] “Permitividad.” *Recuperado de:* <https://iupsm.files.wordpress.com/2010/08/permitividad.pdf>. [Online]. Available: <https://iupsm.files.wordpress.com/2010/08/permitividad.pdf>
- [7] S. Gabriel, R. W. Lau, and C. Gabriel, “The dielectric properties of biological tissues: III. parametric models for the dielectric spectrum of tissues,” *Physics in Medicine and Biology*, vol. 41, no. 11, pp. 2271–2293, nov 1996. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1088/0031-9155/41/11/003>
- [8] M. Lazebnik, D. Popovic, L. McCartney, C. B. Watkins, M. J. Lindstrom, J. Harter, S. Sewall, T. Ogilvie, A. Magliocco, T. M. Breslin, W. Temple, D. Mew, J. H. Booske, M. Okoniewski, and S. C. Hagness, “A large-scale study of the ultrawideband microwave dielectric properties of normal, benign and malignant breast tissues obtained from cancer surgeries,” *Physics in Medicine and Biology*, vol. 52, no. 20, pp. 6093–6115, Oct. 2007. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1088/0031-9155/52/20/002>
- [9] E. Zastrow *, S. K. Davis, M. Lazebnik, F. Kelcz, B. D. V. Veen, and S. C. Hagness, “Development of anatomically realistic numerical breast phantoms with accurate dielectric properties for modeling microwave interactions with the human breast,” *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 55, no. 12, pp. 2792–2800, 2008.
- [10] “Método de las diferencias finitas en el dominio de la frecuencia (fdfd).” *Recuperado de:* <https://es.remcom.com/xf-fdfd-method>. [Online]. Available: <https://es.remcom.com/xf-fdfd-method>
- [11] H.-D. Lang, “The finite-difference frequency-domain method,” *Recuperado de:* http://www.hade.ch/docs/report_FDFD.pdf.
- [12] V. K. et al., *Prefeasibility Assessment of a Tidal Energy System*. Elsevier, 2019, ch. 3.
- [13] “Absorbing boundary conditions,” *Recuperado de:* https://encyclopediaofmath.org/wiki/Absorbing_boundary_conditions.
- [14] J.-M. Jin, *Theory and Computation of Electromagnetic Fields*. Wiley-IEEE Press, 2010.
- [15] “Numpy,” *Recuperado de:* <https://numpy.org/doc/stable/>.
- [16] C. Gabriel, S. Gabriel, and E. Corthout, “The dielectric properties of biological tissues: I. literature survey,” *Physics in Medicine and Biology*, vol. 41, no. 11, pp. 2231–2249, nov 1996. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1088/0031-9155/41/11/001>