

FICHA RESUMEN
TRABAJO DE GRADO DE MAESTRÍA

TITULO: “Optimización del Despliegue Policial en Entornos Urbanos Críticos: una Propuesta de Programación Lineal Entera-Mixta para Protestas de Alto Riesgo”

1. ÉNFASIS: Industrial
2. TIPO DE PROYECTO: Investigación
3. ÁREA DE TRABAJO: Investigación de operaciones
4. ESTUDIANTE (1): Juan Pablo Guerrero Maya
5. CORREO ELECTRÓNICO: juan.guerrero@javerianacali.edu.co
6. DIRECCIÓN Y TELÉFONO: Calle 17 # 86-96 | 3008604491
7. ESTUDIANTE (2): Gustavo Andrés García Maldonado
8. CORREO ELECTRÓNICO: ingandresgarcia@javerianacali.edu.co
9. DIRECCIÓN Y TELÉFONO:
10. DIRECTOR: Daniel Morillo Torres
11. VINCULACIÓN DEL DIRECTOR (en la universidad): Planta
12. CORREO ELECTRÓNICO DEL DIRECTOR: daniel.morillo@javerianacali.edu.co
13. CO-DIRECTOR(ES) (Si aplica):
14. GRUPO O EMPRESA QUE LO AVALA: Modelamiento y gestión de operaciones MGO
15. OTROS GRUPOS O EMPRESAS:
16. PALABRAS CLAVE (al menos 5): Asignación de recursos policiales; ruteo de vehículos; MVPTP; GVRP; optimización multiobjetivo.
17. optimización multiobjetivo
18. ODS QUE APLICA EL PROYECTO (Agenda 2030): 9, 11, 16
19. FECHA DE INICIO (Desarrollo del proyecto): 11/06/2025
20. RESUMEN (máximo 400 palabras).

Esta investigación aborda el problema de la asignación eficiente de recursos policiales en contextos de protestas urbanas de alto riesgo, donde la toma de decisiones debe equilibrar cobertura territorial, priorización de focos críticos y eficiencia operativa. A pesar de su relevancia, la literatura en gestión logística aplicada a protestas urbanas es limitada y se enfoca principalmente en estrategias generales de despliegue, sin integrar simultáneamente cobertura, priorización y restricciones operativas.

El problema se define como un conjunto de focos de protesta representados como nodos, agrupados en sectores urbanos (clústeres), donde se requiere garantizar presencia mínima en cada zona para asegurar cobertura territorial. Cada nodo posee un nivel de prioridad o peligrosidad que orienta la asignación hacia los focos más críticos. Los recursos considerados corresponden a vehículos y personal policial, sujetos a restricciones de capacidad, disponibilidad, demandas específicas y ventanas de tiempo para la atención.

El problema se modela como una extensión del Multiple Vehicle Profitable Tour Problem (MVPTP), integrado con el Generalized Vehicle Routing Problem (GVRP) y ventanas de tiempo, formulado mediante un modelo de programación lineal entera mixta (MILP) con enfoque multiobjetivo lexicográfico. El modelo prioriza la maximización de la cobertura ponderada por peligrosidad y, posteriormente, la minimización de la distancia total recorrida como medida de eficiencia operativa. Adicionalmente, se propone una heurística constructiva denominada Greedy Priority-Distance Heuristic (GPDH), basada en criterios de prioridad operativa, proximidad geográfica y cobertura territorial.

Los resultados computacionales muestran que el modelo exacto mantiene niveles de cobertura promedio entre 100% y 65,26% conforme aumenta el tamaño de las instancias, mientras que la heurística presenta una degradación significativa, alcanzando coberturas entre 97,05% y 25,54%. La diferencia relativa de cobertura supera el 50% en instancias medianas y grandes, evidenciando la capacidad del modelo para coordinar de manera global decisiones de asignación y ruteo bajo múltiples restricciones interdependientes. Asimismo, el modelo genera rutas más eficientes en términos de distancia recorrida, mientras que la heurística obtiene soluciones en tiempos computacionales considerablemente menores.

En conclusión, esta investigación aporta un marco metodológico para la gestión de protestas urbanas, y proporciona una herramienta cuantitativa para apoyar la asignación eficiente de recursos policiales en escenarios de alta complejidad y recursos limitados.



**Optimización del Despliegue Policial en Entornos Urbanos Críticos: una
Propuesta de Programación Lineal Entera-Mixta para Protestas de Alto
Riesgo**

Autores: Gustavo Andrés García Maldonado y Juan Pablo Guerrero Maya

Director: Daniel Morillo-Torres, Ph.D.

Pontificia Universidad Javeriana, Cali, Colombia

Facultad de Ingeniería y Ciencias

Cali, Colombia

junio, 2026

RESUMEN

Esta investigación aborda el problema de la asignación eficiente de recursos policiales en contextos de protestas urbanas de alto riesgo, donde la toma de decisiones debe equilibrar la cobertura territorial, la priorización de focos críticos y la eficiencia operativa. A pesar de su relevancia en entornos urbanos, la literatura en gestión logística aplicada a la atención de protestas es limitada y se ha enfocado principalmente en estrategias generales de despliegue, sin integrar explícitamente herramientas de optimización que consideren simultáneamente cobertura, priorización y restricciones operativas.

En este contexto, el problema se define como un conjunto de focos de protesta representados como nodos, agrupados en sectores urbanos (clústeres), donde es necesario garantizar presencia mínima en cada zona con el fin de asegurar cobertura territorial. Esta estructura responde a la necesidad operativa de evitar la concentración excesiva de recursos en zonas específicas y garantizar un nivel básico de intervención en todo el sistema. A cada nodo se le asocia un nivel de prioridad o peligrosidad que orienta la asignación hacia los focos más críticos. Los recursos a optimizar corresponden a vehículos y personal policial, sujetos a restricciones de capacidad, disponibilidad, demandas específicas por nodo y ventanas de tiempo para la atención.

El problema se modela como una extensión del Multiple Vehicle Profitable Tour Problem (MVPTP), integrado con el Generalized Vehicle Routing Problem (GVRP) y ventanas de tiempo, formulado mediante un modelo de programación lineal entera mixta (MILP) con enfoque multiobjetivo lexicográfico. Este enfoque permite priorizar la maximización de la cobertura ponderada por peligrosidad y, posteriormente, minimizar la distancia total recorrida como medida de eficiencia operativa, replicando la lógica de decisión presente en escenarios reales de seguridad pública.

Adicionalmente, se propone una heurística constructiva denominada *Greedy Priority-Distance Heuristic* (GPDH), basada en criterios de prioridad operativa, proximidad geográfica, cobertura territorial y disponibilidad de recursos. Los resultados computacionales muestran que el modelo exacto mantiene niveles de cobertura promedio entre 100 % y 65,26 % conforme aumenta el tamaño de las instancias, mientras que la heurística presenta una degradación significativa en su desempeño, alcanzando coberturas entre 97,05 % y 25,54 %. La diferencia relativa de cobertura entre ambos enfoques supera el 50 % en instancias medianas y grandes, evidenciando la capacidad del modelo para coordinar de manera global decisiones de asignación y ruteo bajo múltiples restricciones interdependientes. Asimismo, el modelo genera rutas más eficientes en términos de distancia recorrida, mientras que la heurística, aunque obtiene soluciones en tiempos del orden de milisegundos, presenta un comportamiento secuencial y miope que limita su desempeño en

escenarios de mayor complejidad operativa.

En conclusión, esta investigación aporta un marco metodológico que integra decisiones estratégicas y operativas para la gestión de protestas urbanas, proporcionando una herramienta cuantitativa para la asignación eficiente de recursos policiales en contextos de alta complejidad y recursos limitados. Los resultados evidencian que la optimización simultánea de rutas, cobertura y asignación de recursos permite obtener configuraciones significativamente superiores a las alcanzadas mediante enfoques heurísticos constructivos.

Palabras Clave: asignación de recursos policiales; ruteo de vehículos; MVPTP; GVRP; optimización multiobjetivo

TABLA DE CONTENIDO

RESUMEN	1
1. INTRODUCCIÓN	5
1.1. Objetivos	9
1.2. Alcance y limitaciones	9
2. REVISIÓN DE LITERATURA	11
2.1. Políticas de gestión de recursos policiales	12
2.2. Vehicle Routing Problem with Profits	14
2.2.1. Team Orienteering Problem (TOP)	15
2.2.2. Prize-Collecting Routing Problem (PCVRP)	16
2.2.3. Multiple Vehicle Profitable Tour Problem	17
2.3. Generalized vehicle routing problem	21
3. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA	26
4. METODOLOGÍA DE FORMULACIÓN Y ESTRATEGIA DE SOLUCIÓN	28
4.1. Supuestos del modelo	29
4.2. Formulación matemática	30
4.3. Estrategia de solución	37
4.4. Heurística Constructiva Basada en Prioridad y Distancia	38
5. RESULTADOS COMPUTACIONALES	42
5.1. Entorno computacional	42
5.2. Descripción de las instancias	43
5.3. Resultados numéricos	53
5.4. Análisis de resultados	56

5.5. Visualización de rutas	58
5.6. Validación del modelo	63
5.6.1. Modelo sin priorización de nodos	64
5.6.2. Impacto del enfoque lexicográfico	65
5.6.3. Comparación con heurística constructiva basada en prioridad y distancia	67
6. CONCLUSIONES	72
7. REFERENCIAS	76

1. INTRODUCCIÓN

Los niveles de protestas a escala mundial han mostrado una tendencia creciente en las últimas décadas, particularmente entre 2006 y 2020, como lo evidencia Ortiz et al. (2022) en un estudio sobre conflictividad social global. Estas tendencias son provocadas por las dificultades e inconformidades de la población con los esquemas de gobierno en los países donde residen; las deficiencias en salud pública, las recesiones económicas, las limitaciones en el acceso a la educación y la profundización de las brechas sociales suelen constituir las principales causas del descontento social (Amnistía Internacional, 2023). En este contexto, las sociedades demandan mayores niveles de democracia, participación abierta y transparente, sin discriminación, así como un mayor acceso a derechos esenciales.

Las protestas sociales, cuando se desarrollan de forma pacífica, representan una manifestación fundamental de los derechos humanos y son reconocidas internacionalmente mediante el artículo 20 de la Declaración Universal de los Derechos Humanos, el cual establece que “toda persona tiene derecho a la libertad de reunión y de asociación pacíficas” (United Nations, 1948). Pese a ello, la intensificación de los movimientos de protesta presenta grandes desafíos para los Estados. Por un lado, las protestas se fundamentan en derechos que deben ser respetados, protegidos y garantizados por instituciones conforme a los tratados internacionales, así como a las constituciones y leyes nacionales. Por otro lado, existen profundas diferencias en la opinión pública respecto a lo que puede considerarse una interrupción “razonable” del orden público, así como sobre la forma adecuada de responder a estos movimientos. Más allá de este debate normativo, la literatura ha evidenciado un vínculo estrecho entre la protesta social y el desempeño económico posterior. En promedio, los grandes disturbios son seguidos de una reducción de un punto porcentual en el PIB durante los seis trimestres posteriores al evento (Hadzi-Vaskov, Pienknagura & Antonio, 2021). En este contexto, el malestar social motivado por factores socioeconómicos se asocia con contracciones más pronunciadas del PIB que aquel originado por factores políticos. No obstante, los eventos de protesta que combinan tanto factores socioeconómicos como políticos generan las caídas más significativas en la actividad económica. Asimismo, este fenómeno tiene efectos en los mercados bursátiles de los países; en particular, en aquellos con regímenes autoritarios, el impacto es considerable y negativo: en promedio, los retornos del mercado de valores caen un 2 % en tres días y alrededor de un 4 % en el mes siguiente.

Como respuesta a las manifestaciones violentas, las entidades gubernamentales asignan recursos para su gestión, dado su impacto sobre la sociedad y el orden público. Esto implica la definición de recursos financieros y la movilización de cuerpos policiales y de emergencia, así como el uso

de equipamiento disuasivo y vehículos destinados al control del orden. Actualmente, este tipo de escuadrones opera bajo protocolos, tácticas y procedimientos que varían según el país y la estructura de los cuerpos armados de orden civil (policía o gendarmería). Estos lineamientos establecen las bases para la asignación de equipamiento y vehículos de apoyo, en función de la cantidad, magnitud y nivel de experiencia del cuerpo policial.

En línea con las tendencias observadas a escala global, en el contexto colombiano, el derecho a la protesta se encuentra consagrado en el artículo 37 de la Constitución Política (Constitución Política de Colombia, 1991). No obstante, al igual que lo reportado a nivel global, en Colombia se ha evidenciado un incremento en la ocurrencia de eventos de conflictividad social en los últimos años. De acuerdo con el balance anual de conflictividad social, durante el año 2025 se registraron un total de 4039 eventos de conflictos sociales manifiestos, lo que representa un aumento del 183 % frente a los 1427 eventos reportados en 2022 (Defensoría del pueblo, 2026). En este contexto, la Defensoría del Pueblo establece que los conflictos sociales manifiestos se entienden como situaciones en las que se hacen explícitas las diferencias entre dos o más grupos sociales con intereses, necesidades o valores contrapuestos. Su monitoreo se realiza a través de la observación de distintas formas de expresión colectiva, tales como marchas, movilizaciones, plantones, concentraciones, huelgas, ceses de actividades y bloqueos, entre otras. Esta evolución reciente de la conflictividad social en el país se presenta de manera resumida en la Fig. 1, donde se muestra el comportamiento del número de eventos registrados en Colombia entre 2022 y 2025.

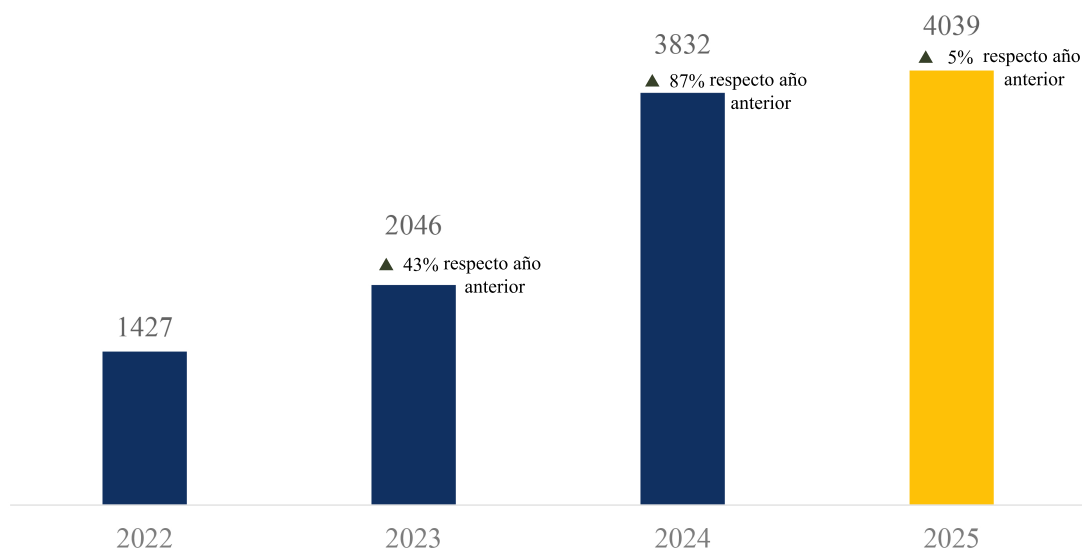
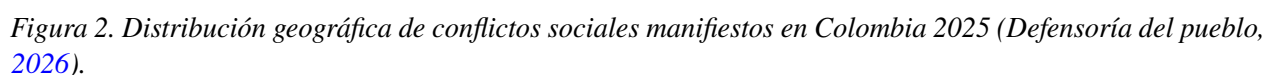


Figura 1. Conflictos sociales manifiestos en Colombia 2022-2025 (Defensoría del pueblo, 2026).

Estos eventos reflejan la persistencia de diversas problemáticas estructurales en el país, entre las que destacan los conflictos laborales, las deficiencias en la prestación de servicios públicos,

Desde una perspectiva territorial, los eventos de conflictividad social en 2025 se registraron en 536 municipios de 32 departamentos y el Distrito Capital. La mayor concentración de eventos se dió en Bogotá con un 11 %, los departamentos que concentraron el mayor número de eventos fueron Valle del Cauca con un 6 %, así como Santander, Bolívar, Antioquia, Atlántico, Magdalena y Córdoba, cada uno con un 5 %, mientras que en los demás departamentos la participación fue igual o inferior al 3 %. Esta distribución evidencia la amplitud geográfica del fenómeno y su carácter estructural en el territorio nacional. La Fig. 2 muestra la distribución geográfica de conflictos sociales manifestos ocurridos en Colombia en el año 2025.



De forma particular en Colombia, durante el primer semestre de 2021, existió el denominado Paro Nacional de 2021, una de las movilizaciones más significativas en la historia reciente del país. Durante este evento, se evidenció la necesidad de desarrollar estrategias más dinámicas y optimizadas para atender simultáneamente múltiples focos de protesta. Las manifestaciones sociales ascendieron a 12478 actividades de protesta, 89 % de ellas desarrolladas de manera pacífica, pero el restante 11 % presentó disturbios y acciones violentas. A lo anterior se suma el impacto económico ocasionado por los más de 1900 bloqueos que se presentaron en las distintas zonas del país. Según el consejo gremial nacional, dicho impacto alcanzó los USD 3000 millones, esto sin considerar las diferentes afecciones a los bienes inmuebles (Loaiza, [2021](#)).

En las grandes ciudades, la gestión eficiente de los recursos policiales durante protestas y manifestaciones es un desafío clave para garantizar el orden público, minimizar los riesgos para la población, salvaguardar la propiedad privada y optimizar la respuesta operativa. La asignación ineficiente de recursos puede generar tiempos de respuesta elevados, cobertura desigual y fatiga operativa, afectando tanto la seguridad de los manifestantes como la de la ciudadanía en general. Los modelos tradicionales de asignación de recursos en estos contextos suelen basarse en leyes o protocolos donde solo se determina un mínimo de recursos y no proporcionan una metodología que pueda garantizar la asignación óptima de las unidades policiales. Además, estas políticas no suelen incluir decisiones logísticas a nivel operativo.

Bajo este contexto, el objetivo principal de este estudio se centra en la optimización de la asignación de recursos policiales durante escenarios de protesta urbana, con el fin de atender uno o múltiples eventos de manera eficaz y con el menor impacto posible en la seguridad ciudadana y el orden público. Considerando la naturaleza logística de este problema, se identificó que este comparte características fundamentales con el denominado Vehicle Routing Problems with Profits (VRPP), en el que es posible no atender a todos los clientes (nodos). La decisión clave consiste en seleccionar estratégicamente qué ubicaciones visitar y cómo organizar las rutas de los vehículos disponibles, respetando restricciones de tiempo, capacidad y recursos.

Así, el problema abordado en esta investigación se enmarca dentro de esta familia, lo que permite apoyarse en los desarrollos existentes de la literatura para su formulación y resolución. No obstante, se incorporan elementos adicionales que responden a las particularidades del contexto estudiado, tales como la consideración de múltiples tipos de recursos, la agrupación de los eventos de protesta en clusters definidos a partir de su ubicación geográfica (comunas) y la inclusión de restricciones que garantizan la atención de al menos un evento por cada cluster, permitiendo una cobertura territorial más equilibrada bajo restricciones operativas y temporales, buscando desarrollar y evaluar una formulación matemática que sirva como base metodológica para futuros desarrollos y validaciones operativas

En base en lo anterior, surge la siguiente pregunta de investigación:

¿Cómo asignar y rutear eficientemente recursos policiales heterogéneos para la atención de múltiples focos de protesta urbana, maximizando la cobertura priorizada de los eventos bajo restricciones operativas, temporales y de disponibilidad de recursos?

1.1. Objetivos

Objetivo general

Desarrollar un modelo matemático de optimización para la asignación eficiente de recursos policiales durante protestas urbanas, que maximice la cobertura de focos de manifestación priorizados bajo restricciones de capacidad y ventanas de tiempo, con el fin de apoyar la toma de decisiones estratégicas en contextos de seguridad públicas.

Objetivos específicos

- Caracterizar los principales factores que determinan la prioridad de atención en focos de protesta urbana, considerando criterios como el nivel de riesgo, número de manifestantes y antecedentes de violencia.
- Formular un modelo matemático de basado en el Team Orienteering Problem con ventanas de tiempo, adaptado a la asignación de recursos policiales en escenarios de protesta.
- Evaluar el desempeño del modelo propuesto mediante simulaciones computacionales aplicadas a un estudio de caso representativo, analizando su efectividad en términos de cobertura, uso de recursos y sensibilidad a cambios en los parámetros operativos.

1.2. Alcance y limitaciones

Esta investigación corresponde a un estudio cuantitativo de nivel explicativo, orientado al desarrollo y evaluación de un modelo matemático de optimización para la asignación de recursos policiales durante escenarios de protesta urbana. El trabajo se enfoca en analizar cómo una estrategia de asignación basada en optimización puede mejorar la cobertura priorizada de eventos de protesta bajo restricciones operativas y logísticas. El estudio adopta un enfoque experimental mediante la formulación y resolución de un modelo de programación entera mixta evaluado a través de experimentación computacional sobre instancias representativas construidas a partir del

contexto colombiano y de información asociada a eventos de conflictividad social. En particular, la investigación toma como referencia escenarios inspirados en las dinámicas observadas durante el paro nacional de 2021, permitiendo contextualizar la problemática y parametrizar los casos de prueba. La propuesta desarrollada se enmarca dentro de la familia de problemas de ruteo de vehículos con beneficios, incorporando múltiples tipos de recursos, restricciones de capacidad, ventanas de tiempo y cobertura territorial mediante clusters geográficos. Asimismo, el modelo se formula bajo un enfoque multiobjetivo lexicográfico orientado a priorizar la cobertura ponderada de los eventos de protesta y, de manera secundaria, la minimización de la distancia recorrida.

Las limitaciones del estudio están asociadas principalmente con la complejidad computacional inherente a los problemas de ruteo de vehículos y a los modelos de programación entera mixta, lo cual restringe el tamaño de las instancias que pueden resolverse de manera óptima en tiempos computacionales razonables. Adicionalmente, el modelo propuesto considera un entorno determinístico, donde los tiempos de desplazamiento, la demanda de recursos y las características de los eventos de protesta permanecen constantes durante el horizonte de planeación. En consecuencia, no se incorporan elementos dinámicos o inciertos propios de escenarios reales, tales como cambios en las condiciones de movilidad, aparición de nuevos focos de protesta, variaciones en la intensidad de los eventos o modificaciones operativas en tiempo real. Por tanto, los resultados obtenidos deben interpretarse dentro de las condiciones y supuestos establecidos en esta investigación, reconociendo que aplicaciones a escenarios reales de mayor escala podrían requerir extensiones metodológicas adicionales o el uso de enfoques heurísticos y metaheurísticos.

2. REVISIÓN DE LITERATURA

El manejo de protestas sociales implica un equilibrio entre garantizar el derecho a la manifestación y proteger el orden público. Según el Comité de Derechos Humanos de las Naciones Unidas (2020), las manifestaciones se tornan violentas cuando sus integrantes tipifican delitos que se enmarcan en los siguientes:

1. **Contra la seguridad pública:** Cuando ocurren incendios, lanzamiento de objetos peligrosos, porte de armas de fuego o blancas y destrucción de propiedad.
2. **Contra la vida e integridad personal:** cuando se presentan lesiones personales, homicidio y homicidio en tentativa.
3. **Contra la administración pública:** al incurrir en violencia contra un servidor público u obstrucción a la función pública.

Estos riesgos implican la necesidad de una gestión estratégica de los recursos policiales disponibles en cada ciudad o región. Dichos recursos, limitados por asignaciones institucionales, incluyen personal especializado, equipamiento de protección personal, armamento no letal, elementos disuasivos como gases lacrimógenos o bombas de humo, y vehículos de transporte o apoyo táctico. La eficiencia en su asignación resulta crítica para disuadir, contener y restablecer el orden frente a disturbios sociales de gran escala. Los problemas resultantes son sistemas complejos de decisión que deben considerar características fuertemente ligadas a aspectos logísticos, como la cantidad de recursos, las capacidades y los flujos, entre otros, pero estableciendo un enfoque más relacionado con un componente social o humano, donde la cobertura o la prioridad en la atención y prevención de focos de protestas es más relevante que la eficiencia tradicional (como la minimización de la distancia). Estos elementos pueden ser estudiados desde diferentes perspectivas complementarias. En primer lugar, desde el análisis de políticas de gestión orientadas a la regulación y respuesta institucional ante eventos de protesta (Sección 2.1). En segundo lugar, desde enfoques de optimización, particularmente a través de problemas de ruteo de vehículos con beneficios (Vehicle Routing Problem with Profits), los cuales permiten modelar la selección y atención de eventos bajo restricciones de recursos (Sección 2.2). Finalmente, dada la necesidad de estructurar la atención de eventos en función de su distribución geográfica, resulta relevante considerar extensiones como el Generalized Vehicle Routing Problem, que incorpora la agrupación de nodos en clusters y decisiones de cobertura asociadas a estos (Sección 2.3).

2.1. Políticas de gestión de recursos policiales

El manejo de recursos en las instituciones policiales constituye uno de los temas más relevantes en la literatura en seguridad pública y criminología. La manera en que se distribuyen patrullas, agentes y equipos determina no solo la efectividad operativa, sino también la percepción ciudadana de seguridad y la legitimidad de la fuerza policial. Históricamente, los primeros enfoques de distribución de los recursos policiales se centraron en el patrullaje preventivo como herramienta de disuasión. Este se define como una estrategia policial que consiste en desplegar agentes en las calles, con el objetivo principal de disuadir la comisión de delitos a través de la presencia visible de la policía. La idea central es que la probabilidad de que ocurra un delito disminuye cuando los potenciales infractores perciben que hay un alto riesgo de ser observados, interceptados o detenidos (Sherman, 1990). Por lo tanto, se busca distribuir patrullas para garantizar la presencia en distintas zonas de la ciudad, considerando factores como la densidad poblacional y la extensión geográfica. Este enfoque se consolidó en los años 70 con el famoso experimento de Kansas City (Kelling et al., 1974), que puso a prueba la hipótesis de que aumentar o reducir el número de patrullas en ciertos sectores tendría un impacto en los niveles de criminalidad. Sin embargo, los resultados mostraron que el patrullaje rutinario por sí solo no siempre reduce los delitos. Sherman, Gartin y Buerger (1989) observaron que el 50,4 % de todas las llamadas de servicio, call for service (CFS), en Minneapolis, Estados Unidos, a las que se envió una patrulla, se concentraban en el 3,3 % de las zonas atendidas. Su investigación fue influyente, ya que marcó el primer análisis de CFS a microescala, además, introdujo el concepto de Hot Spots Policing, que posteriormente demostró que la concentración de recursos en “zonas calientes” es más efectiva que la distribución aleatoria (Sherman & Weisburd, 1995). La asignación de recursos bajo este enfoque se basa en el principio de focalización, en lugar de distribuir patrullas de manera uniforme por toda la ciudad, se priorizan aquellos lugares con mayor concentración de delitos. Esta focalización busca maximizar la eficiencia operativa, ya que se destina la mayor parte de los recursos a donde la probabilidad de ocurrencia del delito es más alta. Este modelo ha sido ampliamente estudiado y aplicado en diferentes contextos urbanos. Según Weisburd, Groff y Yang (2012), variables como la densidad poblacional, la conectividad vial y la concentración espacial del crimen influyen en la priorización de zonas del modelo de Hot Spots Policing. Para Ratcliffe (2010), la actividad delictiva presenta variaciones significativas según las horas del día, los días de la semana o las temporadas festivas, lo que exige ajustes dinámicos en los turnos policiales. En la actualidad, uno de los grandes desafíos de las policías es enfrentar eventos dinámicos y de alta incertidumbre, como manifestaciones, protestas urbanas, partidos de fútbol o emergencias públicas. Estos escenarios requieren una planificación flexible, en la que se logre un equilibrio entre la prevención y la capacidad de reacción inmediata.

Más allá de las estrategias orientadas al control del delito común, la gestión de recursos frente

a las protestas sociales presenta características particulares en cada país. Si bien los organismos internacionales de derechos humanos establecen principios generales como legalidad, necesidad y proporcionalidad en el uso de la fuerza, cada estado conserva autonomía normativa y operativa para definir los protocolos con los cuales atiende las manifestaciones públicas, en función de su contexto político, social y jurídico. Esta diversidad explica la existencia de manuales específicos en distintos países de la región, los cuales adaptan los estándares internacionales a las realidades locales, estableciendo criterios propios para clasificar protestas, medir su peligrosidad y asignar recursos policiales. En el contexto colombiano, existe el Manual para la Atención a la Reunión y Manifestación Pública y Pacífica y Control de Disturbios de la Policía Nacional de Colombia; puesto en vigencia mediante la resolución 1091 de 2023 (Policía Nacional de Colombia, 2023), que constituye un referente normativo y operativo sobre la gestión de recursos en el contexto de protestas. El documento parte del reconocimiento del derecho a la manifestación pública y pacífica, estableciendo la presunción de licitud: una protesta debe ser considerada pacífica mientras la mayoría de sus participantes lo sean, incluso si ocurren incidentes aislados de violencia. Esta definición condiciona la asignación de recursos, ya que obliga a diferenciar entre participantes pacíficos y actores violentos, evitando respuestas indiscriminadas. Para la evaluación de peligrosidad, el manual propone considerar variables como el número de asistentes, la densidad de la multitud, la ubicación geográfica, la proximidad a infraestructuras críticas, la existencia de antecedentes de violencia en movilizaciones similares, la presencia de agitadores, el consumo de alcohol y las rutas de evacuación disponibles. Asimismo, se recomienda integrar inteligencia preventiva, incluyendo análisis de contexto, monitoreo de redes sociales y observación en el terreno, para ajustar la asignación de recursos en tiempo real. En cuanto a la asignación de recursos, el manual establece una lógica escalonada. El primer nivel corresponde a los Dispositivos Mínimos de Atención (DMA), conformados por un comandante, policías de diálogo, personal de registro audiovisual, escuderos y un operador de armas no letales. Estos dispositivos buscan gestionar la protesta en su fase inicial, privilegiando el diálogo y la presencia disuasiva. Cuando la peligrosidad escala, se incorporan unidades especializadas equipadas con recursos tecnológicos (drones, sistemas de grabación), logísticos (vehículos lanza-agua, equipos médicos) y de control (armas menos letales, como proyectiles químicos o acústicos). El uso de la fuerza letal está expresamente restringido a situaciones de amenaza directa a la vida. No obstante, a pesar del nivel de detalle normativo en la clasificación de eventos y en la definición de los recursos a desplegar, este tipo de lineamientos no profundiza en los aspectos logísticos asociados a la implementación operativa de dichas decisiones. En particular, no se especifica cómo deben distribuirse espacialmente los recursos disponibles, cómo diseñar las rutas de desplazamiento de las unidades en el territorio, ni cómo coordinar la atención simultánea de múltiples focos de protesta bajo restricciones de tiempo y capacidad. Esta ausencia de herramientas metodológicas para la planificación logística limita la capacidad de respuesta eficiente

en escenarios dinámicos, donde la localización y evolución de los eventos exige decisiones rápidas y coordinadas.

En síntesis, la literatura revisada muestra que la gestión de recursos policiales, ya sea en patrullajes preventivos, en el despliegue focalizado de Hot Spots o en la atención de protestas, implica la toma de decisiones bajo condiciones de escasez de recursos, restricciones temporales y objetivos múltiples, como preservar el orden público, proteger la vida y mantener la legitimidad institucional. Adicionalmente, la ausencia de lineamientos logísticos claros para la distribución espacial y el desplazamiento de los recursos en escenarios dinámicos resalta la necesidad de herramientas analíticas que apoyen la toma de decisiones operativas.

En este contexto, los problemas de optimización, en particular aquellos relacionados con el ruteo de vehículos, ofrecen un marco adecuado para modelar formalmente la asignación de recursos en el territorio. Específicamente, el Vehicle Routing Problem with Profits (VRPP) permite representar la necesidad de seleccionar y atender un subconjunto de eventos bajo restricciones de tiempo y capacidad, maximizando un beneficio asociado a su atención. De esta manera, estos modelos no solo constituyen una analogía conceptual, sino una base metodológica para abordar el problema de asignación de recursos policiales en escenarios de protesta urbana.

2.2. Vehicle Routing Problem with Profits

Dado el contexto descrito en la sección 2.1, la asignación de recursos policiales puede analizarse mediante modelos de optimización que permitan estructurar decisiones espaciales y temporales bajo restricciones operativas. En este sentido, los problemas de ruteo de vehículos constituyen un marco ampliamente utilizado para modelar la distribución eficiente de recursos en distintos contextos logísticos.

El Vehicle Routing Problem (VRP) es una extensión directa del Traveling Salesman Problem (TSP). Este último problema fue introducido por Flood (1956) y consiste en determinar la ruta más corta que permite a un viajero visitar exactamente una vez a cada cliente de un conjunto dado y regresar al punto de partida, minimizando el costo total asociado con el recorrido. El VRP generaliza el TSP a un problema con una flota de vehículos con capacidad limitada que debe satisfacer la demanda de múltiples clientes a partir de un depósito central; esta extensión fue introducida por Dantzig y Ramser (1959). El objetivo del VRP es diseñar rutas que minimicen el costo total, que puede estar asociado a la distancia recorrida, el tiempo de viaje o el número de vehículos utilizados, cumpliendo con las restricciones de capacidad y asegurando que cada cliente sea atendido exactamente una vez. Por el contrario, el Vehicle Routing Problem with Profits (VRPP) es un problema de maximización que tiene una capa adicional de decisión, ya que además de determinar la

secuencia de visita, debe decidir a qué clientes visitar para maximizar las ganancias totales, en lugar de visitarlos a todos. En un VRPP, cada cliente ofrece una ganancia específica al ser visitado, pero visitar a todos los clientes no es obligatorio, lo que implica realizar una selección de un subconjunto de clientes. El objetivo consiste en determinar un conjunto de rutas que maximicen la utilidad total recolectada, considerando simultáneamente los costos de desplazamiento y las restricciones operativas de los vehículos (Archetti, Speranza & Vigo, 2014). Este tipo de formulación resulta particularmente útil en contextos donde no es posible atender la totalidad de los puntos de demanda, como ocurre en escenarios de asignación de recursos limitados.

Según Moradi y Boroujeni (2025), dentro de los VRPP se identifican tres variantes; cada una aborda de manera diferente la relación entre los costos de ruta y las ganancias recolectadas:

- *Restricción sobre los costos*: Se establece una restricción con un límite máximo de costos del viaje (un presupuesto) y se busca maximizar los beneficios respetando dicha restricción. Esta variante corresponde al denominado Team Orienteering Problem (TOP) (Chao, Golden & Wasil, 1996).
- *Restricción sobre las ganancias*: Se fija un umbral mínimo de beneficios a recolectar y se minimizan los costos de viaje, permitiendo la inclusión de penalizaciones por clientes no atendidos, conocidas como costos de penalización o subcontratación. Esta variante corresponde al denominado Prize-collecting vehicle routing problem (PCVRP) (Stenger, Schneider & Goeke, 2013).
- *Optimización conjunta de costos y ganancias*: La función objetivo busca minimizar los costos de viaje y maximizar los beneficios obtenidos, lo que da lugar al Multiple-Vehicle Profitable Tour Problem (MVPTP) (Chbichib, Mellouli & Chabchoub, 2013).

Las variantes específicas: TOP, PCVRP, y el MVPTP se detallan a continuación. Dándole especial énfasis al MVPTP, variante en la que está basada esta investigación.

2.2.1. Team Orienteering Problem (TOP)

El TOP es una extensión del denominado Orienteering Problem (OP), introducido originalmente por Laporte y Martello (1990). Mientras que en el OP se busca una única ruta que maximice las ganancias recolectadas dentro de un límite de tiempo o distancia, el TOP generaliza esta formulación a múltiples vehículos o equipos que deben planificar rutas de manera simultánea. En el TOP, cada cliente o nodo de la red tiene asociado un beneficio (o premio) y un tiempo de servicio. El objetivo es seleccionar subconjuntos de clientes a visitar y asignarlos a distintas rutas, de modo que se

maximice la ganancia total obtenida sin superar las restricciones de tiempo o capacidad de cada vehículo (Chao, Golden & Wasil, 1996).

No obstante, aunque el TOP resulta adecuado para modelar la selección de eventos bajo restricciones de recursos, presenta limitaciones para el problema abordado en esta investigación. En particular, su formulación clásica se basa en la maximización del beneficio total sujeta a una restricción sobre la duración de las rutas, lo que limita la posibilidad de modelar de manera explícita y flexible la relación entre los costos de desplazamiento y los beneficios asociados a la atención de los eventos. En este sentido, el TOP no considera de forma directa la minimización de los costos operativos, como la distancia total recorrida, sino que los incorpora únicamente como una restricción, lo cual resulta insuficiente en contextos donde existe un trade-off explícito entre cobertura y eficiencia logística. Adicionalmente, no contempla la existencia de múltiples tipos de recursos con roles diferenciados ni criterios de cobertura territorial, como la necesidad de garantizar la atención de distintas zonas geográficas.

2.2.2. Prize-Collecting Routing Problem (PCVRP)

El PCVRP surge como una extensión de los problemas de ruteo con beneficios. Cada nodo de la red está asociado a una ganancia o “premio” que se obtiene al atenderlo, mientras que los clientes no visitados generan un costo de penalización que se incorpora a la función objetivo. De este modo, el problema consiste en diseñar rutas para un conjunto de vehículos que minimicen simultáneamente los costos de viaje y las penalizaciones, garantizando además las restricciones de capacidad y tiempo de cada vehículo.

A diferencia del TOP, en el que los costos de viaje están acotados por una restricción y se busca maximizar el beneficio recolectado, en el PCVRP el objetivo combina explícitamente los dos aspectos: los costos de transporte y las ganancias de los clientes atendidos, ponderando también las consecuencias de no servir a ciertos clientes. Esta característica hace que el modelo resulte especialmente útil en aplicaciones reales donde la cobertura total no es viable o económicamente eficiente, como en la logística urbana, la distribución de bienes perecederos, el transporte en zonas rurales dispersas o la planificación de servicios públicos con recursos limitados. A pesar de estas ventajas, el PCVRP presenta limitaciones frente al problema abordado en esta investigación. En particular, las penalizaciones por no atender clientes se definen a nivel individual, lo que no garantiza una cobertura mínima en diferentes zonas del territorio. En contextos de protesta urbana, donde los eventos se distribuyen espacialmente y es necesario asegurar presencia institucional en distintas áreas, esta característica resulta insuficiente. Asimismo, el modelo no incorpora de forma explícita la existencia de múltiples tipos de recursos con roles diferenciados ni criterios operativos asociados

a la atención simultánea de múltiples focos de protesta.

2.2.3. Multiple Vehicle Profitable Tour Problem

El MVPTP surge al extender el denominado Profitable Tour Problem (PTP) a un escenario con múltiples vehículos. El PTP es, a su vez, una variante del TSP, donde el objetivo es maximizar las ganancias en lugar de minimizar la distancia. Este concepto fue introducido por primera vez en la literatura por Dell’Amico (1995). El PTP implica encontrar un recorrido que comience y termine en un punto de origen, visite un subconjunto de ciudades disponibles que ofrezcan ganancias y se asume un costo de viaje entre ellas (Jepsen et al., 2014). El objetivo es maximizar las ganancias totales obtenidas menos el costo total del viaje, con una solución óptima que potencialmente solo visite una pequeña fracción de los nodos. Tanto el PTP como el MVPTP comparten la misma función objetivo; sin embargo, el MVPTP, al tratar con varias rutas o vehículos, incluye restricciones de capacidad y duración de las rutas.

En este sentido, el MVPTP incorpora de manera explícita el balance entre beneficios y costos operativos, así como la asignación de múltiples vehículos, lo que lo convierte en un marco adecuado para modelar problemas de asignación de recursos bajo restricciones logísticas. Estas características lo hacen particularmente pertinente para el contexto de esta investigación, donde es necesario seleccionar y atender un subconjunto de eventos, considerando simultáneamente la disponibilidad de recursos y los costos asociados a su movilización. Por esta razón, a continuación se presenta una descripción más detallada de su formulación y principales características. Formalmente, el PTP puede definirse de la siguiente manera (Archetti et al., 2009): sea un grafo no dirigido y completo $G = (V, E)$, donde $V = \{1, \dots, n\}$ es el conjunto de vértices y E el conjunto de aristas. El vértice 1 corresponde al depósito, desde el cual se dispone de m vehículos idénticos con capacidad Q . Los vértices restantes representan clientes potenciales. Cada arista $(i, j) \in E$ indica la posibilidad de viajar desde el cliente i hasta el cliente j . A cada cliente i se le asocia una demanda no negativa d_i y una ganancia no negativa p_i , cumpliéndose que $d_1 = p_1 = 0$. Asimismo, cada arista (i, j) tiene asociado un tiempo de viaje t_{ij} y un costo c_{ij} , ambos no negativos y simétricos. Cada vehículo inicia y finaliza su recorrido en el depósito y puede visitar un subconjunto de clientes cuya demanda total no exceda su capacidad Q . La ganancia asociada a cada cliente puede ser recolectada, como máximo, por un solo vehículo. En el MVPTP, el objetivo es seleccionar un subconjunto de clientes a visitar y planificar las rutas de los vehículos de modo que se maximice la ganancia total recolectada, cumpliendo simultáneamente con la restricción de capacidad Q y con un límite de duración T_{max} para cada ruta. El MVPTP se diferencia del TOP en que no se enfoca en maximizar únicamente los beneficios bajo un tiempo límite, sino en optimizar simultáneamente beneficios y costos. A su vez, también se distingue del PCVRP en que no utiliza penalizaciones por clientes no visitados, sino que

selecciona directamente aquellos nodos que maximizan la rentabilidad del sistema.

La literatura sobre problemas de ruteo con ganancias ha avanzado desde formulaciones unívocas del Profitable Tour Problem (PTP) hacia variantes más ricas que incorporan múltiples vehículos, restricciones temporales y modalidades de servicio fragmentado (split delivery). Estos desarrollos son pertinentes para la asignación de recursos policiales en manifestaciones, puesto que reproducen la dualidad selección–ruteo; qué atender vs. cómo atenderlo, las restricciones de tiempo críticas y la posibilidad de repartir atención entre múltiples unidades operativas.

En la línea de extensiones del MVPTP, Handoko et al. (2015) proponen una formulación bi-nivel en la que un nivel estratégico selecciona los clientes (o tareas) que maximizan la utilidad, mientras que un nivel operativo construye las rutas para la flota. Este enfoque refleja la separación entre decisiones de priorización y ejecución, característica de diversos problemas logísticos. Sin embargo, la formulación bi-nivel introduce una complejidad computacional significativa, debido a la dependencia jerárquica entre decisiones, lo que dificulta su resolución en instancias de gran escala. Además, la necesidad de resolver problemas anidados limita su aplicabilidad en contextos operativos donde se requieren tiempos de respuesta reducidos. Por esta razón, en esta investigación se privilegia una formulación integrada en un solo nivel, que permita capturar simultáneamente las decisiones de selección y ruteo sin incurrir en dicha complejidad.

De manera complementaria, Chbichib, Mellouli y Chabchoub (2013) estudian variantes del problema en las que un mismo recurso puede atender múltiples demandas a lo largo de un horizonte de planificación, permitiendo la realización de varios recorridos o la reasignación del recurso tras completar una tarea. Este tipo de formulaciones resulta relevante en contextos donde los recursos pueden ser reutilizados durante el periodo de operación, lo que introduce una mayor flexibilidad en la planificación. En el contexto de esta investigación, si bien se permite que la demanda de un evento sea atendida de manera parcial mediante múltiples visitas, cada recurso opera de forma indivisible, es decir, los vehículos transportan su capacidad completa de personal en cada desplazamiento y no permanecen en los nodos una vez finalizada la atención. De esta manera, el modelo permite la atención progresiva de los eventos sin incorporar fraccionamiento del recurso. En consecuencia, aunque los enfoques propuestos por Chbichib, Mellouli y Chabchoub (2013) ofrecen una mayor flexibilidad en la reutilización de recursos, no se ajustan directamente al contexto operativo considerado, donde la prioridad radica en coordinar múltiples visitas a un mismo evento sin alterar la estructura básica de los recorridos ni la capacidad de los vehículos.

Desde el punto de vista de métodos de solución exactos, diversos trabajos han abordado variantes del MVPTP mediante enfoques de programación matemática avanzada. En particular, Sun et al. (2018) desarrollan algoritmos de labeling y branch-and-cut para variantes del MVPTP con ventanas de tiempo y tiempos de viaje dependientes del contexto. Sus resultados muestran que estos enfoques

permiten obtener soluciones óptimas para instancias de tamaño moderado, mediante la generación eficiente de rutas factibles y el uso de criterios de dominancia. Sin embargo, el desempeño de estos métodos se ve limitado a medida que crece el tamaño del problema, lo que restringe su aplicabilidad en contextos reales de gran escala, donde el número de eventos y recursos puede ser considerable.

Debido a las limitaciones de escalabilidad de los métodos exactos, una parte importante de la literatura se ha enfocado en el desarrollo de métodos aproximados. En esta línea, Gansterer, Küçüktepe y Hartl (2017) estudian una variante del problema que integra múltiples vehículos, ganancias y ventanas de tiempo, resolviéndola mediante un enfoque basado en General Variable Neighborhood Search (GVNS). Los resultados reportados muestran que este tipo de metaheurísticas es capaz de manejar de manera eficiente la complejidad combinatoria del problema, especialmente cuando se incorporan restricciones temporales y operativas. Este tipo de enfoques resulta relevante para la presente investigación, en la medida en que evidencian la capacidad de las metaheurísticas para resolver instancias de gran tamaño en tiempos computacionales razonables, lo cual es fundamental en contextos dinámicos como la asignación de recursos en escenarios de protesta.

En la misma línea, Vidal et al. (2014) y Yu et al. (2024) muestran que las metaheurísticas basadas en Large Neighborhood Search (LNS) son altamente efectivas para resolver problemas de ruteo con ganancias. Estos enfoques permiten explorar eficientemente el espacio de soluciones mediante la destrucción y reconstrucción parcial de rutas, logrando un adecuado balance entre exploración y explotación.

Los resultados reportados en la literatura evidencian que este tipo de estrategias es especialmente adecuado para problemas de gran escala, donde los métodos exactos presentan limitaciones computacionales. Por esta razón, las metaheurísticas basadas en LNS constituyen una alternativa prometedora para abordar problemas complejos como el considerado en esta investigación.

La Tabla 1 resume las diferencias y similitudes entre el presente trabajo y los problemas relacionados en la literatura, considerando características como ventanas de tiempo (TW, *Time Windows*), demanda divisible (SD, *Split Demand*), múltiples depósitos (MD, *Multi-Depot*), agrupación en clústeres (CL, *Clustered*), flota heterogénea (HC, *Heterogeneous Fleet*), elementos estocásticos (ST, *Stochastic*) y optimización multi-objetivo (MC, *Multi-Criteria*).

Tabla 1. Comparativo de trabajos relevantes sobre el MVPTP y variantes relacionadas.

Referencia	Tipo de problema		Función objetivo	TW	SD	MD	CL	HC	ST	MC	Método / Técnica principal
Handoko et al. (2015)	y	MVPTP	Maximizar utilidad estratégica operativa.	–	–	–	–	X	–	X	Programación jerárquica + heurísticas híbridas.
Gansterer, Küçüktepe Hartl (2017)		MVPPDP	Maximizar beneficio	X	–	–	–	–	–	–	GVNS.
Sun et al. (2018)	y	MVPTP	Maximizar beneficio neto.	X	–	–	–	–	–	–	Column generation + labeling.
Chbichib, Mellouli Chabchoub (2013)		Profitable VRP	Maximizar beneficios	–	X	–	–	–	–	–	Heurísticas constructivas + mejora local.
Vidal et al. (2014)		VRP con profits	Maximizar utilidad multicriterio.	–	–	–	–	–	–	X	ALNS adaptativo.
Yu et al. (2024)		VRP multi-criterio	Maximizar beneficio ponderado (beneficio–costo–tiempo).	X	–	–	–	–	–	X	ALNS
Presente estudio	y	MVPTP clusterizado con profits y de ventanas tiempo	Maximizar cobertura	X	X	X	X	X	X	X	MILP

En síntesis, la Tabla 1 permite identificar patrones claros en la evolución de los problemas de ruteo con ganancias y sus variantes. Por un lado, varios trabajos incorporan ventanas de tiempo y enfoques multi-vehículo, mientras que otros abordan extensiones como multi-criterio, dependencia temporal o formulaciones jerárquicas. Sin embargo, estas contribuciones suelen desarrollarse de manera aislada, sin integrar simultáneamente múltiples características relevantes para contextos operativos complejos.

En particular, se identifican tres limitaciones principales en la literatura revisada. Primero, la mayoría de los modelos no consideran estructuras de agrupación territorial obligatoria, como clústeres, que permitan garantizar cobertura mínima en distintas zonas geográficas. Segundo, aunque algunos trabajos incorporan ganancias o beneficios, estos no suelen estar asociados a indicadores contextuales o sociales que reflejen niveles de prioridad o riesgo en la atención. Tercero, si bien existen aproximaciones que permiten atención parcial o reutilización de recursos, no se integran de manera conjunta con restricciones operativas como ventanas de tiempo estrictas y asignación multi-recurso en un mismo modelo. En este sentido, el presente trabajo propone una formulación basada en el MVPTP que integra de manera simultánea estas características, considerando una estructura clusterizada, múltiples tipos de recursos, ventanas de tiempo y un esquema de beneficios asociado a la priorización de eventos, con el fin de representar algunas características relevantes del

problema de asignación de recursos en escenarios de protesta urbana.

2.3. Generalized vehicle routing problem

La gestión de recursos en escenarios de protesta urbana presenta características que pueden ser modeladas mediante el Generalized Vehicle Routing Problem (GVRP). Este problema consiste en diseñar rutas óptimas sujetas a restricciones de capacidad, en las que los nodos a visitar se encuentran agrupados en clústeres predefinidos, mutuamente excluyentes y exhaustivos (Ghiani & Improta, 2000). En este contexto, la solución debe garantizar que al menos un nodo de cada clúster sea atendido.

La incorporación de clústeres resulta particularmente útil cuando los puntos de atención pueden agruparse en unidades geográficas o funcionales equivalentes. En el contexto de esta investigación, los focos de protesta se agrupan según su localización territorial, por ejemplo, a nivel de comunas, lo que permite estructurar el problema de manera que se garantice cobertura mínima por zona, en lugar de tratar cada evento de forma completamente independiente. Este tipo de estructura ha sido ampliamente utilizado en la literatura del GVRP para modelar decisiones de cobertura territorial y selección de ubicaciones dentro de regiones (Bektaş, Erdoğan & Røpke, 2011).

Formalmente, el GVRP puede definirse sobre un grafo $G = (N, A)$, donde $N = \{0, 1, \dots, n\}$ representa el conjunto de nodos, siendo 0 el depósito, y A el conjunto de arcos. El conjunto de clientes $N \setminus \{0\}$ se particiona en R clústeres $C_1, \dots, C_R$. La solución debe garantizar que, para cada clúster C_r , al menos un nodo $i \in C_r$ sea visitado, respetando restricciones operativas como capacidad de vehículos, duración máxima de ruta o ventanas de tiempo (Jolfaei et al., 2023). La Fig. 3 ilustra de manera esquemática esta estructura, donde los nodos se agrupan en clústeres y las rutas construidas seleccionan únicamente un subconjunto de ellos, garantizando la cobertura de cada grupo. Esta representación permite visualizar cómo el problema combina decisiones de selección de nodos con la construcción de rutas, aspecto fundamental en modelos de ruteo con estructura agrupada.

A partir de esta formulación base, la literatura ha propuesto diversas extensiones orientadas a incorporar características más realistas del entorno operativo. Una de las más relevantes es la inclusión de ventanas de tiempo, dando lugar al Generalized Vehicle Routing Problem with Time Windows (GVRPTW). Esta extensión permite modelar restricciones temporales estrictas en la atención de los nodos, lo cual es fundamental en contextos donde los tiempos de respuesta son críticos.

En esta línea, Yuan et al. (2021) proponen un enfoque basado en generación de columnas

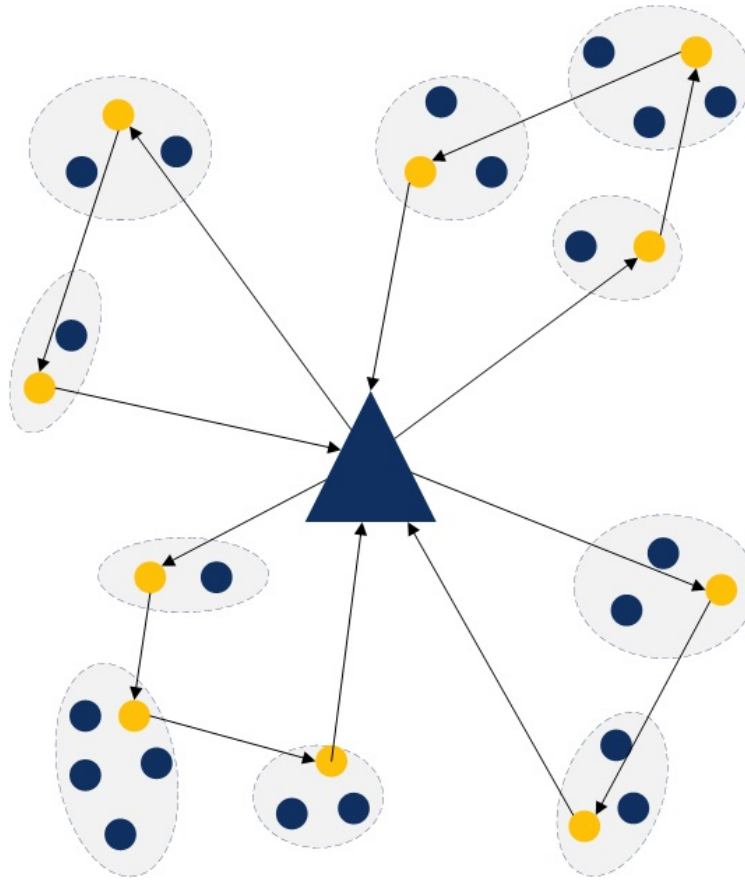


Figura 3. Representación de un GVRP.

para el GVRPTW, evidenciando que es posible integrar restricciones temporales complejas dentro del proceso de construcción de rutas factibles. Más allá de la técnica de solución empleada, estas contribuciones evidencian la importancia de integrar ventanas de tiempo y estructuras clusterizadas en un mismo modelo, aspecto fundamental en contextos donde los eventos deben ser atendidos dentro de horizontes temporales específicos. De manera similar, Raucq, Sörensen y Cattrysse (2019) abordan una variante del problema con múltiples depósitos y ventanas de tiempo en el contexto de recolección de residuos, mostrando cómo incorporar ventanas rígidas en un modelo generalizado de rutas con clústeres y permite extender la formulación base del GVRP hacia aplicaciones reales que requieren respetar franjas temporales críticas, como es el caso de la intervención policial en manifestaciones.

De manera complementaria, algunos estudios han considerado escenarios donde los nodos dentro de un clúster representan ubicaciones alternativas de servicio. Por ejemplo, Nguyễn et al. (2019) modelan problemas de entrega urbana donde es necesario seleccionar puntos de servicio dentro de zonas específicas, en función de restricciones de acceso y ventanas temporales. Este tipo de modelación introduce una dimensión adicional de decisión espacial, relevante en contextos donde

la ubicación exacta de atención no está predefinida. Esta lógica de selección espacial es análoga a la decisión que deben tomar los recursos policiales al determinar desde qué punto de acceso intervenir en cada zona de protesta, buscando minimizar los tiempos de respuesta y optimizar la cobertura bajo condiciones de alta congestión urbana.

Adicionalmente, la literatura ha explorado variantes dinámicas y estocásticas del GVRP. En particular, Reyes, Savelsbergh y Toriello (2017) introducen el Vehicle Routing Problem with Roaming Delivery Locations (VRPRDL), en el cual los clientes no están asociados a una ubicación fija, sino que pueden ser atendidos en diferentes puntos posibles dentro de un intervalo de tiempo, lo que genera una interacción entre decisiones espaciales y temporales, mientras que Ozbaygin y Savelsbergh (2019) extienden incorporando mecanismos de reoptimización dinámica de rutas, los cuales consisten en actualizar las decisiones de ruteo a medida que se dispone de nueva información del sistema. Es decir, las rutas inicialmente planificadas pueden modificarse durante su ejecución para adaptarse a cambios en la ubicación de los clientes, en los tiempos de servicio o en las condiciones de operación, con el fin de mantener la factibilidad y mejorar el desempeño del sistema en tiempo real.

Si bien estos enfoques permiten capturar de manera más realista entornos altamente dinámicos, su implementación implica un aumento significativo en la complejidad del modelo y en los requerimientos computacionales. En el contexto de esta investigación, se adopta un enfoque determinista y estático, en el cual las decisiones de asignación y ruteo se realizan en una etapa de planificación previa, sin considerar actualizaciones en tiempo real. Esta elección permite centrar el análisis en la integración de decisiones de selección, cobertura por clústeres y ruteo, manteniendo un modelo tractable y alineado con los objetivos del estudio.

Biesinger, Hu y Raidl (2015) y He et al. (2020) consideran versiones estocásticas del problema, en las que se modela la incertidumbre en la demanda o en los tiempos de viaje.

Estas contribuciones demuestran la capacidad del GVRP para integrar decisiones espaciales, temporales y, en algunos casos, dinámicas dentro de un mismo marco de optimización. Sin embargo, a pesar de estos avances, la literatura presenta limitaciones relevantes para el contexto de esta investigación.

La Tabla 2 sintetiza las principales características de las variantes del GVRP revisadas, permitiendo comparar los elementos modelados en la literatura, tales como la inclusión de ventanas de tiempo (TW, *Time Windows*), múltiples depósitos (MD, *Multi-Depot*), consideración de beneficios (P, *Profits*), incertidumbre (ST, *Stochastic*), flotas heterogéneas (HC, *Heterogeneous Fleet*) y criterios de optimización multi-criterio (MC, *Multi-Criteria*). Esta comparación facilita identificar los componentes que han sido ampliamente estudiados, así como aquellos que han sido abordados de

manera aislada o limitada.

Tabla 2. Revisión comparativa de artículos sobre el Generalized Vehicle Routing Problem (GVRP).

Referencia	Tipo problema	Función objetivo	TW	MD	P	ST	HC	MC
Bektaş, Erdoğan y Røpke (2011)	GVRP	Minimizar costo total	-	-	-	-	-	-
Raucq, Sörensen y Cattrysse (2019)	GVRP-TW	Minimizar costos con ventanas de tiempo rígidas	X	X	-	-	-	-
Nguyên et al. (2019)	GVRP-TW	Minimizar distancia y penalizaciones por ventanas	X	-	-	-	-	X
Zhou et al. (2018)	GVRP two-echelon	Minimizar costo total (viaje, conexión, manipulación)	-	X	X	-	-	-
Biesinger, Hu y Raidl (2015)	GVRP	Minimizar costo esperado de viaje	-	-	X	X	-	-
He et al. (2020)	GVRP con tiempos de viaje estocásticos	Minimizar costo esperado y tiempos de respuesta	X	-	-	X	-	-
Yuan et al. (2021)	GVRP-TW	Minimizar costo total respetando ventanas	X	-	X	-	-	-
Karamatsoukis, Kyriakidis y Dimitrakos (2021)	GVRP Pickup & Delivery	Minimizar costo logístico considerando niveles de servicio	X	-	-	-	-	X
Sadati, Akbari y Çatay (2022)	GVRP con vehículos eléctricos	Minimizar costo de viaje y recarga	X	-	-	-	X	-
Reyes, Savelsbergh y Toriello (2017)	VRPRDL	Minimizar costos con ubicaciones dinámicas	X	-	-	-	-	-
Ozbaygin y Savelsbergh (2019)	VRPRDL dinámico	Minimizar costos con reoptimización dinámica	X	-	-	X	-	-
Presente estudio	GVRP con profits y clústeres	Maximizar cobertura	X	X	X	X	X	X

A partir de la comparación presentada en la Tabla 2, se observa que, aunque la literatura ha incorporado de manera progresiva distintas extensiones del GVRP, estas suelen abordarse de forma aislada. En particular, la mayoría de los trabajos se enfocan en la minimización de costos, mientras que la incorporación de beneficios asociados al servicio (profits) es poco explorada en este tipo de modelos. Asimismo, si bien existen contribuciones que integran ventanas de tiempo, múltiples

depósitos, incertidumbre o flotas heterogéneas, es limitada la evidencia de formulaciones que combinen simultáneamente estructuras de clústeres obligatorios, criterios de priorización basados en la criticidad de los eventos y decisiones de selección de nodos dentro del proceso de ruteo. Esta brecha es especialmente relevante en contextos como la gestión de protestas urbanas, donde no solo es necesario optimizar rutas, sino también decidir estratégicamente qué eventos atender, bajo restricciones de tiempo y disponibilidad de recursos. En este sentido, se identifica una oportunidad para desarrollar un modelo que integre la estructura del GVRP con elementos de problemas de ruteo con beneficios, permitiendo abordar de manera conjunta decisiones de selección, cobertura territorial y asignación de recursos en un entorno operativo complejo.

A partir de la revisión realizada, se identifican dos líneas principales de desarrollo relevantes para el problema abordado en esta investigación. Por un lado, los modelos basados en el Vehicle Routing Problem with Profits (VRPP), en particular el Multiple Vehicle Profitable Tour Problem (MVPTP), permiten incorporar decisiones de selección de nodos y maximización de beneficios, lo cual resulta fundamental en contextos donde no es posible atender la totalidad de la demanda. Por otro lado, las extensiones del Generalized Vehicle Routing Problem (GVRP) introducen estructuras de clústeres que permiten modelar decisiones de cobertura territorial, garantizando la atención mínima por zonas geográficas o funcionales.

3. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

El despliegue de recursos policiales en contextos de manifestaciones urbanas requiere un balance delicado entre cobertura territorial, eficiencia operativa y priorización de sectores de mayor riesgo. Este problema puede analizarse desde dos perspectivas complementarias: por un lado, la gestión operativa de los recursos policiales, que define lineamientos estratégicos y criterios de priorización; y por otro, la modelación desde la investigación de operaciones, que busca formalizar dichas decisiones mediante modelos de optimización.

La literatura en gestión de recursos policiales destaca que los dispositivos de control deben adaptarse a la dinámica espacial y temporal de las multitudes, así como a criterios de peligrosidad previamente establecidos en manuales institucionales. No obstante, estos enfoques se centran principalmente en lineamientos estratégicos y operativos, sin abordar de manera explícita la planificación logística de los recursos, es decir, la definición de rutas, secuencias de atención y asignación eficiente de unidades bajo restricciones operativas. En consecuencia, la asignación efectiva de patrullas y equipos sigue enfrentando limitaciones debido a la escasez de recursos y la necesidad de cubrir zonas críticas en lapsos de tiempo restringidos.

Desde el punto de vista de la investigación operativa, este desafío comparte características similares con los problemas de ruteo de vehículos con profits. En particular, el Multiple Vehicle Profitable Tour Problem (MVPTP) ofrece un marco adecuado para modelar la asignación de múltiples recursos en entornos donde no todos los nodos necesitan ser atendidos, y el objetivo consiste en maximizar la utilidad total, ponderando ganancias y costos de desplazamiento. Sin embargo, la formulación clásica del MVPTP no considera la estructura espacial agrupada que caracteriza a las ciudades, ni la exigencia institucional de garantizar cobertura mínima en cada sector. Para superar estas limitaciones, se propone integrar un modelo basado en el Generalized Vehicle Routing Problem (GVRP) y sus extensiones. En el GVRP, en el que los nodos están agrupados en clústeres y la cobertura de un clúster se alcanza al visitar al menos uno de sus nodos. Este enfoque resulta pertinente para estudiar el contexto policial, en el que los sectores de una ciudad (barrios, cuadrantes o zonas de concentración de manifestantes) pueden representarse como clústeres, y el cumplimiento del deber operativo se logra al garantizar presencia mínima en cada uno. Adicionalmente, al integrar criterios de peligrosidad como ‘profits’ asociados a cada clúster, el modelo permite priorizar la atención de áreas críticas, mientras que las ventanas de tiempo incorporan la urgencia de intervención en momentos específicos del desarrollo de la protesta.

En este contexto, el problema abordado en esta investigación puede definirse formalmente de la siguiente manera. Sea un grafo completo $G = (N, E)$, donde $N = I \cup D$ representa el conjunto de

nodos, siendo I el conjunto de focos de protesta (clientes) y D el conjunto de depósitos o bases policiales, y E el conjunto de aristas que conectan los nodos. El conjunto de nodos I se encuentra particionado en C clústeres $C_1, C_2, \dots, C_{|C|}$, que representan zonas geográficas de la ciudad, tales como comunas o sectores de concentración de manifestantes. Cada nodo $i \in I$ está asociado a una prioridad P_i , que representa su nivel de peligrosidad, así como a una demanda de recursos compuesta por dos componentes: una demanda de agentes dem_i y una demanda de vehículos por tipo $\mu_{i,k}$. Asimismo, cada arco $(i, j) \in E$ tiene asociado una distancia $dist_{ij}$, a partir de la cual se deriva el tiempo de viaje en función de una velocidad promedio. Se dispone de un conjunto de vehículos diferenciados por tipo $k \in K$, con capacidad q_k , distribuidos en los depósitos $d \in D$. Cada depósito cuenta con una disponibilidad limitada tanto de vehículos $v_{d,k}$ como de agentes h_d . Cada vehículo realiza una ruta que inicia y finaliza en el mismo depósito al que está asignado. El problema también incorpora ventanas de tiempo $[\alpha_i, \beta_i]$ asociadas a cada nodo, dentro de las cuales debe iniciarse el servicio, así como tiempos de atención s_i . Estas restricciones permiten capturar la naturaleza temporal de los eventos y la necesidad de intervenir dentro de horizontes específicos. El problema consiste en determinar un conjunto de rutas para los vehículos, así como la asignación de recursos a los nodos, de tal manera que se maximice un criterio de cobertura ponderada, definido en función de la prioridad de los nodos atendidos, y simultáneamente se minimicen los desplazamientos. Adicionalmente, se debe garantizar que al menos un nodo de cada clúster sea atendido, asegurando así cobertura territorial mínima. En términos operativos, el modelo permite que la demanda de un nodo sea atendida mediante múltiples visitas de vehículos, lo que implica un esquema de atención progresiva. Sin embargo, cada vehículo transporta su capacidad completa de agentes en cada desplazamiento y no permanece asignado de forma permanente a un nodo, preservando así la integridad operativa de los recursos. De esta manera, el problema integra elementos del Multiple Vehicle Profitable Tour Problem y del Generalized Vehicle Routing Problem, incorporando simultáneamente decisiones de selección (qué nodos atender), cobertura por clústeres (qué zonas cubrir) y ruteo (cómo asignar y secuenciar los recursos), bajo restricciones de capacidad, disponibilidad de recursos y ventanas de tiempo.

4. METODOLOGÍA DE FORMULACIÓN Y ESTRATEGIA DE SOLUCIÓN

El problema abordado en este trabajo se formula como un problema de optimización multiobjetivo, en el cual se persiguen simultáneamente dos objetivos en conflicto. Por un lado, se busca maximizar la cobertura de focos de protesta atendidos, ponderada por su prioridad estratégica. Por otro lado, se pretende minimizar la distancia total recorrida por los vehículos policiales, como una medida del esfuerzo logístico y operativo. Esta estructura refleja el compromiso inherente entre nivel de atención territorial y eficiencia en el uso de los recursos. Dado que los objetivos presentan distinta relevancia estratégica, se adopta un enfoque lexicográfico, en el cual se establece una jerarquía entre ellos. En particular, la maximización de la cobertura se considera el objetivo principal, mientras que la minimización de la distancia se trata como un objetivo secundario. Esta estructura permite representar de manera coherente el proceso de toma de decisiones en contextos operativos reales.

Durante la fase inicial del proyecto, y conforme a lo planteado en el anteproyecto, el problema se abordó desde la perspectiva del Team Orienteering Problem (TOP) con ventanas de tiempo, dado que este marco permite modelar escenarios donde no todos los nodos deben ser visitados y la prioridad de atención es un elemento central. Sin embargo, a medida que avanzó el desarrollo metodológico y se analizaron con mayor detalle las características operativas del despliegue policial, se identificó que el TOP resultaba insuficiente para capturar elementos esenciales del contexto real, tales como la necesidad de garantizar cobertura territorial mínima por zonas, la existencia de múltiples tipos de recursos heterogéneos y la interacción entre decisiones de selección de nodos y ruteo.

En esta sección se presenta la metodología de formulación y la estrategia de solución del problema abordado. En primer lugar, se describen los supuestos del modelo (sección 4.1), los cuales establecen las condiciones bajo las cuales se construye la formulación. Posteriormente, se introduce la formulación matemática (sección 4.2), incluyendo los conjuntos, parámetros, variables de decisión, funciones objetivo y restricciones que representan el problema de manera formal. A continuación, se detalla la estrategia de solución adoptada, basada en un enfoque de optimización lexicográfica, que permite abordar la naturaleza multiobjetivo del problema (sección 4.3). Finalmente, se presenta una heurística constructiva denominada *Greedy Priority-Distance Heuristic* (GPDH) (sección 4.4), diseñada para generar soluciones factibles de manera eficiente y servir como base de comparación frente al modelo propuesto.

Como resultado de este análisis, el modelo evolucionó hacia una formulación más general y robusta basada en un modelo MILP que integra elementos del Multiple Vehicle Profitable Tour

Problem (MVPTP), el Generalized Vehicle Routing Problem (GVRP) y ventanas de tiempo, bajo un enfoque multiobjetivo lexicográfico. Esta integración permitió priorizar la cobertura ponderada por peligrosidad como objetivo principal y, posteriormente, optimizar la eficiencia de ruteo mediante la minimización de la distancia total recorrida. Este ajuste metodológico no constituye un cambio de propósito, sino una evolución de la formulación inicialmente propuesta, orientada a representar de manera más adecuada las restricciones y necesidades operativas identificadas durante el desarrollo de la investigación.

4.1. Supuestos del modelo

Con el fin de representar de manera estructurada el problema real y delimitar su alcance analítico, se adoptan los siguientes supuestos. Estos permiten abstraer los elementos más relevantes del sistema, manteniendo coherencia con las condiciones operativas del contexto estudiado:

- Se asume que, una vez que un vehículo llega a un nodo dentro de su ventana de tiempo, la atención se inicia inmediatamente, sin tiempos de espera adicionales.
- Cada nodo puede ser visitado a lo sumo una vez por cada ruta. Sin embargo, un mismo nodo puede ser atendido por múltiples vehículos pertenecientes a diferentes rutas, lo cual resulta necesario para satisfacer requerimientos de recursos superiores a la capacidad de un solo vehículo.
- Los tiempos de desplazamiento son determinísticos y dependen únicamente de la matriz de distancias previamente definida. Este supuesto implica que no se consideran variaciones debidas a condiciones de tráfico, eventos imprevistos o cambios en la infraestructura vial. Su adopción permite centrar el análisis en las decisiones de asignación y ruteo, evitando la incorporación de incertidumbre que incrementaría significativamente la complejidad del modelo.
- La disponibilidad de recursos como vehículos y personal es fija durante todo el horizonte de planificación.
- No se consideran interrupciones operativas una vez iniciada la atención en un nodo.
- Una vez finaliza el tiempo de servicio en un nodo, los recursos asignados quedan disponibles para ser utilizados en la atención de otros nodos, siempre que las restricciones de tiempo lo permitan.

4.2. Formulación matemática

En esta sección se detalla el modelo de programación lineal entera-mixta propuesto. Primero se presentan los conjuntos, parámetros y variables de decisión que definen la estructura del sistema. Posteriormente, se introducen las funciones objetivo y el conjunto de restricciones que modelan las condiciones operativas, logísticas y temporales del problema, garantizando la coherencia de las rutas, el cumplimiento de las capacidades de los recursos y la satisfacción de la demanda en cada foco de protesta.

Conjuntos

- $I = \{1, \dots, I'\}$: Conjunto de focos de protesta (clientes). I' representa el número máximo de estos elementos.
- $D = \{1, \dots, D'\}$: Conjunto de estaciones de policía (depósitos). D' representa el número máximo de estaciones.
- $N = I \cup D$: Es la unión de focos y estaciones, por lo que representa el conjunto de todos los nodos.
- $K = \{1, \dots, K'\}$: Conjunto de tipos de vehículos. K' representa el número máximo de tipos diferentes de vehículos.
- $R_{dk} = \{1, \dots, R'\}$: Conjunto de vehículos tipo $k \in K$ disponibles en estación $d \in D$. Cada elemento $r \in R_{dk}$ representa un vehículo individual, lo que permite modelar de manera explícita las decisiones de ruteo a nivel de cada unidad y capturar la asignación específica de rutas desde cada estación.
- $C = \{1, \dots, C'\}$: Partición de I en clústeres; cada clúster C puede contener 1 o varios nodos. C' es el número máximo de clústeres.
- $IC_c \subset I$: Nodos pertenecientes al clúster $c \in C$.

Parámetros

- $dist_{ij}$ = Distancia real en kilómetros del nodo i al nodo j , donde $i, j \in N : i \neq j$, $[km]$.
- q_k = Número de agentes de policía que se pueden transportar en vehículo tipo $k \in K$.
- dem_i = Demanda de agentes de policía en nodo $i \in I$.

- μ_{ik} = Demanda de vehículos tipo $k \in K$ en nodo $i \in I$.
- h_d = Cantidad de agentes de policía disponibles en estación $d \in D$.
- v_{dk} = Cantidad de vehículos tipo $k \in K$ disponibles en estación $d \in D$.
- s_i = Tiempo de servicio (estabilizar protesta) en el nodo $i \in I$ [horas].
- α_i = Ventana de tiempo de servicio temprana en el nodo $i \in I$ [horas].
- β_i = Ventana de tiempo de servicio tardía en el nodo $i \in I$ [horas].
- P_i = Prioridad asociada al nodo $i \in I$.
- Vel = Velocidad promedio de desplazamiento de los vehículos [km/h].
- M = Representa un número muy grande.

Variables de decisión

- $x_{ijkdr} = \begin{cases} 1, & \text{si el arco } (i, j) \in N \text{ es recorrido por el vehículo } r \in R_{dk} \text{ del tipo } k \in K \text{ que sale del} \\ & \text{depósito } d \in D. \\ 0, & \text{de lo contrario.} \end{cases}$
- $y_i = \begin{cases} 1, & \text{si el nodo } i \text{ es atendido} \\ 0, & \text{de lo contrario.} \end{cases}$
- t_{ikdr} = Instante de inicio de atención del nodo $i \in I$ por vehículo $r \in R_{dk}$ tipo $k \in K$ proveniente de la estación $d \in D$.

Función objetivo

Dado que el problema presenta más de un objetivo de optimización, a continuación se definen los dos objetivos que conforman el modelo en las Ecuaciones (1) y (2). El primer objetivo busca maximizar un indicador de cobertura ponderado por prioridad, mientras que el segundo busca minimizar la distancia total recorrida por los vehículos. Estos objetivos son inherentemente contradictorios, ya que un aumento en la cobertura puede implicar mayores desplazamientos.

$$\text{maximize } z_1 = \frac{\sum_{i \in I} P_i \cdot y_i}{\sum_{i \in I} P_i} \quad (1)$$

$$\text{minimize } z_2 = \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sum_{k \in K} \sum_{d \in D} \sum_{r \in R_{dk}} \text{dist}_{ij} \cdot x_{ijkdr} \quad (2)$$

El indicador de cobertura ponderada definido en la Ecuación (1) mide la proporción de prioridad total atendida, en lugar del número de nodos cubiertos. En particular, cada nodo $i \in I$ contribuye al objetivo en función de su prioridad P_i , de modo que la atención de nodos más críticos tiene un mayor impacto en el valor de la función objetivo. Cabe destacar que los valores de prioridad P_i no están normalizados. En su lugar, la normalización se incorpora directamente en la función objetivo mediante la división por la suma total de prioridades $\sum_{i \in I} P_i$. Esto permite que el indicador de cobertura ponderada tome valores en el intervalo $[0; 1]$ y sea interpretable como la fracción de prioridad total efectivamente atendida.

Restricciones asociadas a la atención de focos

Las siguientes restricciones establecen la relación entre la visita a los nodos y su atención. La restricción (3) garantiza que un nodo solo puede considerarse como atendido ($y_i = 1$) si existe al menos un vehículo que lo visite (flujo de vehículos positivo al nodo i). La restricción (4) busca imponer el sentido contrario; si un vehículo visita el nodo, entonces $y_i = 1$. El parámetro M se utiliza como una cota superior al número de vehículos que visitarán el nodo i en una solución óptima. La restricción (5) garantiza que, dentro de cada clúster identificado, al menos un nodo sea atendido. Esto permite representar zonas o sectores geográficos donde se requiere asegurar una presencia mínima de atención, contribuyendo a la cobertura estratégica del territorio.

$$y_i \leq \sum_{j \in N} \sum_{k \in K} \sum_{d \in D} \sum_{r \in R_{dk}} x_{ijkdr}, \quad \forall i \in I \quad (3)$$

$$M \cdot y_i \geq \sum_{j \in N} \sum_{k \in K} \sum_{d \in D} \sum_{r \in R_{dk}} x_{ijkdr}, \quad \forall i \in I \quad (4)$$

$$\sum_{i \in IC_c} y_i \geq 1, \quad \forall c \in C \quad (5)$$

Restricciones de flujo

Las siguientes restricciones modelan la estructura de las rutas y garantizan la consistencia del flujo de los vehículos en la red. Este grupo de restricciones controla la construcción y continuidad

de las rutas para cada vehículo individual.

La restricción (6) garantiza que, para cada nodo $m \in N$, tipo de vehículo $k \in K$, estación $d \in D$ y vehículo específico $r \in R_{dk}$, el número de arcos que entran al nodo es igual al número de arcos que salen. Esto impone la continuidad de la ruta para cada vehículo individual, evitando que se generen rutas fragmentadas o inconsistentes. La indexación respecto a la estación d es necesaria debido a que cada vehículo $r \in R_{dk}$ está asociado a una estación específica desde la cual inicia y finaliza su recorrido. En consecuencia, la conservación de flujo se verifica de manera independiente para cada vehículo dentro del contexto de su estación de origen, garantizando coherencia en la construcción de las rutas y evitando combinaciones de arcos que involucren múltiples estaciones para un mismo vehículo.

El conjunto de restricciones (7) y (8) asegura que un mismo vehículo no puede visitar un nodo más de una vez, limitando tanto el número de entradas como de salidas en cada nodo. A diferencia de la restricción de conservación de flujo, que garantiza continuidad, estas restricciones evitan ciclos internos o visitas repetidas dentro de una misma ruta.

La restricción (9) establece que cada vehículo puede iniciar su recorrido a lo sumo una vez y siempre desde su estación de origen. A diferencia de las restricciones anteriores, que regulan el comportamiento del vehículo dentro de la red, esta restricción controla específicamente el punto de inicio de la ruta, evitando que un mismo vehículo genere múltiples recorridos independientes.

La restricción (10) obliga a que todo vehículo que sale de su estación (d) debe regresar a ella, garantizando el cierre de la ruta.

Para evitar desplazamientos entre estaciones, se define la restricción (11), la cual prohíbe arcos entre nodos pertenecientes al conjunto de estaciones. Por ejemplo, una variable como $x_{1,2,k,d,r} = 1$, con $1, 2 \in D$, representaría un desplazamiento directo desde la estación 1 hacia la estación 2; sin embargo, este tipo de movimientos se encuentra excluido del modelo. Esta restricción se justifica en que los vehículos están asignados a una estación específica desde la cual inician y finalizan su recorrido, por lo que no resulta operativo ni necesario que se desplacen hacia otras estaciones durante la ejecución de la ruta. Permitir este tipo de movimientos podría generar soluciones artificiales en las que las estaciones se utilizan como nodos intermedios de tránsito, lo cual no corresponde con la dinámica real del despliegue policial ni aporta valor en términos de cobertura o eficiencia operativa.

Finalmente, mediante la restricción (12) se impone que un vehículo no puede iniciar recorridos desde una estación diferente a aquella en la que está asignado. Por ejemplo, si un vehículo $r \in R_{dk}$ pertenece a la estación $d = 1$, entonces una variable como $x_{2,j,k,1,r} = 0$, con $2 \in D$ y $2 \neq 1$, indica que dicho vehículo no puede salir desde la estación 2, garantizando consistencia en la asignación de recursos.

$$\sum_{\substack{i \in N \\ i \neq m}} x_{imkdr} = \sum_{\substack{j \in N \\ j \neq m}} x_{mj kdr} \quad , \quad \forall m \in N, k \in K, d \in D, r \in R_{dk} \quad (6)$$

$$\sum_{\substack{i \in N \\ j \neq i}} x_{ijkdr} \leq 1, \quad \forall j \in I, k \in K, d \in D, r \in R_{dk} \quad (7)$$

$$\sum_{\substack{j \in N \\ j \neq i}} x_{ijkdr} \leq 1, \quad \forall i \in I, k \in K, d \in D, r \in R_{dk} \quad (8)$$

$$\sum_{j \in I} x_{dj kdr} \leq 1, \quad \forall d \in D, k \in K, r \in R_{d,k} \quad (9)$$

$$\sum_{j \in I} x_{dj kdr} = \sum_{i \in I} x_{idkdr}, \quad \forall d \in D, k \in K, r \in R_{d,k} \quad (10)$$

$$x_{ijkdr} = 0, \quad \forall i \in D, j \in D, k \in K, d \in D, r \in R_{d,k} : i \neq j \quad (11)$$

$$x_{ijkdr} = 0, \quad \forall i \in D, j \in I, k \in K, d \in D, r \in R_{d,k} : i \neq d, \quad (12)$$

Restricciones de capacidad

Las restricciones de capacidad regulan el uso de recursos disponibles en cada estación y permiten que el modelo respete las limitaciones logísticas de personal y equipos. La restricción (13) asegura que el número de vehículos que efectivamente salen de la estación no supere el número disponible para cada tipo. Mientras que (14) garantiza que la suma de agentes de policía enviados en los vehículos de cada estación no exceda la cantidad disponible en dicha estación.

$$\sum_{r \in R_{dk}} \sum_{j \in I} x_{dj kdr} \leq v_{dk}, \quad \forall d \in D, k \in K \quad (13)$$

$$\sum_{j \in I} \sum_{k \in K} \sum_{r \in R_{dk}} q_k \cdot x_{dj kdr} \leq h_d, \quad \forall d \in D \quad (14)$$

Restricciones de demanda

Las siguientes restricciones garantizan que los nodos atendidos reciban una cantidad suficiente de recursos, tanto en términos de vehículos como de personal policial, de acuerdo con sus requerimientos operativos. La restricción (15) establece que el número de vehículos del tipo k que atienden el nodo i sea, como mínimo, igual a su demanda específica μ_{ik} . La restricción (16) busca que el total de agentes de policía transportados hasta un nodo cubra su demanda dem_i , tomando en cuenta la capacidad de cada vehículo que lo visita. Ambas restricciones garantizan que la atención no sea solo simbólica, sino operativamente suficiente.

La Fig. 4 ilustra de manera esquemática cómo un nodo puede ser atendido por múltiples vehículos. En la parte izquierda se muestra el cumplimiento de la demanda de vehículos por tipo, mientras que en la parte derecha se representa la satisfacción de la demanda de personal policial mediante la suma de las capacidades de los vehículos asignados.

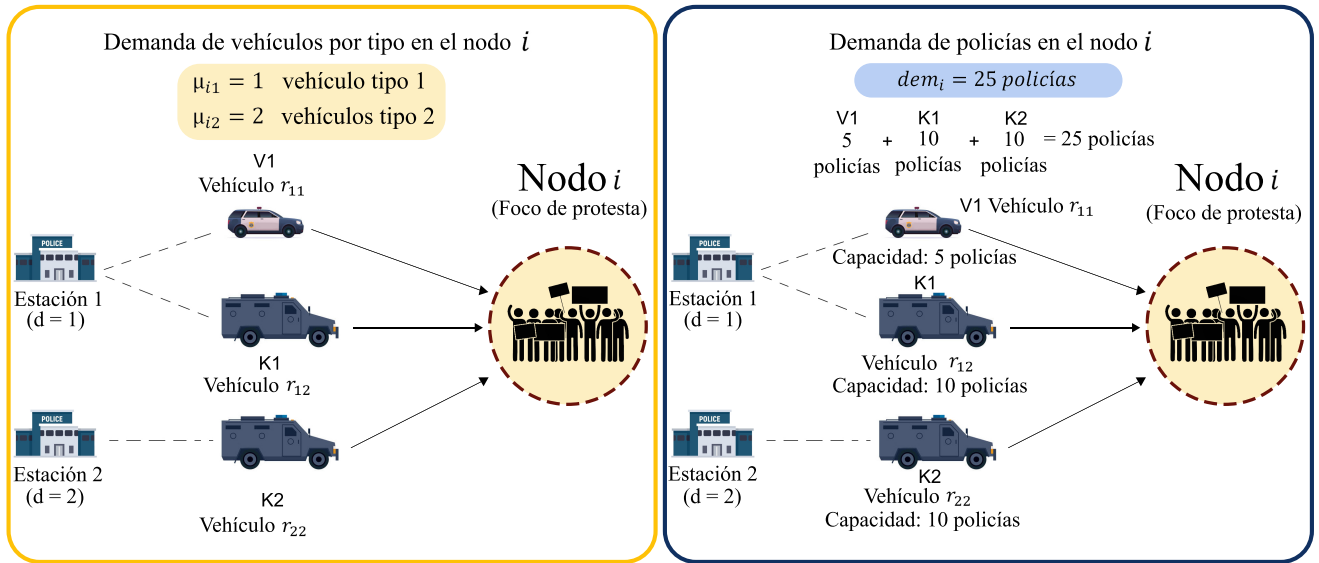


Figura 4. Ejemplo de atención de un nodo mediante múltiples vehículos.

$$\sum_{i \in N} \sum_{d \in D} \sum_{r \in R_{dk}} x_{ijkdr} \geq \mu_{jk} \cdot y_j, \quad \forall j \in I, k \in K \quad (15)$$

$$\sum_{j \in N} \sum_{d \in D} \sum_{k \in K} \sum_{r \in R_{dk}} q_k \cdot x_{jikdr} \geq dem_i \cdot y_i, \quad \forall i \in I \quad (16)$$

Restricciones de ventanas de tiempo

Las siguientes restricciones incorporan la dimensión temporal del problema, asegurando que la atención de cada nodo se realice dentro de las ventanas de tiempo establecidas y que las secuencias de las rutas respeten los tiempos de servicio y desplazamiento. El conjunto de restricciones (17) y (18) obliga a que, si se visita un nodo, la atención de este nodo ocurra dentro de su ventana de tiempo $[\alpha_i, \beta_i]$.

$$t_{ikdr} \geq \alpha_i \cdot \left(\sum_{j \in N} x_{jikdr} \right), \quad \forall i \in I, k \in K, d \in D, r \in R_{dk} \quad (17)$$

$$t_{ikdr} \leq \beta_i \cdot \left(\sum_{j \in N} x_{jikdr} \right), \quad \forall i \in I, k \in K, d \in D, r \in R_{dk} \quad (18)$$

El modelo requiere sincronizar tiempos de desplazamiento y de servicio, la restricción (19) controla que si el vehículo específico r toma el arco (i, j) , el tiempo de inicio en j (t_{jkdr}) debe ser al menos el tiempo de inicio en i (t_{ikdr}) más el tiempo de servicio s_i y tiempo del viaje. La restricción (20) impone una condición equivalente para el primer nodo atendido después de salir de la estación correspondiente (d), debido a que no existe tiempo de servicio en las estaciones.

$$t_{jkdr} \geq t_{ikdr} + s_i + \frac{dist_{ij}}{Vel} - M(1 - x_{ijkdr}), \quad \forall i \in I, j \in N, k \in K, d \in D, r \in R_{dk} \quad (19)$$

$$t_{jkdr} \geq t_{dkdr} + \frac{dist_{ij}}{Vel} - M(1 - x_{djkdir}), \quad \forall j \in N, k \in K, d \in D, r \in R_{dk} \quad (20)$$

La Fig. 5 ilustra de manera esquemática la sincronización entre los tiempos de servicio y desplazamiento en una ruta. En ella se muestra cómo el instante de inicio de atención en cada nodo depende del tiempo de atención en el nodo previo, su duración de servicio y el tiempo de viaje entre ambos, garantizando la consistencia temporal de la secuencia y el cumplimiento de las ventanas de tiempo establecidas.

Dominios de las variables

Las expresiones (21) a (23) definen el dominio de las variables de decisión del modelo, especificando su naturaleza y los valores que pueden tomar dentro del espacio de soluciones

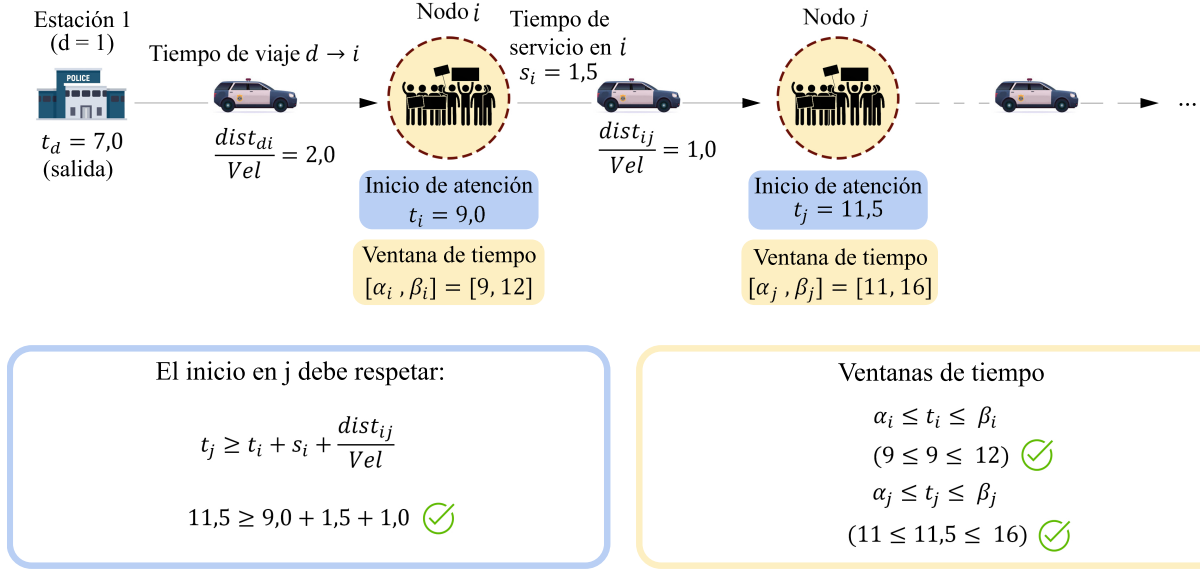


Figura 5. Ejemplo ilustrativo de la sincronización entre tiempos de servicio y desplazamiento en una ruta.

factibles.

$$x_{ijkdr} \in \{0, 1\}, \quad \forall i, j \in N, \quad k \in K, \quad d \in D, \quad r \in R_{dk} : i \neq j, \quad (21)$$

$$y_i \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in I \quad (22)$$

$$t_{ikdr} \geq 0, \quad \forall i \in I, \quad k \in K, \quad d \in D, \quad r \in R_{dk} \quad (23)$$

Los elementos presentados en este capítulo constituyen la base metodológica para la solución e implementación del modelo propuesto y la generación de resultados.

4.3. Estrategia de solución

El problema formulado presenta múltiples objetivos en conflicto, por lo que requiere la adopción de un enfoque que permita gestionarlos de manera coherente. En este trabajo se emplea un enfoque de optimización lexicográfica, el cual establece una jerarquía estricta entre los objetivos y permite su optimización secuencial según su nivel de prioridad (Marler & Arora, 2004). Esta elección se fundamenta en la existencia de una preferencia clara entre los criterios de decisión, donde la cobertura ponderada de los focos de protesta constituye el objetivo principal, mientras que la

distancia total recorrida se considera un criterio secundario. En particular, la maximización del indicador de cobertura se prioriza sobre la minimización de la distancia total recorrida, de modo que el segundo objetivo solo se optimiza dentro del conjunto de soluciones que alcanzan el valor óptimo del primero.

Desde una perspectiva de implementación, el procedimiento lexicográfico se lleva a cabo resolviendo el modelo en dos etapas consecutivas. En la primera etapa, se optimiza exclusivamente la función objetivo principal, obteniendo el valor máximo alcanzable del indicador de cobertura. En la segunda etapa, dicho valor óptimo se incorpora como una restricción adicional y se procede a optimizar la función objetivo secundaria, restringiendo el espacio de búsqueda a soluciones que preserven el nivel máximo de cobertura ponderada obtenido previamente. El enfoque lexicográfico no busca estimar la frontera de Pareto completa, sino identificar soluciones eficientes coherentes con una estructura de prioridades previamente definida. Este enfoque es consistente con problemas de toma de decisiones operativas en contextos reales, donde suele existir una jerarquía clara entre objetivos. En particular, permite evitar la necesidad de asignar ponderaciones arbitrarias, como ocurre en métodos de suma ponderada, y facilita la interpretación de los resultados. Como consecuencia del enfoque adoptado, las soluciones obtenidas garantizan el máximo nivel de cobertura posible. Las diferencias entre soluciones se explican exclusivamente por mejoras en la eficiencia del desplazamiento, sin comprometer el objetivo principal, lo que permite analizar el impacto del segundo objetivo dentro de un marco de decisión consistente.

4.4. Heurística Constructiva Basada en Prioridad y Distancia

En problemas de ruteo y optimización combinatoria, las heurísticas constructivas constituyen una estrategia ampliamente utilizada para la generación rápida de soluciones factibles (Laporte, Ropke & Vidal, 2014). Estos métodos construyen soluciones de manera secuencial, incorporando elementos uno a uno mediante reglas de decisión basadas en información local. Dentro de esta categoría, las heurísticas de tipo “greedy” o avariciosas seleccionan en cada iteración la alternativa más conveniente según un criterio predefinido, sin considerar explícitamente el impacto global de dicha decisión (Resende & Ribeiro, 2019). Existen múltiples variantes de heurísticas constructivas en la literatura, que difieren principalmente en la regla de selección utilizada, conocida como score. Algunas estrategias se basan en la proximidad geográfica, como el método del vecino más cercano, mientras que otras incorporan medidas de eficiencia global, como el algoritmo de ahorros de Clarke y Wright (1964). No obstante, su principal limitación radica en su naturaleza miope, ya que las decisiones se toman con base en información local. En problemas con múltiples restricciones acopladas, como capacidades limitadas, ventanas de tiempo y asignación de recursos, este tipo de

estrategias puede conducir a soluciones subóptimas (Gendreau et al., 2008).

En este trabajo, se propone una heurística constructiva denominada *Greedy Priority-Distance Heuristic* (GPDH), diseñada con el propósito de generar soluciones factibles en tiempos computacionales reducidos y servir como línea base de comparación frente al modelo de optimización propuesto. La heurística se basa en una lógica greedy de selección secuencial que prioriza nodos considerando simultáneamente criterios de prioridad operativa y proximidad geográfica. Adicionalmente, con el fin de aproximar de manera más realista el comportamiento del modelo matemático, se incorporan elementos operativos adicionales dentro de la función de evaluación, incluyendo restricciones de ventanas de tiempo, cobertura residual de demanda, requerimientos diferenciados de vehículos y criterios de cobertura territorial asociados a clusters geográficos.

La heurística propuesta construye rutas de manera secuencial asignando vehículos a nodos factibles de acuerdo con una función de evaluación FE_{ij} . En cada iteración, para cada vehículo disponible, se evalúa el conjunto de nodos candidatos y se selecciona aquel que maximiza la ecuación 24.

$$FE_{ij} = \frac{B1_j^c \cdot B2_j^k \cdot p_j \cdot \left(\frac{\delta_j+1}{dem_j+1} \right)}{d_{ij} \cdot \left(1 + \frac{1}{slack_j} \right)} \quad (24)$$

donde:

- p_j representa la prioridad asociada al nodo j .
- d_{ij} corresponde a la distancia entre el nodo actual i y el nodo candidato j .
- δ_j representa la demanda residual de personal policial del nodo j .
- dem_j corresponde a la demanda total de personal policial del nodo j .
- $slack_j$ representa la holgura temporal disponible respecto a la ventana de tiempo del nodo.
- $B1_j^c$ corresponde a un factor de bonificación asociado a clusters aún no cubiertos.
- $B2_j^k$ representa un factor de bonificación asociado al déficit de vehículos especializados requeridos en el nodo.

La función de evaluación prioriza nodos con alta prioridad operativa, alta demanda residual y cercanía espacial, penalizando simultáneamente nodos con baja holgura temporal. Adicionalmente, incorpora mecanismos que favorecen la cobertura territorial equilibrada mediante bonificaciones

sobre clusters aún no atendidos y sobre nodos que requieren vehículos especializados tipo Kronos ($k = 2$). De esta forma, la heurística busca aproximar parcialmente el comportamiento global del modelo de optimización manteniendo una estructura constructiva de baja complejidad computacional.

La construcción de soluciones se realiza considerando explícitamente las demandas de cada nodo, tanto en términos de personal policial como de requerimientos mínimos de vehículos especializados. A diferencia de una heurística clásica de ruteo, en este caso los nodos pueden ser visitados por múltiples vehículos hasta satisfacer completamente sus requerimientos operativos. En consecuencia, cada nodo mantiene un estado dinámico de cobertura residual que se actualiza a medida que recibe atención. En cada iteración, un nodo es considerado factible si: (i) aún presenta demanda residual no satisfecha, (ii) puede ser alcanzado respetando su ventana de tiempo, (iii) no ha sido visitado previamente por el mismo vehículo dentro de la ruta actual. Una vez seleccionado un nodo, el vehículo asigna cobertura policial de acuerdo con su capacidad fija q_k . Simultáneamente, se actualiza el número de visitas realizadas por vehículos Kronos. Posteriormente, el vehículo permanece en el nodo durante el tiempo de servicio correspondiente y continúa la construcción de la ruta hasta que no existan nodos factibles adicionales. Es importante destacar que un nodo se considera completamente atendido únicamente cuando su demanda residual, tanto de vehículos como de personal policial, es igual a cero. En consecuencia, los nodos parcialmente atendidos no contribuyen al indicador de cobertura hasta que sus requerimientos han sido satisfechos en su totalidad. Esta lógica resulta consistente con la variable binaria y_i definida en el modelo matemático, donde $y_i = 1$ únicamente cuando el nodo ha sido completamente atendido.

A partir de los nodos completamente cubiertos, el indicador de cobertura ponderada se calcula de manera consistente con la función objetivo del modelo matemático mediante la ecuación 1 $\frac{\sum_{i \in I} p_i \cdot y_i}{\sum_{j \in I} p_j}$. Esta formulación garantiza comparabilidad directa entre las soluciones obtenidas por la heurística y las soluciones generadas por el modelo exacto.

El procedimiento general de la heurística se presenta en el Algoritmo 1, el cual sintetiza la lógica constructiva implementada computacionalmente.

La heurística propuesta permite generar soluciones factibles en tiempos computacionales reducidos, incorporando explícitamente múltiples características operativas del problema estudiado. Aunque el método mantiene la naturaleza local propia de las heurísticas constructivas greedy y no garantiza optimalidad global, la inclusión de mecanismos asociados a cobertura residual, restricciones temporales y balance territorial permite obtener soluciones considerablemente más representativas y comparables con el comportamiento del modelo matemático exacto.

Algoritmo 1 Greedy Priority-Distance Heuristic (GPDH)

```
1: for cada depósito  $d \in D$  do
2:   for cada vehículo  $k$  disponible en  $d$  do
3:     Inicializar ruta  $r \leftarrow \emptyset$ 
4:     Inicializar nodo actual  $i \leftarrow d$ 
5:     Inicializar tiempo actual  $t \leftarrow 0$ 
6:     while existan nodos factibles do
7:       for cada nodo candidato  $j$  do
8:         Verificar factibilidad temporal
9:         Calcular demanda residual
10:        Calcular bonificaciones de cluster y vehículo
11:        Evaluar  $FE_{ij}$ 
12:      end for
13:      Seleccionar nodo  $j$  que maximiza  $FE_{ij}$ 
14:      if no existe nodo factible then
15:        break
16:      end if
17:      Actualizar cobertura policial del nodo
18:      Actualizar requerimientos de vehículos Kronos ( $k=2$ )
19:      Actualizar estado de cobertura del cluster
20:      Actualizar tiempo y posición del vehículo
21:      Agregar  $j$  a la ruta
22:    end while
23:    Guardar ruta construida
24:  end for
25: end for
26: return conjunto de rutas construidas
```

5. RESULTADOS COMPUTACIONALES

En este capítulo se presentan los resultados computacionales obtenidos al aplicar el modelo propuesto al conjunto de instancias consideradas. El objetivo es evaluar el desempeño del modelo, analizar el impacto del enfoque multiobjetivo lexicográfico y estudiar el comportamiento de las soluciones obtenidas bajo distintos escenarios. En la sección 5.1 se detallan las características del entorno computacional utilizado, así como las configuraciones empleadas para la ejecución de los experimentos. Posteriormente, en la sección 5.2 se describe el procedimiento utilizado para la generación de los casos de prueba y la calibración de los parámetros considerados en las instancias. En la sección 5.3 se presentan los resultados obtenidos para las funciones objetivo y las principales métricas operativas y computacionales del modelo. Continuando, en la sección 5.4 se analizan las tendencias observadas respecto a la cobertura alcanzada, la distancia recorrida y el comportamiento computacional del modelo a medida que aumenta el tamaño de las instancias. Posteriormente, en la sección 5.5 se ilustran gráficamente algunas soluciones representativas, permitiendo analizar la estructura espacial de las rutas generadas en las diferentes fases del enfoque lexicográfico. Finalmente, en la sección 5.6 se valida el modelo mediante comparaciones con diferentes configuraciones de referencia, incluyendo variantes de la formulación propuesta y una heurística constructiva.

5.1. Entorno computacional

Los experimentos computacionales se realizaron en un equipo con un procesador AMD Ryzen 9 9900X y 32 GB de memoria RAM DDR5. La implementación del modelo se llevó a cabo en AMPL, y la resolución de los modelos se efectuó mediante el solver Gurobi, versión 12.0.3, ejecutado sobre el sistema operativo Windows 11 Home 25H2. En todos los experimentos se utilizaron los parámetros estándar del solver Gurobi, sin realizar ajustes sobre las tolerancias de optimalidad ni otros parámetros de control del proceso de optimización. De esta manera, los resultados obtenidos corresponden al comportamiento por defecto del solver, lo cual facilita la reproducibilidad de los experimentos.

Para controlar los tiempos de ejecución, se impuso un límite máximo de tiempo de cómputo de 300 segundos por cada objetivo en todas las instancias. Este valor fue definido a partir de pruebas preliminares, en las cuales se observó que la mayoría de las instancias alcanzaban soluciones de buena calidad en tiempos inferiores a este umbral. Dado que el enfoque lexicográfico requiere resolver el modelo en dos etapas consecutivas, el tiempo total de cómputo por instancia puede alcanzar hasta 600 segundos en el peor caso. Este límite permite un balance adecuado entre calidad de

solución y esfuerzo computacional, evitando tiempos excesivos sin comprometer significativamente el desempeño del modelo.

5.2. Descripción de las instancias

Con el objetivo de evaluar el desempeño de los modelos y algoritmos propuestos, se diseñó un conjunto de instancias de prueba que busca representar algunas características relevantes del problema de asignación óptima de recursos policiales en contextos de protestas urbanas. Dichas instancias consideran tanto las características operativas del sistema como la variabilidad inherente al entorno urbano y a la dinámica de las manifestaciones.

En particular, la construcción de las instancias se fundamenta en la evidencia empírica de los focos de protesta registrados durante el Paro Nacional de 2021 (Indepaz, 2021), los cuales muestran que las manifestaciones tienden a concentrarse en ciertos sectores de la ciudad. No obstante, con el fin de evitar sesgos derivados de patrones históricos específicos y permitir una evaluación más general del modelo, se adopta un enfoque más amplio en la definición del conjunto de nodos. En este sentido, se considera como universo de posibles puntos de atención el conjunto completo de 335 barrios que conforman la ciudad de Cali (Departamento Administrativo de Planeación Municipal, 2026). Cada barrio es modelado como un nodo potencial, cuya ubicación geográfica corresponde al centroide del mismo. De esta manera, el conjunto total de nodos del problema está definido por estos 335 puntos, sin incorporar nodos adicionales.

A partir de este conjunto base, en cada instancia se selecciona de manera aleatoria un subconjunto de nodos, generando así diferentes configuraciones espaciales de demanda. Este procedimiento permite representar escenarios diversos en los que las protestas pueden surgir en distintas zonas de la ciudad, incluyendo tanto áreas históricamente recurrentes como otras con menor frecuencia de ocurrencia. En consecuencia, el modelo no se restringe a patrones observados en eventos pasados, sino que evalúa su capacidad de respuesta ante posibles escenarios futuros.

Cada nodo seleccionado representa un punto que puede requerir presencia policial y se caracteriza por una demanda asociada de agentes de policía y vehículos, una ventana de tiempo durante la cual la atención resulta relevante y un indicador de prioridad que refleja la importancia relativa del nodo dentro del proceso de asignación de recursos. La inclusión de prioridades permite diferenciar entre puntos de atención según su criticidad estratégica u operativa, aspecto relevante en escenarios de recursos limitados. Estas características se incorporan explícitamente en la formulación matemática del problema mediante los parámetros definidos en la Sección 4.2, tales como la demanda de personal (dem_i), la demanda de vehículos por tipo (μ_{ik}), las ventanas de tiempo ($[\alpha_i, \beta_i]$) y el indicador de prioridad (P_i). De esta manera, el modelo captura la naturaleza dinámica del

fenómeno, en el que la necesidad de intervención policial no es uniforme a lo largo del horizonte de planificación.

Con el fin de evaluar el desempeño del modelo bajo distintos niveles de complejidad, se generó un conjunto de 30 instancias de prueba, distribuidas en seis grupos de diferente tamaño. En particular, se consideran instancias con $|I| \in \{8, 12, 16, 20, 24, 28\}$ focos de protesta, y para cada tamaño se construyen 5 instancias independientes mediante la selección aleatoria de nodos del conjunto total de 335 barrios de la ciudad de Cali. Esta configuración experimental permite analizar de manera sistemática el comportamiento del modelo frente a diferentes escalas y distribuciones espaciales de demanda.

La distribución de las instancias generadas se resume en la Tabla 3. En ella se presenta el número de focos de protesta considerados en cada grupo de instancias, la cantidad de escenarios generados por tamaño y el número de clústeres utilizados en cada caso, calculados a partir de la expresión $\tau = \sqrt{|I|}$ y redondeados al entero superior. Esta configuración experimental permite evaluar el comportamiento del modelo bajo diferentes niveles de complejidad espacial y operativa.

Tabla 3. Distribución de las instancias de prueba generadas.

Grupo	Número de nodos I	Instancias generadas	Número de clústeres
CALI_8	8	5	3
CALI_12	12	5	4
CALI_16	16	5	4
CALI_20	20	5	5
CALI_24	24	5	5
CALI_28	28	5	6
Total		30	

De manera complementaria, el conjunto de estaciones de policía D se mantiene fijo en todas las instancias, considerando cuatro estaciones que corresponden a los distritos policiales urbanos de la ciudad de Cali. Estas estaciones actúan como nodos de origen y destino de las rutas, proporcionando una estructura consistente para la comparación de resultados entre diferentes escenarios. La selección de estas estaciones se fundamenta en la estructura organizacional definida para la Policía Metropolitana de Santiago de Cali, de acuerdo con lo establecido en la Resolución 01554 del 28 de mayo de 2009 (Policía Nacional de Colombia, 2009), que regula el funcionamiento de estaciones, CAI, grupos y puestos de policía dentro de dicha jurisdicción. Aunque en la zona urbana existen siete distritos, en este estudio se consideran únicamente cuatro, dado que los distritos 5, 6 y 7 se encuentran asociados a otras municipalidades del área metropolitana (Yumbo, Jamundí y Candelaria, respectivamente), y por tanto se excluyen del análisis.

Los tiempos de desplazamiento entre los nodos de una misma instancia se obtienen a partir

de una matriz de distancias construida con base en las coordenadas geográficas de los puntos considerados. Esta matriz permite representar de manera consistente las relaciones espaciales entre los nodos de atención y las estaciones de origen, constituyendo un insumo fundamental para la modelación de las decisiones de ruteo bajo condiciones operativas reales.

A continuación, se describe en detalle el procedimiento utilizado para la construcción de la matriz de distancias y para la asignación de los diferentes parámetros considerados en el modelo.

Cálculo y calibración de la matriz de distancias

Dado el conjunto de nodos georreferenciados, definidos mediante sus coordenadas de latitud y longitud, para cada pareja $(i, j) \in N$ se calculó inicialmente la distancia geodésica utilizando la fórmula de Haversine; mostrada en la ecuación (25), que permite estimar la distancia mínima sobre la superficie terrestre asumiendo una esfera de radio constante.

$$d_{ij}^{Hav} = 2R \cdot \arcsin \sqrt{\sin^2 \left(\frac{\Delta\varphi}{2} \right) + \cos(\varphi_i) \cdot \cos(\varphi_j) \cdot \sin^2 \left(\frac{\Delta\lambda}{2} \right)}, \quad \forall i, j \in N \quad (25)$$

Donde, R corresponde al radio medio de la Tierra; $\Delta\varphi = \varphi_j - \varphi_i$, $\Delta\lambda = \lambda_j - \lambda_i$, φ_i y φ_j representan la latitud de los nodos i y j ; finalmente, λ_i y λ_j representan sus longitudes.

Sin embargo, la distancia Haversine representa una distancia geodésica y, por tanto, tiende a subestimar las distancias reales de desplazamiento en redes viales urbanas, donde existen restricciones como sentidos de circulación, barreras físicas y trazados no rectilíneos. Para aproximar de manera más realista las distancias efectivas de desplazamiento, se llevó a cabo un proceso de aproximación mediante una regresión lineal a partir de un conjunto de 17 nodos, utilizando como base trece focos de protestas reportados durante el paro nacional de 2021 (Indepaz, 2021) y cuatro estaciones de policía. La lista de los nodos utilizados se muestra en la Tabla 4.

A cada nodo se les estimó las coordenadas geográficas de latitud y longitud, y se calculó la distancia geodésica mediante la fórmula de Haversine (ecuación 25). Posteriormente, se estimó la distancia real de desplazamiento utilizando Google Maps. Estas distancias se consideran una aproximación adecuada de la longitud de los recorridos sobre la red vial urbana. La relación entre la distancia geodésica d^{Hav} y la distancia real d^{GM} se modeló mediante una regresión lineal, en la cual la distancia calculada mediante la fórmula de Haversine se empleó como variable explicativa, mientras que la distancia real se consideró como variable dependiente. La relación entre ambas variables para evaluar la pertinencia de una aproximación lineal se muestra en la Fig. 6, mediante un diagrama de dispersión, junto con la recta de regresión estimada y el coeficiente de determinación.

Tabla 4. Nodos del modelo: focos de protesta y estaciones de policía.

ID	Tipo	Nombre	Dirección
F1	Foco de protesta	Sameco	Calle 70 con Avenida 3N
F2	Foco de protesta	Paso del Comercio	Carrera 1 con Calle 70
F3	Foco de protesta	Portada al Mar	Avenida 4 Oeste con Calle 2 Oeste
F4	Foco de protesta	Loma de la Cruz	Calle 5 con Carrera 16
F5	Foco de protesta	Glorieta de Siloé	Avenida de los Cerros con Carrera 52
F6	Foco de protesta	La Luna	Calle 13 con Autopista Suroriental
F7	Foco de protesta	Puente de los Mil Días	Calle 73 con Carrera 15
F8	Foco de protesta	Calipso	Calle 70 con Carrera 28D
F9	Foco de protesta	Puerto Madera	Calle 36 con Carrera 29
F10	Foco de protesta	Nuevo Latir	Calle 73 con Carrera 28D
F11	Foco de protesta	Puerto Rellena	Autopista Simón Bolívar con Carrera 46
F12	Foco de protesta	Meléndez	Calle 5 con Carrera 94
F13	Foco de protesta	Universidad del Valle	Calle 13 con Carrera 100
D1	Estación de policía	Fray Damián	Calle 13A #13–41
D2	Estación de policía	La Rivera	Carrera 1D #67–00
D3	Estación de policía	El Lido	Carrera 52 #2–00
D4	Estación de policía	Los Mangos	Diagonal 26M #73–00

La regresión presentó un alto nivel de ajuste. El coeficiente de determinación obtenido fue $R^2 = 0,9331$, lo que indica que aproximadamente el 93,31 % de la variabilidad observada en la distancia real es explicada por la distancia geodésica. Por su parte, el coeficiente de correlación múltiple alcanzó un valor de 0,966, evidenciando una relación lineal positiva fuerte entre ambas variables.

Para evaluar la significancia estadística del modelo, se consideró el contraste de hipótesis sobre el coeficiente asociado a la variable explicativa. En particular, se plantearon las siguientes hipótesis:

$$H_0 : \beta_1 = 0 \quad \text{y} \quad H_a : \beta_1 \neq 0$$

Donde, H_0 establece que la distancia geodésica no tiene capacidad explicativa sobre la distancia real. La regla de decisión consiste en rechazar H_0 si el p -valor es menor que el nivel de significancia α . El p -valor obtenido fue $1,44 \times 10^{-160}$, valor considerablemente inferior a $\alpha = 0,05$. En consecuencia, se rechaza la hipótesis nula y se concluye que existe una relación lineal estadísticamente significativa entre la distancia geodésica y la distancia real. Este resultado confirma que la variable d^{Hav} constituye un predictor relevante dentro del modelo. Adicionalmente, el error típico de la regresión fue de 0,86, lo que indica que las predicciones del modelo presentan, en promedio, una desviación de aproximadamente 0,86 unidades respecto a los valores reales. Considerando que las distancias analizadas se encuentran en un promedio de 7,56 km. Aunque este valor es relativamente bajo en comparación con la variabilidad total explicada, su existencia sugiere la presencia de factores no

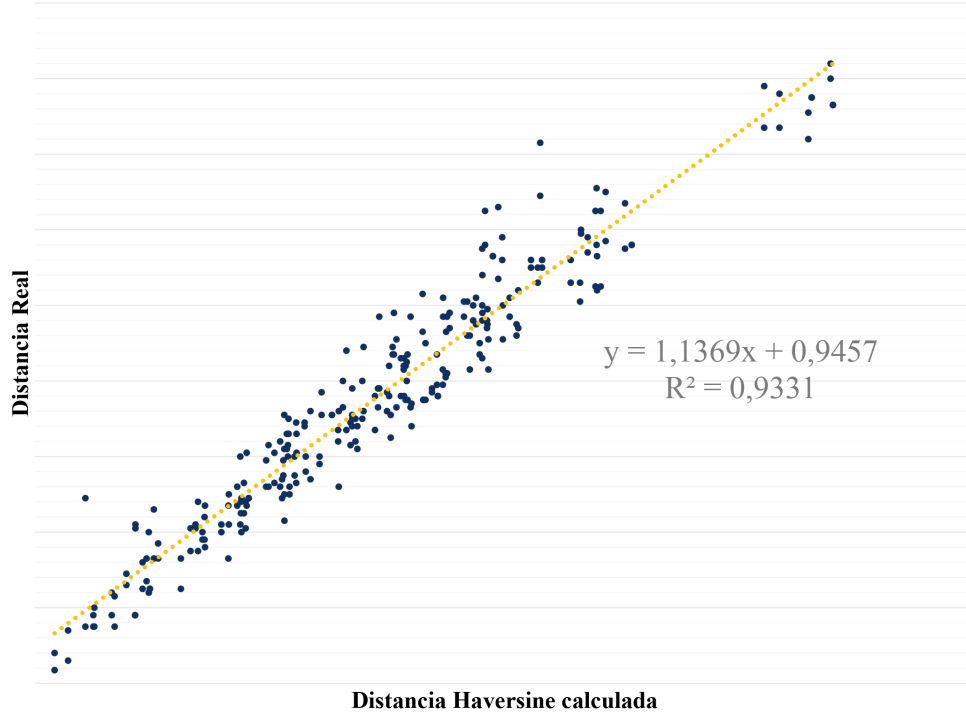


Figura 6. Gráfico de dispersión entre las variables Distancia Real y Distancia Haversine.

capturados por el modelo lineal, tales como características específicas de la red vial (topografía, conectividad, sentido de las vías, entre otros).

En términos prácticos, el modelo estimado toma la forma: $d^{GM} = 0,9457 + 1,1369 \cdot d^{Hav}$. En consecuencia, la distancia empleada en la generación de las instancias se define como una versión calibrada de la distancia Haversine, como se muestra en la ecuación 26.

$$dist_{ij} = \beta_0 + \beta_1 \cdot d_{ij}^{Hav}, \quad \forall (i, j) \in N \quad (26)$$

Donde d_{ij}^{Hav} corresponde a la distancia geodésica calculada mediante la fórmula de Haversine, y los coeficientes $\beta_0 = 0,9457$ y $\beta_1 = 1,1369$ obtenidos en la regresión lineal.

Asignación de demanda de personal policial

A cada i nodo seleccionado se le asigna una demanda de personal policial, denotada como dem_i , la cual representa el número mínimo de agentes requeridos para atender adecuadamente dicho foco de protesta. De acuerdo con los lineamientos operativos establecidos en la Resolución 1091 de 2023 (Policía Nacional de Colombia, 2023), se considera un mínimo de 25 policías por nodo, valor que constituye la unidad básica de despliegue en los escenarios analizados.

La demanda de agentes se asigna de manera aleatoria a partir de un conjunto discreto de niveles predefinidos, representativos de distintos grados de intensidad del evento. En particular, los valores posibles de demanda corresponden a 25, 50, 75, 100 o 125 agentes por nodo. Esta discretización permite modelar escenarios de baja, media y alta complejidad operativa, manteniendo al mismo tiempo una interpretación clara desde el punto de vista táctico. Este enfoque busca capturar la heterogeneidad de los focos de protesta, reconociendo que no todos los nodos requieren el mismo nivel de intervención policial y que la asignación de recursos debe responder a dicha variabilidad.

Tiempo de servicio en los nodos

A cada nodo $i \in I$ se le asigna un tiempo de servicio s_i en horas, que representa el tiempo requerido para estabilizar el nodo una vez se ha desplegado el personal policial correspondiente. Este tiempo incluye actividades como el aseguramiento del área, el control del orden público y la coordinación operativa en el sitio. El tiempo de servicio se modela como proporcional al número de agentes requeridos en el nodo. Para ello, se define un factor γ con unidades de *horas/agente*, el cual representa el tiempo promedio de atención requerido por cada agente desplegado. En particular, se asume que $\gamma \in [0,014, 0,020]$. Este intervalo permite introducir variabilidad en la duración del servicio, manteniendo valores consistentes con tiempos operativos razonables. Por ejemplo, un nodo con una demanda de 25 agentes tendría un tiempo de servicio mínimo aproximado de $25 \times 0,014 = 0,35$ horas; alrededor de 21 minutos, mientras que nodos con mayor demanda implican tiempos de intervención más prolongados, reflejando una mayor complejidad operativa.

Formalmente, el tiempo de servicio se calcula como se muestra en la ecuación (27).

$$s_i = dem_i \cdot \gamma, \quad \forall i \in I \quad (27)$$

De esta manera, se incorpora una relación directa entre el nivel de recursos requeridos y la duración de la intervención, introduciendo heterogeneidad en los tiempos de atención sin perder coherencia operativa. Este supuesto, aunque simplificado, permite capturar de forma razonable el hecho de que eventos que requieren mayor despliegue de personal suelen demandar mayores tiempos de estabilización.

Asignación de demanda de vehículos

Sumado a la demanda de personal, a cada nodo $i \in N$ se le asigna una demanda del tipo de vehículo k , denotada como μ_{ik} . En el presente estudio se consideran dos tipos de recursos vehiculares:

- $k = 1$: **CAI Móvil**, utilizado principalmente para el transporte de personal policial, con una capacidad operativa de cinco policías por vehículo.
- $k = 2$: **Vehículo Kronos**, empleado para apoyo táctico y control de orden público, con una capacidad operativa de diez policías por vehículo.

La demanda de vehículos Kronos (μ_{i2}) se asigna en función del nivel de demanda de personal policial del nodo, siguiendo una lógica escalonada que busca mantener coherencia entre la magnitud del evento y los recursos desplegados. En particular, para nodos con una demanda de 25 policías se asigna un vehículo Kronos; para demandas intermedias (50 y 75 policías), la demanda se genera de manera aleatoria entre uno y dos vehículos Kronos; y para demandas altas (100 policías o más), se asignan entre dos y tres vehículos Kronos. A diferencia de los demás recursos considerados, los CAI Móviles no poseen una demanda propia asociada a los nodos. Su utilización se encuentra condicionada por la demanda de agentes policiales requerida en cada foco de protesta, por lo que el requerimiento de este tipo de recurso surge de manera indirecta a partir de las necesidades de personal.

Indicador de prioridad

Con el fin de representar la importancia relativa de cada foco de protesta dentro del proceso de asignación de recursos policiales, se propone un indicador compuesto de prioridad para cada nodo $i \in I$. Este indicador busca capturar diferentes dimensiones asociadas a la criticidad operativa de un punto de atención, integrando factores relacionados con el riesgo de alteración del orden público, la concentración poblacional y la cercanía a infraestructura sensible o estratégica. El indicador propuesto se define mediante la ecuación (28).

$$p_i = w_1 RD_i + w_2 DP_i + w_3 INF_i \quad (28)$$

Donde RD_i representa el riesgo de incidencia delictiva y alteración del orden público en el nodo i ; DP_i corresponde a la densidad poblacional; INF_i representa la cercanía a infraestructura sensible o estratégica asociada al nodo; y w_1 , w_2 y w_3 corresponden a los pesos asignados a cada factor. Los pesos satisfacen la condición $w_1 + w_2 + w_3 = 1$.

En esta investigación se consideran los valores $w_1 = 0,5$, $w_2 = 0,3$ y $w_3 = 0,2$. Esta asignación busca otorgar mayor relevancia al componente asociado al riesgo de alteración del orden público, dado que dicho factor se relaciona directamente con la necesidad operativa de intervención policial. La densidad poblacional se considera como un factor de importancia intermedia, mientras que la

cercanía a infraestructura sensible se incorpora como un componente complementario dentro de la evaluación de criticidad. Los valores asignados a los pesos no corresponden a un proceso de calibración empírica ni a una validación con expertos, sino a una definición conceptual adoptada para representar la importancia relativa de cada factor dentro del contexto de estudio y permitir la construcción del indicador de prioridad utilizado en los experimentos computacionales.

El factor de riesgo de incidencia delictiva RD_i se construyó utilizando información reportada en el Plan Integral de Seguridad, Convivencia Ciudadana y Justicia de Cali 2024-2027 (PISCCJ) (Alcaldía de Santiago de Cali, 2024), particularmente indicadores asociados a problemáticas de seguridad y convivencia a nivel de comuna. Dichos valores fueron asignados a cada barrio con base en su pertenencia administrativa a la comuna correspondiente y posteriormente normalizados respecto al valor máximo observado, de acuerdo con la expresión $RD_i = RD'_i / \max_{i \in I} (RD'_i)$, donde RD'_i corresponde a la incidencia delictiva propia de ese nodo. Lo anterior se realiza con el fin de garantizar comparabilidad entre nodos.

Por su parte, el factor de densidad poblacional DP_i se calculó utilizando la información de población por barrio correspondiente al año 2018, publicada por la Alcaldía de Cali (Departamento Administrativo de Planeación Municipal, 2022), la cual fue cruzada con los datos de área de cada barrio, expresados en hectáreas, consultados desde el portal de Infraestructura de Datos Espaciales de Santiago de Cali (Departamento Administrativo de Planeación Municipal, 2025). A partir de esta información, la densidad poblacional se definió como el cociente entre la población y el área del barrio, es decir, $DP'_i = Pobi / Ar_i$, donde $Pobi$ representa la población del nodo y Ar_i su superficie. Posteriormente, los valores fueron normalizados mediante la expresión $DP_i = DP'_i / \max_{i \in I} (DP'_i)$, donde DP'_i corresponde a la densidad poblacional calculada para ese nodo.

Finalmente, el factor asociado a la cercanía a infraestructura sensible INF_i se generó como una distancia expresada en metros dentro de un intervalo predefinido [50, 1500], representando distintos niveles de proximidad a infraestructura estratégica. Dado que una menor distancia implica una mayor criticidad operativa, este factor fue normalizado de forma inversa mediante la siguiente expresión:

$$INF_i = 1 - \frac{INF'_i - \min_{i \in I} (INF'_i)}{\max_{i \in I} (INF'_i) - \min_{i \in I} (INF'_i)}$$

donde INF'_i corresponde a la distancia original asociada al nodo i . De esta manera, los nodos más cercanos a infraestructura sensible obtienen valores de prioridad más altos. Finalmente, todos los componentes del indicador quedan expresados en una escala común, permitiendo su combinación coherente en la construcción del indicador compuesto de prioridad p_i .

En este sentido, la caracterización de los factores asociados a la prioridad de atención debe entenderse como una aproximación conceptual sustentada en la literatura revisada y orientada a la construcción del indicador utilizado en el modelo, más que como una validación empírica exhaustiva de la influencia relativa de dichos factores en escenarios reales de protesta.

Generación de ventanas de tiempo

Con el fin de representar la dimensión temporal del problema, a cada nodo $i \in I$ se le asigna una ventana de tiempo definida por un instante de inicio temprano α_i y un instante de inicio tardío β_i . Esta ventana determina el intervalo dentro del cual un vehículo puede llegar al nodo para que la atención sea considerada efectiva. En particular, se permite que un vehículo arribe al nodo i en cualquier instante t tal que $\alpha_i \leq t \leq \beta_i$. Cabe notar que, si un vehículo arriba exactamente en el instante β_i , la atención del nodo sigue siendo válida y el servicio se inicia en dicho momento, finalizando en el instante $\beta_i + s_i$, donde s_i denota el tiempo de servicio asociado al nodo.

La ventana temprana α_i se genera de manera aleatoria dentro de un intervalo comprendido entre las 6:00 y las 14:00 horas, que es representativo del período del día en el que usualmente se concentran los eventos de protesta. Posteriormente, la ventana tardía β_i se construye como un desplazamiento positivo respecto a α_i , cuya magnitud depende de un esquema probabilístico de tres grupos: (i) ventanas cortas, con incrementos entre 4 y 5 horas; (ii) ventanas medias, con incrementos entre 6 y 7 horas; y (iii) ventanas amplias, con incrementos entre 8 y 10 horas. La asignación de cada nodo a uno de estos grupos se realiza de manera aleatoria con probabilidades 0,2, 0,3 y 0,5, respectivamente. De esta forma, se favorece la generación de ventanas de mayor amplitud, incrementando la probabilidad de factibilidad de las instancias sin eliminar la heterogeneidad temporal entre nodos.

Este diseño introduce variabilidad controlada en la superposición temporal de las demandas, permitiendo analizar el desempeño del modelo bajo distintos niveles de flexibilidad operativa. Al mismo tiempo, el sesgo hacia ventanas más amplias reduce la ocurrencia de combinaciones extremas que conduzcan sistemáticamente a instancias infactibles, garantizando un conjunto de prueba computacionalmente exigente pero resoluble.

Generación de clústeres

Con el propósito de incorporar una estructura espacial realista en las instancias del problema, los nodos se agrupan utilizando como referencia la división político-administrativa oficial de la ciudad de Cali. En Colombia, las ciudades se encuentran subdivididas en unidades territoriales denominadas

comunas, las cuales corresponden a sectores urbanos definidos legal y administrativamente por las autoridades municipales. En el caso de Santiago de Cali, estas comunas agrupan barrios geográficamente cercanos y con características urbanas relativamente homogéneas.

En esta investigación, la información de comuna no se propone como una partición nueva del territorio, sino que se toma directamente de la división geopolítica oficial de la ciudad. A partir de esta estructura administrativa, los nodos seleccionados en cada instancia se agrupan según la comuna a la que pertenece el barrio correspondiente. De esta manera, cada comuna actúa como un clúster espacial natural, conformado por nodos relativamente cercanos entre sí. Este procedimiento permite reflejar de forma más realista la organización territorial de la ciudad y facilita la construcción de rutas coherentes en escenarios con múltiples focos de protesta distribuidos geográficamente.

El número de clústeres considerado en cada instancia depende de las comunas presentes dentro del subconjunto de nodos seleccionado aleatoriamente. Sin embargo, con el fin de mantener un balance entre granularidad espacial y complejidad computacional del problema, se adopta adicionalmente una referencia basada en el tamaño de la instancia. En particular, el tamaño objetivo de los clústeres se define mediante la expresión $\tau = \sqrt{|N|}$, donde $|N|$ corresponde al número total de focos de protesta considerados en la instancia analizada. Esta regla ha sido ampliamente utilizada en estadística y análisis exploratorio de datos, donde la raíz cuadrada del tamaño de la población se emplea como una aproximación para determinar tamaños de muestra o niveles de agregación que permitan capturar la variabilidad del sistema sin incurrir en una fragmentación excesiva. En el contexto del presente estudio, dicha aproximación permite generar agrupaciones de tamaño intermedio: suficientemente pequeñas para preservar la heterogeneidad territorial de los focos, pero lo bastante grandes para evitar un número excesivo de clústeres que dificulte la resolución del problema de ruteo.

Por ejemplo, para una instancia con $|N| = 8$ focos de protesta, se obtiene $\tau = \sqrt{8} \approx 2,83$. Al redondear este valor al entero superior, se considera un total de 3 clústeres para dicha instancia. De manera análoga, el número de agrupaciones aumenta progresivamente conforme se incrementa el tamaño de la instancia. Esta formulación introduce un mecanismo de escalamiento natural, de modo que a medida que aumenta el número de focos considerados, el número de clústeres no crece de forma lineal. Esto resulta consistente con la lógica operativa de la planificación policial, en la que la complejidad del despliegue aumenta con la extensión territorial del evento, pero no de manera proporcional al número de puntos de atención individuales.

Parámetros operativos fijos del sistema

Con el fin de establecer condiciones operativas homogéneas entre las distintas instancias evaluadas, se definió un conjunto de parámetros fijos que representan supuestos operativos generales del sistema de atención policial. Estos parámetros no dependen del escenario específico ni del número de focos considerados, y reflejan condiciones estándar de operación bajo las cuales se evalúa el desempeño del modelo.

En primer lugar, se establece una velocidad promedio de desplazamiento de los vehículos policiales de $Vel = 25 \text{ km/h}$, valor que busca representar condiciones reales de movilidad en un entorno urbano durante eventos de protesta, donde la congestión vial y las restricciones de tránsito suelen reducir la velocidad efectiva de operación. La capacidad de los vehículos q , define el número máximo de agentes de policía que pueden ser transportados en cada tipo de vehículo. Particularmente, se consideran dos tipos de vehículos CAI móvil y Kronos, cada uno con capacidades de 5 y 10 respectivamente, lo que permite capturar diferencias operativas entre unidades de menor y mayor capacidad de respuesta.

Por su parte, el parámetro h_d representa la disponibilidad de agentes de policía en cada estación durante el periodo de planificación, permitiendo modelar diferencias en la capacidad operativa entre estaciones. En todas las instancias se consideró una disponibilidad fija de personal correspondiente a $h_{D1} = 40$, $h_{D2} = 30$, $h_{D3} = 30$ y $h_{D4} = 40$ agentes. Esta distribución busca representar una capacidad operativa heterogénea entre estaciones, consistente con diferencias en cobertura territorial y tamaño operativo de los distritos policiales considerados.

Finalmente, el parámetro v_{dk} define la disponibilidad de vehículos por tipo en cada estación de policía. Esta información permite incorporar de manera explícita la distribución heterogénea de recursos en el territorio, aspecto fundamental para representar de forma realista las restricciones del sistema de despliegue policial. En particular, para los vehículos de tipo 1 se consideró una disponibilidad de cuatro unidades en cada estación, mientras que para los vehículos de tipo 2 se definió una disponibilidad diferenciada: dos unidades en las estaciones $D1$ y $D4$, y una unidad en las estaciones $D2$ y $D3$. Esta configuración busca representar un esquema operativo razonable en el que ciertos distritos disponen de una mayor capacidad de respuesta especializada frente a escenarios de alta complejidad.

5.3. Resultados numéricos

En esta sección se presentan los resultados computacionales obtenidos al resolver el modelo propuesto bajo el enfoque de optimización lexicográfica descrito previamente. Para cada instancia, se

reportan los valores de las funciones objetivo en ambas fases del procedimiento, así como métricas adicionales que permiten evaluar el desempeño del modelo desde una perspectiva operativa y computacional.

La Tabla 5 resume, para cada instancia analizada, el nivel de cobertura ponderado alcanzado (Cob) y la distancia total recorrida (Dist), tanto en la fase de maximización de cobertura (F1) como en la fase de minimización de distancia (F2). Las distancias reportadas se encuentran expresadas en kilómetros. Adicionalmente, se reporta el número de vehículos utilizados (Veh) y el número de nodos completamente atendidos (Nod) en cada fase. Asimismo, se incluyen indicadores de desempeño computacional, tales como la brecha relativa de optimalidad (Gap) reportada por el solver Gurobi y el tiempo total de resolución empleado en cada instancia, expresado en segundos. Finalmente, $|I|$ corresponde al número de nodos de demanda considerados en cada instancia.

Tabla 5. Resultados computacionales del modelo MVPTP bajo enfoque lexicográfico.

#	I	Cob F1	Dist F1	Veh F1	Nod F1	Gap F1	Cob F2	Dist F2	Veh F2	Nod F2	Gap F2	Tiempo
1	8	1,000	485,31	19	8	0,000	1,000	250,96	14	8	0,060	300,59
2	8	1,000	503,93	20	8	0,000	1,000	240,40	14	8	0,128	300,64
3	8	1,000	736,61	22	8	0,000	1,000	488,14	19	8	0,015	301,10
4	8	1,000	942,65	22	8	0,000	1,000	508,11	22	8	0,000	4,60
5	8	1,000	679,67	21	8	0,000	1,000	328,47	14	8	0,076	300,48
6	12	1,000	1439,99	22	12	0,000	1,000	770,92	22	12	0,051	301,52
7	12	1,000	1366,34	22	12	0,000	1,000	827,33	22	12	0,054	301,74
8	12	0,893	1275,80	22	11	0,119	0,893	664,33	22	11	0,213	601,08
9	12	1,000	891,01	22	12	0,000	1,000	529,72	21	12	0,096	301,40
10	12	1,000	1331,53	22	12	0,000	1,000	705,33	22	12	0,128	302,48
11	16	0,770	1324,75	22	12	0,299	0,770	801,25	21	12	0,430	601,46
12	16	0,859	1432,93	22	13	0,164	0,859	824,87	22	13	0,348	601,41
13	16	0,890	1220,40	22	14	0,124	0,890	734,53	20	14	0,467	601,21
14	16	0,758	915,82	22	12	0,320	0,758	548,84	22	12	0,324	601,24
15	16	0,854	1009,59	22	14	0,171	0,854	540,70	20	14	0,357	601,22
16	20	0,687	1117,49	22	14	0,455	0,687	592,30	22	14	0,489	601,34
17	20	0,648	949,74	22	13	0,543	0,648	483,55	19	13	0,425	601,52
18	20	0,833	1081,25	22	17	0,200	0,833	593,73	20	17	0,411	601,59
19	20	0,733	1073,57	22	14	0,364	0,733	581,92	21	14	0,362	601,57
20	20	0,856	1121,90	22	16	0,168	0,856	538,17	19	16	0,377	601,41
21	24	0,733	1319,39	22	17	0,364	0,733	636,29	21	17	0,388	601,51
22	24	0,658	1284,60	22	16	0,521	0,658	619,76	22	16	0,485	601,57
23	24	0,643	1194,03	22	16	0,554	0,643	587,69	21	16	0,502	601,42
24	24	0,566	1258,95	22	14	0,765	0,566	570,06	19	14	0,584	601,35
25	24	0,663	1261,04	22	16	0,509	0,663	637,05	22	16	0,534	602,12
26	28	0,621	1437,43	22	18	0,611	0,621	658,43	20	18	0,557	601,48
27	28	0,689	1735,23	22	20	0,451	0,689	841,30	22	20	0,560	602,67
28	28	0,627	1533,15	22	18	0,596	0,627	602,59	21	18	0,559	601,45
29	28	0,761	1637,36	22	20	0,313	0,761	800,82	20	20	0,507	601,57
30	28	0,614	1643,59	22	17	0,630	0,614	810,04	22	17	0,597	601,58

A partir de los resultados presentados, se observa que el modelo alcanza niveles de cobertura completos en la mayoría de las instancias de menor tamaño, particularmente cuando el número de focos de protesta es reducido. Sin embargo, a medida que aumenta el tamaño del conjunto de nodos $|I|$, la cobertura obtenida tiende a disminuir progresivamente. Este comportamiento se explica principalmente porque la disponibilidad de recursos policiales y vehículos se mantiene constante en todas las instancias, mientras que el número de focos de atención y la demanda total del sistema aumentan conforme crece el tamaño del problema. En consecuencia, el modelo enfrenta escenarios cada vez más restrictivos desde el punto de vista operativo, en los cuales no resulta posible atender completamente todos los nodos dentro de las capacidades disponibles y las restricciones temporales establecidas. Bajo estas condiciones, el modelo debe seleccionar estratégicamente qué nodos atender, favoreciendo aquellos con mayor contribución al indicador de cobertura ponderada definido en la función objetivo. Este comportamiento resulta consistente con la lógica del problema planteado y evidencia que la formulación es capaz de representar decisiones de asignación selectiva de recursos bajo las restricciones consideradas en los escenarios experimentales. Dicho patrón puede observarse en la Fig. 7, donde se aprecia una reducción gradual en la cobertura alcanzada conforme aumenta el número de nodos considerados en cada instancia.

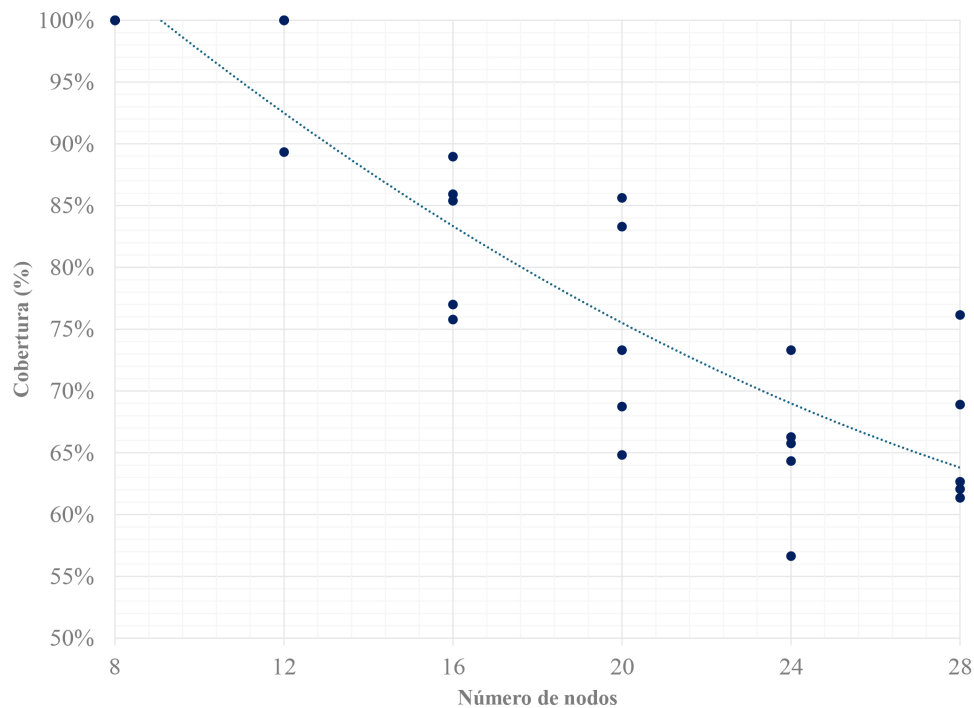


Figura 7. Relación entre cobertura del modelo y tamaño de instancia.

En relación con la segunda fase del enfoque lexicográfico, los resultados muestran reducciones significativas en la distancia total recorrida respecto a las soluciones obtenidas en F1, manteniendo

constante en todos los casos el nivel de cobertura ponderada alcanzado en la primera fase. Asimismo, se observa que el número de vehículos utilizados tiende a mantenerse constante o incluso reducirse ligeramente en F2, lo que sugiere una utilización más eficiente de los recursos disponibles. Estos resultados evidencian que, una vez fijado el nivel máximo de cobertura alcanzable, el modelo es capaz de reorganizar las rutas para obtener configuraciones operativamente más eficientes sin comprometer el desempeño de la función objetivo principal. Finalmente, los valores de Gap reportados muestran que, a medida que aumenta el tamaño de las instancias, el problema presenta una mayor complejidad computacional. Este comportamiento se refleja tanto en brechas de optimalidad más elevadas como en tiempos de resolución cercanos al límite computacional establecido. Dicho resultado es consistente con la complejidad inherente de los problemas de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo y múltiples restricciones, donde el crecimiento del número de nodos incrementa significativamente el espacio de soluciones factibles que debe explorar el solver.

5.4. Análisis de resultados

Para complementar el análisis de los resultados individuales, la Tabla 6 presenta los valores promedio de las principales métricas agrupadas por tamaño de instancia. En particular, se reporta el número de nodos de demanda considerados ($|I|$), la cobertura ponderada promedio alcanzada sobre las cinco instancias evaluadas para cada tamaño, la cual se mantiene constante entre las fases F1 y F2 debido a la naturaleza del enfoque lexicográfico implementado. Asimismo, se presenta la distancia promedio recorrida en la fase de maximización de cobertura (Dist F1) y en la fase de minimización de distancia (Dist F2), así como la reducción promedio de distancia entre ambas fases (Δ Dist). Adicionalmente, se incluye el tiempo promedio de resolución computacional por grupo de instancias. Todas las distancias se expresan en kilómetros y los tiempos en segundos. Este análisis permite identificar tendencias generales en el comportamiento del modelo a medida que aumenta la complejidad del problema.

Tabla 6. Resultados promedio por tamaño de instancia.

 I 	Cobertura prom.	Dist F1 prom.	Dist F2 prom.	Δ Dist	Tiempo prom.
8	100,00 %	669,63	363,22	306,42	241,48
12	97,87 %	1260,93	699,53	561,41	361,64
16	82,61 %	1180,70	690,04	490,66	601,31
20	75,16 %	1068,79	557,93	510,86	601,48
24	65,26 %	1263,60	610,17	653,43	601,60
28	66,23 %	1597,35	742,64	854,72	601,75

Por su parte, la distancia total recorrida en la fase F1 tiende a incrementarse con el tamaño de

la instancia, aunque no de manera estrictamente monótona, lo que sugiere que la configuración espacial de los nodos también influye en el esfuerzo logístico requerido. No obstante, en todos los casos, la fase F2 logra reducir significativamente la distancia recorrida, manteniendo constante el nivel de cobertura ponderada alcanzado. Esta reducción evidencia la efectividad del enfoque lexicográfico como mecanismo de refinamiento de soluciones. En particular, la reducción promedio de distancia (Δ Dist) aumenta con el tamaño del problema, pasando de aproximadamente 306 km en instancias pequeñas a más de 850 km en instancias grandes. Este resultado indica que el margen de mejora en la eficiencia de las rutas es mayor en escenarios de mayor escala, donde existe un mayor número de combinaciones factibles que pueden ser explotadas en la segunda fase del modelo.

La relación entre cobertura ponderada y distancia recorrida en la fase F2 se ilustra en la Fig. 8, donde cada punto representa una instancia del problema. Los diferentes colores y marcadores identifican el tamaño del conjunto de nodos de demanda considerado en cada caso: las instancias con $|I| = 8$ se representan mediante círculos naranjas, las de $|I| = 12$ mediante círculos azules, las de $|I| = 16$ mediante triángulos rojos, las de $|I| = 20$ mediante rombos verdes, las de $|I| = 24$ mediante círculos amarillos y las de $|I| = 28$ mediante cuadrados rosados. De esta manera, la figura permite visualizar la dispersión de resultados obtenidos para cada grupo de instancias según su nivel de complejidad.

En primer lugar, se observa que para instancias pequeñas de $|I| = 8$ y $|I| = 12$, el modelo logra coberturas cercanas o iguales al 100 % con distancias relativamente bajas, lo que evidencia que los recursos disponibles son suficientes para garantizar una atención completa sin incurrir en altos costos de desplazamiento. Sin embargo, a medida que aumenta el tamaño de la instancia, se evidencia una dispersión más amplia en los niveles de cobertura, junto con un incremento general en las distancias recorridas. Este comportamiento refleja directamente el efecto de las restricciones de capacidad y disponibilidad de recursos, bajo las cuales el modelo debe seleccionar estratégicamente subconjuntos de nodos a atender.

Adicionalmente, el gráfico sugiere la existencia de una relación no estrictamente monótona entre cobertura y distancia. En particular, se identifican instancias con niveles de cobertura ponderada similares pero con diferencias significativas en la distancia total recorrida, lo que evidencia la presencia de múltiples configuraciones de ruteo con distinto nivel de eficiencia. Este resultado es coherente con el análisis del enfoque lexicográfico, el cual permite explorar este espacio de soluciones y seleccionar aquellas que minimizan la distancia sin sacrificar cobertura. La existencia de una relación no lineal entre ambas métricas sugiere que incrementos marginales en cobertura ponderada pueden implicar costos crecientes en términos de distancia recorrida.

Finalmente, en términos computacionales, el tiempo promedio de solución muestra un incremento significativo entre instancias pequeñas y medianas, estabilizándose posteriormente en

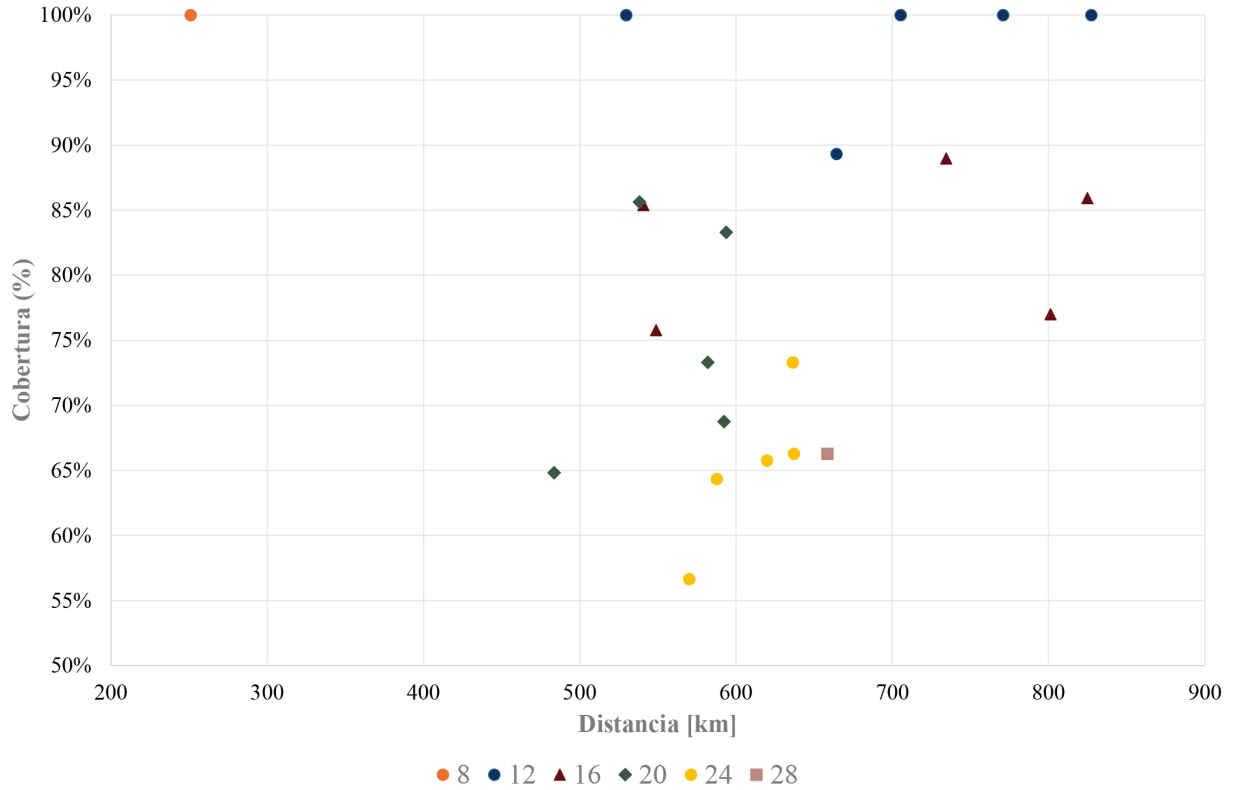


Figura 8. Relación entre Cobertura ponderada y distancia total recorrida.

valores cercanos al límite de tiempo impuesto de 300 segundos por fase. Este comportamiento sugiere que, para instancias de mayor tamaño, el solver utiliza la totalidad del tiempo disponible, debido al aumento en la complejidad combinatoria del problema. Aunque en estos casos se observan brechas de optimalidad relativamente altas, las soluciones obtenidas mantienen coherencia estructural y permiten identificar patrones claros de comportamiento, validando la utilidad del modelo como herramienta de apoyo a la toma de decisiones.

5.5. Visualización de rutas

Para complementar el análisis numérico y visualizar el comportamiento espacial de las soluciones obtenidas, en esta sección se presenta una representación gráfica de una instancia representativa del problema. En particular, se seleccionó una instancia de tamaño $|I| = 16$, correspondiente a un escenario de complejidad intermedia, ya que este tipo de instancia permite evidenciar de manera clara tanto las decisiones de cobertura ponderada como los efectos espaciales asociados a la configuración de rutas bajo restricciones de capacidad.

La Fig. 9 muestra la distribución espacial de los nodos de atención y los depósitos considerados

en dicha instancia sobre la ciudad de Cali. Los nodos fueron ubicados utilizando las coordenadas geográficas asociadas a los centroides de los barrios seleccionados aleatoriamente para la instancia, mientras que los depósitos corresponden a las cuatro estaciones de policía definidas previamente. Asimismo, los nodos se encuentran agrupados en clústeres contruidos a partir de las divisiones administrativas por comuna, las cuales representan subdivisiones territoriales oficiales de la ciudad. En particular, los 16 focos de protesta seleccionados para esta instancia pertenecen a las comunas 4, 5, 8 y 17, conformando así cuatro clústeres espaciales representados mediante diferentes colores en la figura.

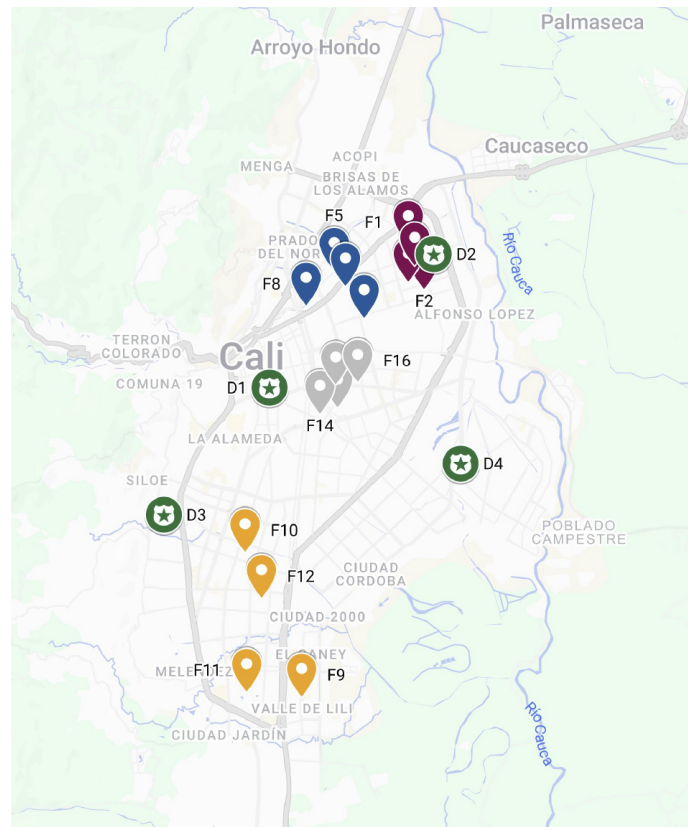


Figura 9. Distribución espacial de los nodos de atención y depósitos sobre la ciudad de Cali.

Fuente: Elaboración propia con base en Google Maps (2026).

Esta representación espacial mostrada en la Fig. 9 sirve como referencia para interpretar las configuraciones de rutas obtenidas posteriormente por el modelo. En las figuras siguientes se presenta la estructura de las rutas generadas en las fases F1 y F2 bajo diferentes configuraciones de depósitos y tipos de vehículo. En particular, con el propósito de ilustrar el impacto del enfoque lexicográfico sobre la configuración de rutas, las Figuras 10 y 11 presentan una comparación entre las soluciones obtenidas en ambas fases para un mismo depósito (D3) y un mismo tipo de vehículo ($k = 1$). Esta selección se realiza con fines ilustrativos, ya que permite comparar directamente cómo cambia la estructura de las rutas cuando se mantiene constante la cobertura ponderada alcanzada y

únicamente se optimiza la distancia recorrida. La Fig. 10 muestra las rutas obtenidas en la fase F1 (maximización de cobertura), mientras que la Fig. 11 presenta la solución correspondiente a la fase F2 (minimización de distancia).

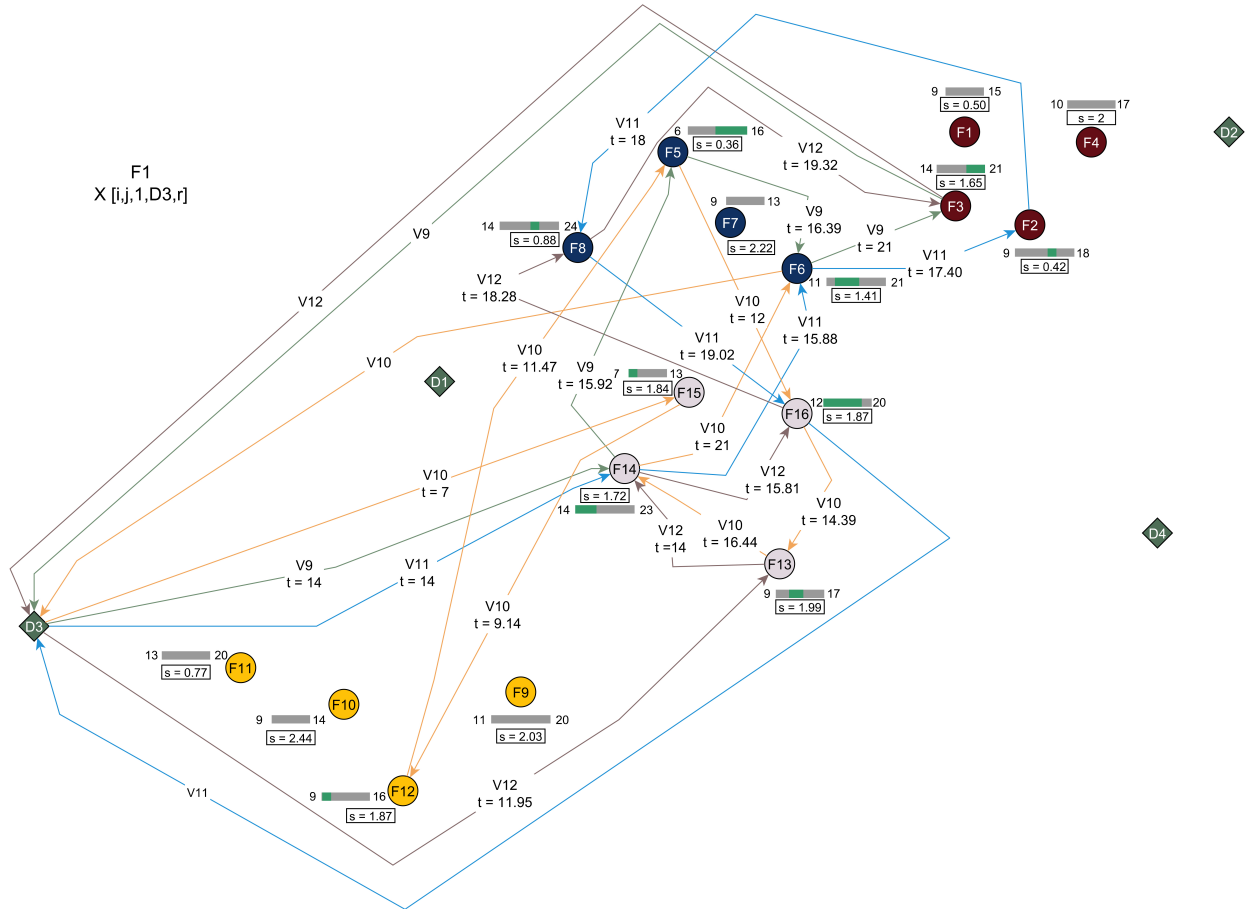


Figura 10. Rutas para vehículos tipo CAI Móvil ($k = 1$) desde el depósito D3 en la fase F1.

Las figuras permiten no solo validar la factibilidad de las soluciones, sino también interpretar de manera intuitiva su estructura espacial y temporal. En las figuras, cada clúster de nodos se representa mediante un color distintivo, mientras que los depósitos se identifican con marcadores en forma de rombo. Las rutas asociadas a cada vehículo se diferencian también por color. Adicionalmente, sobre cada nodo se indica el instante de inicio del servicio. Las ventanas de tiempo asociadas a cada nodo se representan mediante rectángulos grises, los cuales delimitan el intervalo completo permitido para la atención del nodo, definido entre el tiempo de inicio temprano y el tiempo de finalización tardío. Sobre estos rectángulos se superponen rectángulos verdes que representan el intervalo efectivo dentro del cual los vehículos llegan al nodo durante la solución obtenida. De esta manera, la representación gráfica permite comparar visualmente la ventana temporal disponible con el intervalo real de atención generado por el modelo.

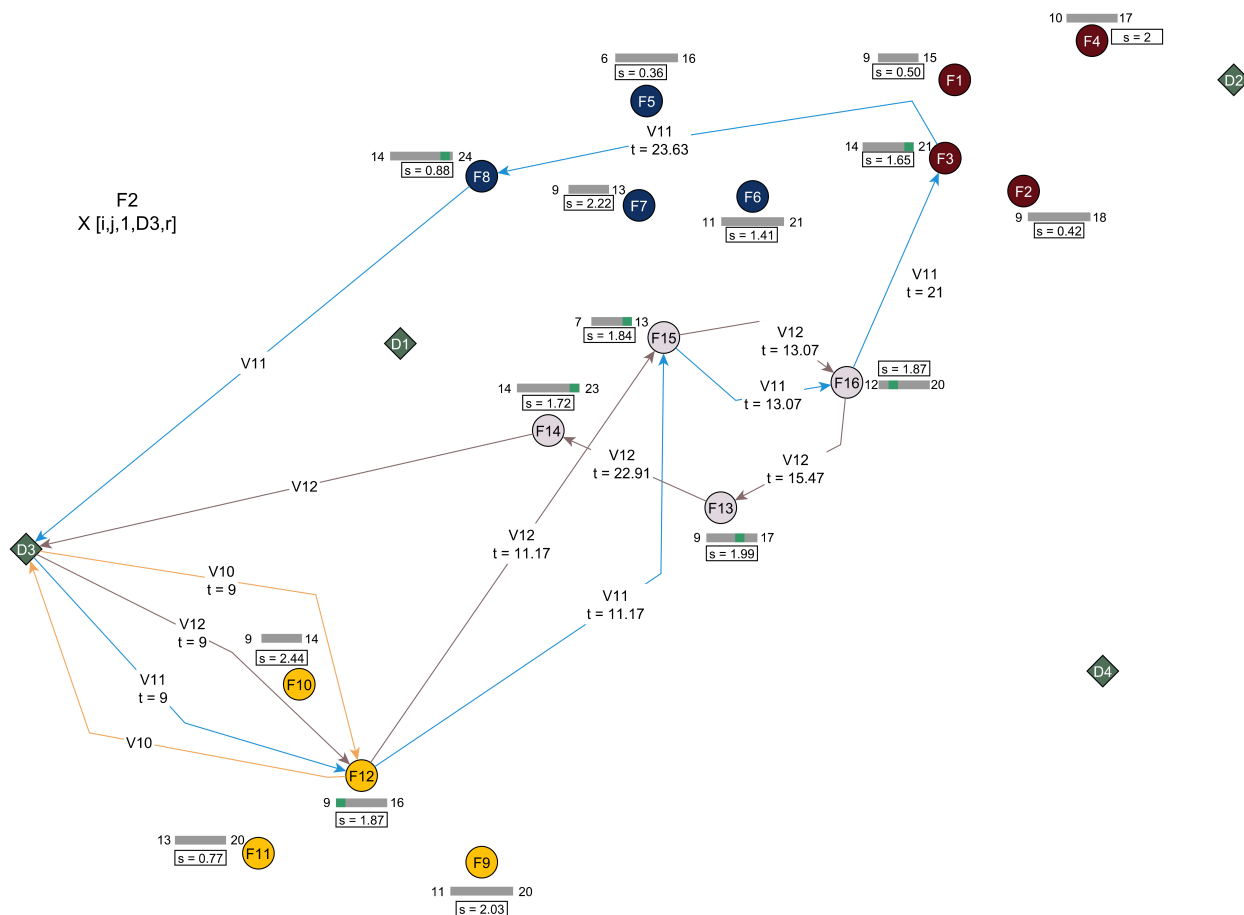


Figura 11. Rutas para vehículos tipo CAI Móvil ($k = 1$) desde el depósito D3 en la fase F2.

Las figuras 12 y 13 presentan una comparación adicional correspondiente a un tipo de vehículo y depósito distintos ($k = 2$ y D4).

En la comparación visual entre las fases F1 y F2 se identifican diferencias claras en la estructura de las rutas. En la fase F1 se observan trayectorias con desplazamientos largos y poco estructurados, incluyendo recorridos que conectan nodos ubicados en zonas distantes de la ciudad, lo cual genera ineficiencias operativas. En contraste, las soluciones obtenidas en la fase F2 presentan rutas más coherentes desde el punto de vista geográfico, con secuencias de atención más compactas y agrupadas espacialmente, reduciendo significativamente estos desplazamientos extensos. Al comparar ambas fases en todas las configuraciones, se observa que el conjunto de nodos atendidos se mantiene invariante, alcanzando una cobertura del 75, 78 %. No obstante, la estructura de las rutas presenta diferencias significativas: mientras que en la fase F1 el objetivo se centra exclusivamente en maximizar la cobertura, en la fase F2 se reorganizan las rutas manteniendo dicha cobertura, pero reduciendo la distancia total mediante recorridos más eficientes.

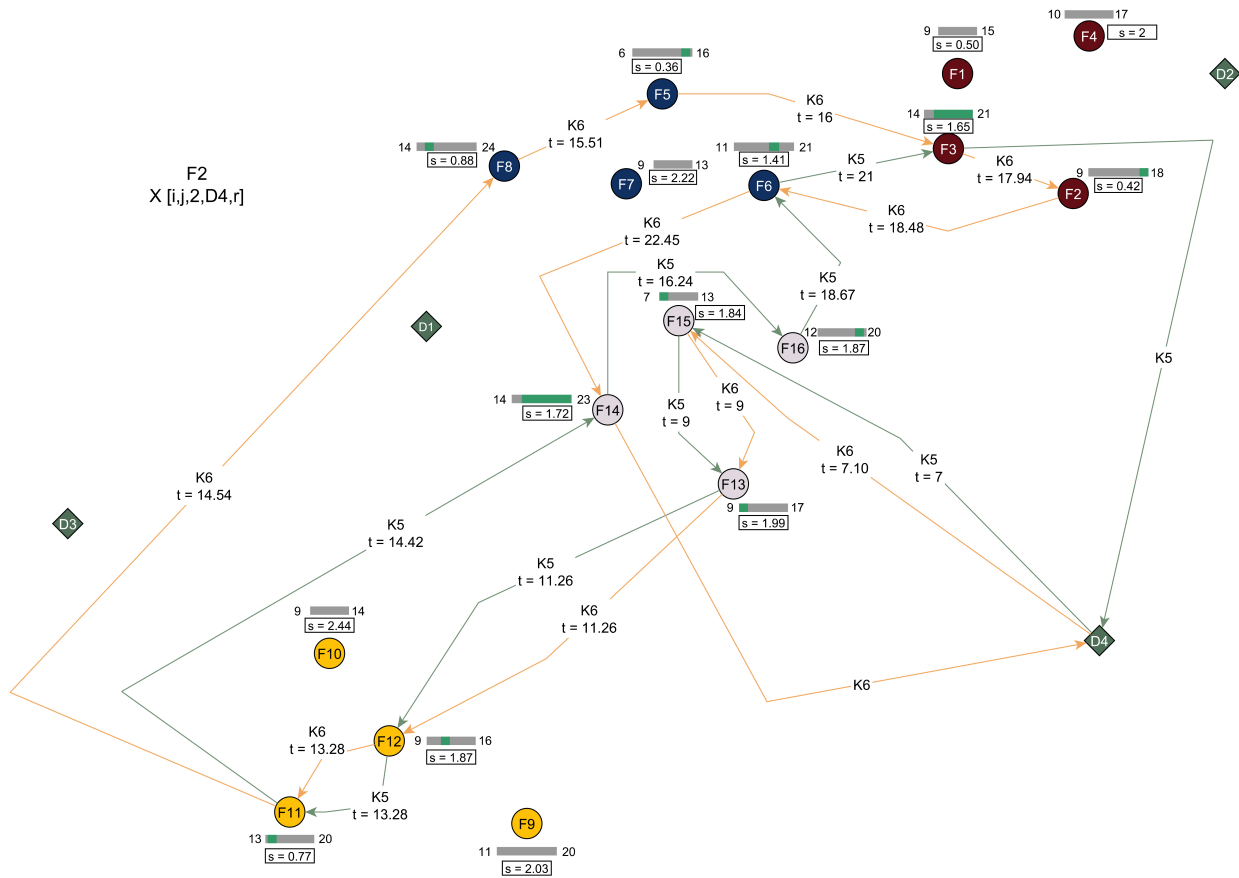


Figura 13. Rutas para vehículos tipo Kronos ($k = 2$) desde el depósito D4 en la fase F2.

5.6. Validación del modelo

La validación del modelo constituye una etapa fundamental del estudio, ya que permite evaluar si la formulación propuesta representa de manera coherente las condiciones operativas del problema y si las soluciones generadas son consistentes con la lógica esperada del sistema de despliegue policial. Este proceso busca analizar el comportamiento del modelo bajo diferentes configuraciones, verificando la influencia de sus componentes principales sobre las decisiones de cobertura y ruteo obtenidas.

Con este propósito, se llevó a cabo un análisis comparativo frente a tres diferentes esquemas de referencia: (i) una versión modificada del modelo matemático en la cual la función objetivo de cobertura no incorpora el indicador de prioridad, asignando el mismo peso a todos los nodos atendidos (subsección 5.6.1), (ii) el modelo matemático donde se optimiza únicamente el objetivo de cobertura sin aplicar el refinamiento lexicográfico sobre la distancia recorrida (subsección 5.6.2), y (iii) una heurística constructiva de tipo greedy, que genera soluciones factibles mediante una

estrategia secuencial basada en criterios de decisión locales (subsección 5.6.3).

5.6.1. Modelo sin priorización de nodos

En esta primera validación se analiza el impacto del indicador de prioridad p_i sobre las decisiones de cobertura generadas por el modelo. Para ello, se considera una versión modificada en la cual todos los nodos poseen la misma importancia relativa dentro de la función objetivo. En consecuencia, la cobertura F1 se redefine como la proporción total de nodos atendidos, sin ponderación por prioridad, tal como se muestra en la ecuación (29).

$$\text{Cobertura nodos} = \frac{\sum_{i \in I} y_i}{|I|} \quad (29)$$

Bajo esta formulación, el modelo busca maximizar únicamente la cantidad de nodos atendidos, independientemente de su nivel de criticidad o prioridad operativa. En contraste, el modelo propuesto incorpora el indicador p_i dentro de la función objetivo, permitiendo ponderar la relevancia relativa de cada foco de protesta en el proceso de selección.

La Tabla 7 presenta una comparación entre el modelo propuesto y el modelo sin priorización, utilizando valores promedio agrupados por tamaño de instancia. En particular, “Cob modelo” corresponde a la cobertura ponderada promedio alcanzada por el modelo original, mientras que “Cob sin prioridad” representa la proporción promedio de nodos atendidos por el modelo modificado. Adicionalmente, la columna “Cob evaluada” corresponde a la evaluación de las soluciones obtenidas por el modelo sin priorización, utilizando la función de cobertura ponderada del modelo original. Finalmente, se reportan las distancias promedio recorridas en kilómetros para la fase F2 para ambos enfoques.

Tabla 7. Comparación entre el modelo con y sin priorización de nodos.

I	Cob modelo	Cob sin prioridad	Cob evaluada	Dist F2 modelo	Dist F2 sin prioridad
8	100,00 %	100,00 %	100,00 %	363,22	363,47
12	97,87 %	100,00 %	100,00 %	699,53	728,73
16	82,61 %	78,75 %	76,29 %	690,04	698,72
20	75,16 %	74,00 %	75,40 %	557,93	561,94
24	65,26 %	65,83 %	64,81 %	610,17	587,44
28	66,23 %	65,71 %	65,61 %	742,64	747,11

Los resultados de la Tabla 7 muestran que ambos modelos presentan desempeños similares en términos de cobertura global y distancia recorrida. Para instancias pequeñas ($|I| = 8$ y $|I| = 12$), ambos enfoques logran coberturas completas o cercanas al 100 %, lo cual indica que los recursos

disponibles son suficientes para atender prácticamente todos los nodos, independientemente del criterio de priorización utilizado.

A medida que aumenta el tamaño de la instancia, las diferencias entre ambos modelos se hacen más visibles. En particular, el modelo sin priorización tiende a obtener valores de cobertura simple similares e incluso ligeramente superiores en algunos casos, debido a que su función objetivo favorece exclusivamente la cantidad de nodos atendidos. Sin embargo, al evaluar dichas soluciones utilizando la función de cobertura ponderada del modelo original (columna “Cob evaluada”), se observa que los valores obtenidos son comparables a los alcanzados por el modelo propuesto, aunque con ligeras variaciones entre tamaños de instancia.

Estos resultados sugieren que la incorporación del indicador de prioridad modifica el proceso de selección de nodos sin generar deterioros significativos en la cobertura total ni en la eficiencia espacial de las rutas. En efecto, las diferencias observadas en la distancia recorrida durante la fase F2 son relativamente pequeñas entre ambos enfoques, lo que indica que la inclusión de criterios de priorización puede integrarse al modelo sin incrementar de manera sustancial los costos operativos asociados al desplazamiento.

En conjunto, el análisis evidencia que el modelo propuesto mantiene un desempeño competitivo frente al modelo sin priorización, incorporando además un criterio estratégico explícito para orientar la asignación de recursos hacia nodos con diferentes niveles de relevancia operativa.

5.6.2. Impacto del enfoque lexicográfico

Con el propósito de analizar el efecto del enfoque lexicográfico sobre la calidad de las soluciones obtenidas, se evaluó la relación entre la cobertura ponderada alcanzada y la distancia total recorrida en las fases F1, de maximización de cobertura ponderada, y F2, de minimización de distancia recorrida. Dado que el modelo utiliza una estrategia de optimización lexicográfica, la segunda fase, F2, se resuelve imponiendo como restricción el valor óptimo alcanzado en la función objetivo primaria de cobertura ponderada. En consecuencia, la optimización de la distancia se realiza manteniendo constante el nivel de cobertura ponderada obtenido en F1. Bajo este esquema, el análisis no se centra en estudiar una posible pérdida de cobertura entre fases, ya que el valor óptimo de la función objetivo principal se mantiene constante. En este sentido, el enfoque lexicográfico evita el trade-off tradicional entre los dos objetivos, por tanto, el análisis se orienta a cuantificar las mejoras operativas que pueden alcanzarse sobre la distancia total recorrida dentro del conjunto de soluciones óptimas respecto a la cobertura ponderada.

Con este fin, se calculó la reducción relativa de distancia entre las fases F1 y F2 mediante la ecuación (30). Adicionalmente, se evaluó la eficiencia espacial de las soluciones a través de la

distancia promedio recorrida por nodo atendido, calculada mediante la ecuación (31). En esta métrica, la distancia total corresponde a la misma expresión utilizada en la función objetivo secundaria del modelo, es decir, la suma de las distancias recorridas sobre todos los arcos utilizados por los vehículos en las rutas construidas. Valores menores de esta medida indican configuraciones de rutas más compactas y una utilización más eficiente de los recursos disponibles.

$$\Delta \% = \frac{\text{Dist}_{F1} - \text{Dist}_{F2}}{\text{Dist}_{F1}} \times 100 \quad (30)$$

$$\text{Eficiencia por nodo} = \frac{\sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sum_{k \in K} \sum_{d \in D} \sum_{r \in R_{dk}} \text{dist}_{ij} x_{ijkdr}}{\sum_{i \in I} y_i} \quad (31)$$

La Tabla 8 presenta, para cada tamaño de instancia, la reducción relativa promedio de distancia obtenida entre ambas fases ($\Delta \%$), así como la eficiencia promedio por nodo atendido en F1 y F2. Los valores reportados corresponden a promedios calculados sobre las cinco instancias generadas para cada tamaño $|I|$.

Tabla 8. Reducción relativa de distancia y eficiencia promedio por nodo atendido.

$ I $	$\Delta \%$	Eficiencia F1	Eficiencia F2
8	45,76 %	83,70	45,40
12	44,52 %	114,63	63,59
16	41,56 %	90,82	53,08
20	47,80 %	76,34	39,85
24	51,71 %	84,24	40,68
28	53,51 %	88,74	41,26

Los resultados de la Tabla 8 muestran que la fase F2 produce reducciones sistemáticas y significativas en la distancia total recorrida. En promedio, las reducciones relativas de distancia oscilan entre aproximadamente el 41 % y el 53 %, dependiendo del tamaño de la instancia. Este comportamiento evidencia que, una vez alcanzado el nivel óptimo de cobertura en F1, aún existe un conjunto amplio de configuraciones de ruteo alternativas sobre las cuales es posible mejorar considerablemente la eficiencia espacial de las soluciones.

Al comparar las soluciones obtenidas en F1 y F2 para las 30 instancias analizadas, se observa además que el conjunto de nodos atendidos permanece invariante entre ambas fases. Este resultado indica que la optimización realizada en F2 no modifica las decisiones estratégicas de selección de nodos definidas en F1, sino únicamente la configuración espacial de las rutas utilizadas para atenderlos. Este comportamiento puede explicarse por la forma en que se calcula la cobertura ponderada (ecuación 1) debido a que, aunque el indicador de prioridad p_i puede tomar valores

continuos entre 0 y 1, los valores asociados a cada nodo permanecen fijos dentro de cada instancia. Bajo esta estructura, pequeñas modificaciones en el conjunto de nodos seleccionados generan cambios directos en el valor de la cobertura alcanzada. Por tanto, encontrar configuraciones alternativas de nodos que mantengan el mismo valor óptimo de cobertura ponderada o uno mejor, resulta computacionalmente restrictivo para el modelo. Bajo estas condiciones, la fase F2 opera principalmente sobre la reorganización espacial de las rutas asociadas a un mismo conjunto de nodos atendidos, permitiendo reducir la distancia total recorrida sin alterar el nivel de cobertura alcanzado.

De manera consistente con lo anterior, la métrica de eficiencia por nodo atendido presenta disminuciones en todos los tamaños de instancia al pasar de F1 a F2. Este resultado indica que las soluciones obtenidas en la segunda fase requieren menores desplazamientos promedio para atender cada nodo, reflejando una mejor compactación espacial de las rutas y una utilización más eficiente de los recursos disponibles.

Desde el punto de vista operativo, los resultados presentados en la Tabla 8 muestran que el enfoque lexicográfico permite mejorar significativamente la eficiencia espacial de las soluciones sin alterar el nivel óptimo de cobertura alcanzado en la función objetivo principal. En particular, la fase F2 reorganiza la estructura de las rutas asociadas al mismo conjunto de nodos atendidos, obteniendo configuraciones con menores recorridos, menor fragmentación espacial y mayor coherencia geográfica. Esto se refleja tanto en las reducciones relativas de distancia observadas como en la disminución sistemática de la distancia promedio recorrida por nodo atendido. En consecuencia, las soluciones obtenidas en F2 corresponden a soluciones no dominadas respecto a los objetivos considerados, ya que permiten mejorar la eficiencia del ruteo sin deteriorar el valor óptimo de cobertura alcanzado en F1. Este comportamiento es coherente con principios clásicos de eficiencia en problemas de ruteo, donde la agrupación espacial de nodos constituye un factor determinante en la construcción de rutas operativamente eficientes (Dantzig & Ramser, 1959).

En conjunto, los resultados permiten concluir que la incorporación del enfoque lexicográfico tiene un impacto positivo sobre la calidad operativa de las soluciones, ya que posibilita obtener configuraciones de ruteo considerablemente más eficientes que aquellas generadas únicamente a partir de la maximización de cobertura ponderada, sin sacrificar ese mismo desempeño alcanzado en la función objetivo principal.

5.6.3. Comparación con heurística constructiva basada en prioridad y distancia

Para evaluar el desempeño del modelo propuesto frente a enfoques heurísticos constructivos, se realizó una comparación con la heurística tipo greedy denominada *Greedy Priority-Distance Heuristic*

(GPDH), cuya formulación y procedimiento se presentan en la sección 4.4. Como se describió previamente, la heurística implementada incorpora criterios de prioridad operativa, proximidad geográfica, ventanas de tiempo, cobertura residual de demanda, requerimientos diferenciados de vehículos y criterios de cobertura territorial asociados a clusters geográficos. La inclusión explícita de estos elementos permite que la heurística represente las principales características operativas consideradas en el modelo matemático, haciendo posible una comparación consistente entre ambos enfoques bajo condiciones equivalentes de evaluación.

La Tabla 9 presenta los resultados promedio obtenidos para ambas aproximaciones en función del tamaño de la instancia $|I|$. En particular, las columnas *Cob. GPDH* y *Cob. Modelo* corresponden a la cobertura ponderada promedio alcanzada por la heurística y el modelo de optimización, respectivamente, calculada a partir del indicador de prioridad utilizado en la función objetivo. Asimismo, las columnas *Dist. GPDH* y *Dist. Modelo* representan la distancia total promedio recorrida por las rutas generadas en cada método, expresada en kilómetros. Finalmente, las columnas *Tiempo GPDH* y *Tiempo Modelo* muestran el tiempo promedio de ejecución requerido por cada aproximación, expresado en segundos. Adicionalmente, la columna Δ *Relativa Cobertura* representa la diferencia relativa porcentual entre la cobertura ponderada obtenida por el modelo y la alcanzada por la heurística GPDH, permitiendo cuantificar la mejora relativa del enfoque exacto respecto a la solución heurística.

Tabla 9. Comparación entre resultados promedio de la heurística GPDH y el modelo propuesto.

$ I $	Cob. GPDH	Dist. GPDH	Tiempo GPDH	Cob. Modelo	Dist. Modelo	Tiempo Modelo	Δ Relativa Cobertura
8	97,05 %	555,35	0,0012	100,00 %	363,22	241,48	2,95 %
12	85,16 %	894,47	0,0019	97,87 %	699,53	361,64	12,98 %
16	33,57 %	792,40	0,0030	82,61 %	690,04	601,31	59,36 %
20	36,09 %	820,28	0,0041	75,16 %	557,93	601,48	51,98 %
24	25,54 %	869,18	0,0054	65,26 %	610,17	601,60	60,87 %
28	27,05 %	983,74	0,0062	66,23 %	742,64	601,75	59,15 %

Los resultados mostrados en la Tabla 9 permiten analizar de manera más profunda el comportamiento comparativo entre el modelo de optimización propuesto y la heurística constructiva GPDH. Más allá de las diferencias numéricas en cobertura, distancia y tiempo de ejecución, se evidencian patrones estructurales asociados a la naturaleza combinatoria del problema y al tipo de estrategia de decisión empleada por cada enfoque.

En primer lugar, se observa que la heurística presenta un desempeño competitivo en instancias de menor tamaño, alcanzando niveles de cobertura ponderada cercanos a los del modelo exacto. Este comportamiento se explica por la menor complejidad combinatoria del espacio de búsqueda

en instancias pequeñas, donde decisiones locales basadas en prioridad y proximidad geográfica son suficientes para generar soluciones razonablemente eficientes. Sin embargo, este desempeño no se mantiene a medida que el tamaño de la instancia aumenta, evidenciándose una degradación progresiva en la calidad de la solución. Este deterioro se atribuye a la naturaleza secuencial del procedimiento greedy, en el cual las decisiones de asignación y ruteo se toman sin considerar explícitamente su impacto global sobre la configuración futura del sistema. En particular, la selección de nodos basada en criterios locales como prioridad, distancia o disponibilidad residual puede inducir asignaciones subóptimas tempranas que restringen la flexibilidad de las rutas posteriores. Este efecto es especialmente relevante en presencia de ventanas de tiempo y requerimientos diferenciados de recursos, donde la factibilidad de las decisiones no depende únicamente del nodo actual, sino de su interacción con toda la secuencia de visitas. En contraste, el modelo de optimización resuelve de manera simultánea la asignación de recursos, la selección de nodos y la construcción de rutas, incorporando explícitamente todas las restricciones operativas dentro de un marco global. Esta formulación permite capturar dependencias intertemporales y espaciales que no son consideradas por la heurística constructiva. Como resultado, el modelo logra configuraciones más eficientes tanto en términos de cobertura ponderada manteniendo niveles superiores al 65 % en todos los tamaños de instancias.

Otro hallazgo relevante es la diferencia en la sensibilidad al escalamiento del problema. Mientras que la heurística presenta una caída significativa en cobertura al aumentar el número de nodos, el modelo exacto mantiene niveles relativamente más estables. Este comportamiento sugiere que la dificultad principal del problema no radica únicamente en la selección de nodos de alta prioridad, sino en la coordinación simultánea de múltiples decisiones interdependientes, particularmente la asignación de vehículos, la secuenciación de visitas y el cumplimiento de ventanas de tiempo.

Con el fin de visualizar de manera más clara las diferencias de desempeño entre ambos enfoques, la Fig. 14 presenta la comparación entre la cobertura ponderada alcanzada por la heurística GPDH y el incremento de cobertura obtenido por el modelo propuesto para cada tamaño de instancia. Se observa que, aunque la heurística mantiene niveles de cobertura relativamente altos en instancias pequeñas, la contribución adicional del modelo exacto aumenta considerablemente conforme crece el número de nodos. En particular, para instancias con $|I| \geq 16$, la diferencia de cobertura entre ambos enfoques se vuelve significativamente más pronunciada, evidenciando que la optimización simultánea de rutas y recursos adquiere mayor relevancia en escenarios de mayor complejidad operativa. Este comportamiento confirma que las decisiones locales implementadas por la heurística pierden efectividad cuando aumenta el número de combinaciones factibles y restricciones interdependientes presentes en el problema.

En términos de distancia recorrida, los resultados muestran que la heurística tiende a generar rutas

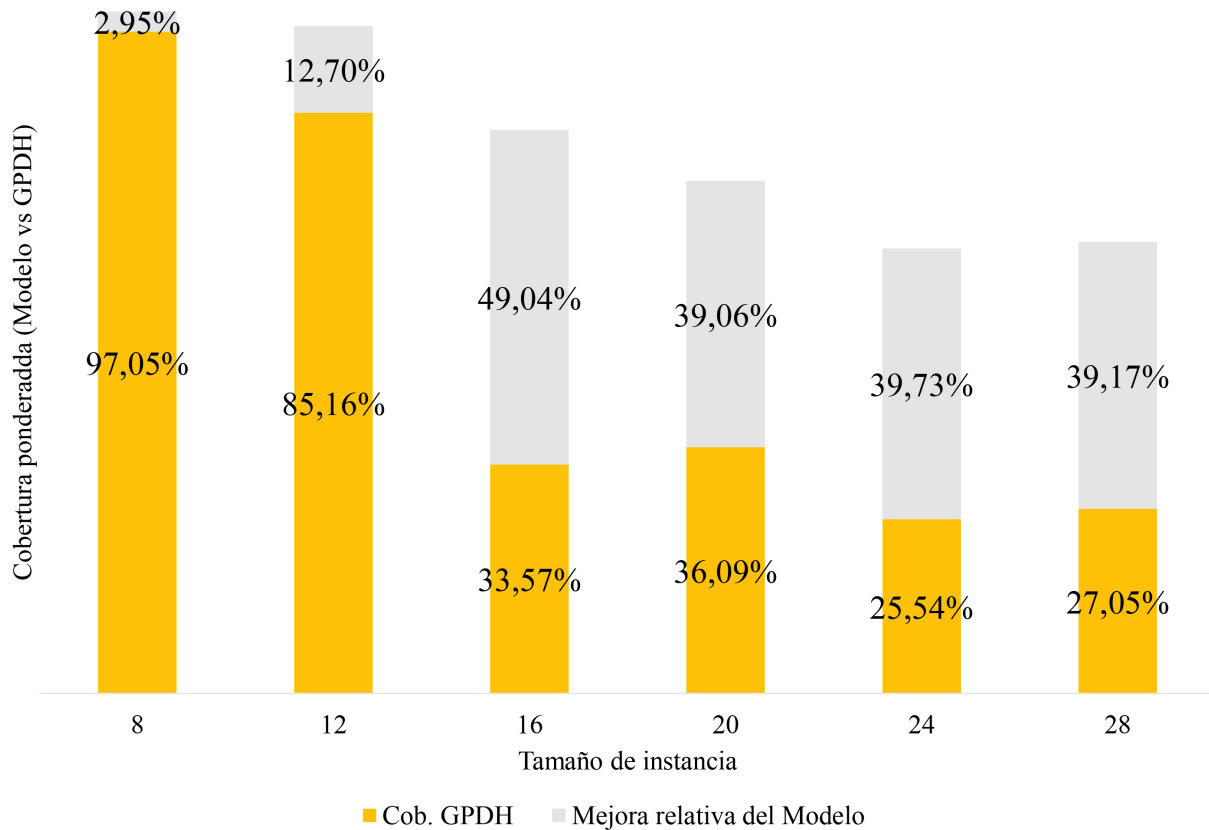


Figura 14. Comparación entre la cobertura ponderada obtenida por la heurística GPDH y el incremento de cobertura alcanzado por el modelo propuesto para distintos tamaños de instancia.

más extensas que las obtenidas por el modelo exacto. Esto se debe a que la lógica constructiva busca incrementar la cobertura y satisfacer requerimientos operativos adicionales mediante decisiones locales sucesivas, lo cual puede conducir a recorridos espacialmente menos eficientes. Se puede observar que en todas las instancias, la distancia total recorrida por la heurística supera a la obtenida por el modelo exacto, evidenciando la importancia de realizar una optimización global de las rutas y de la asignación de recursos.

Por otra parte, las diferencias en tiempo computacional son significativas. Mientras la heurística genera soluciones en tiempos del orden de milisegundos, el modelo exacto se mantiene en el límite establecido de 600 segundos debido a la complejidad combinatoria asociada al problema de optimización resuelto. Esto evidencia el compromiso natural entre calidad de solución y costo computacional: la heurística permite obtener soluciones factibles de manera extremadamente rápida, mientras que el modelo exacto proporciona soluciones de mayor calidad dentro de las instancias evaluadas, en términos de cobertura ponderada y eficiencia global de asignación de recursos.

En conjunto, los resultados muestran que la heurística GPDH constituye una aproximación

computacional eficiente y representativa del problema, especialmente útil para obtener soluciones rápidas en escenarios donde el tiempo de respuesta sea crítico. Sin embargo, el modelo exacto domina consistentemente a la heurística, al resolver de forma simultánea la asignación de recursos y el ruteo bajo todas las restricciones del sistema, capturando interdependencias que la estrategia greedy no considera de forma global. Esto sugiere que la principal contribución del modelo no radica únicamente en la incorporación de restricciones adicionales, sino en la coordinación global de decisiones de ruteo y asignación de recursos.

6. CONCLUSIONES

La presente investigación abordó el problema de asignación y ruteo de recursos policiales para la atención de focos de protesta urbana mediante el desarrollo de un modelo de optimización multiobjetivo bajo un enfoque lexicográfico. El modelo propuesto integra simultáneamente decisiones de cobertura y ruteo considerando múltiples características operativas relevantes, incluyendo recursos vehiculares heterogéneos, restricciones de capacidad, ventanas de tiempo y niveles de prioridad asociados a los diferentes focos de protesta. En este sentido, la investigación propone una primera estructura de modelación que permite estudiar la asignación de recursos bajo restricciones logísticas y de cobertura, constituyendo una aproximación inicial a un problema que, en la práctica, presenta una naturaleza altamente dinámica, reactiva y cambiante. Asimismo, el trabajo incorporó la construcción de instancias georreferenciadas basadas en información urbana de la ciudad de Cali, permitiendo evaluar el comportamiento del modelo en escenarios controlados representativos del contexto estudiado.

Desde una perspectiva metodológica, uno de los principales aportes de esta investigación corresponde a la integración de criterios de cobertura priorizada y ruteo vehicular dentro de un enfoque lexicográfico aplicado al contexto de protestas urbanas. A diferencia de enfoques tradicionales centrados exclusivamente en la minimización de distancias o la maximización simple de cobertura, el modelo desarrollado incorpora mecanismos que permiten representar la importancia relativa de diferentes focos de atención y las restricciones operativas asociadas a la disponibilidad de recursos. De esta manera, la investigación contribuye a la adaptación de conceptos provenientes de la optimización combinatoria y los problemas de ruteo hacia un contexto poco explorado en la literatura de investigación de operaciones. La principal contribución del trabajo no radica en resolver de manera completa el problema operativo real del despliegue policial, sino en formalizar matemáticamente una problemática compleja y proporcionar una base metodológica para futuras investigaciones orientadas al desarrollo de herramientas de apoyo a la toma de decisiones.

Los resultados computacionales obtenidos muestran que el modelo es capaz de generar soluciones factibles y consistentes para las instancias evaluadas, alcanzando niveles elevados de cobertura ponderada en escenarios de menor tamaño y manteniendo desempeños satisfactorios conforme aumenta la complejidad de las instancias. La disminución observada en los niveles de cobertura a medida que aumenta el tamaño del problema refleja las limitaciones operativas impuestas por la disponibilidad de recursos, las restricciones temporales y las capacidades vehiculares consideradas en cada escenario. En términos computacionales, los experimentos realizados evidenciaron que el modelo puede resolver de manera exacta instancias pequeñas y medianas dentro de tiempos

razonables, mientras que para instancias de mayor tamaño se presentan incrementos significativos en la complejidad computacional, comportamiento consistente con la naturaleza NP-hard del problema abordado. Estos resultados permiten verificar la consistencia de la formulación propuesta y su capacidad para representar de manera estructurada múltiples restricciones operativas dentro de un mismo marco de optimización.

No obstante, los resultados deben interpretarse dentro del contexto experimental considerado. Las instancias utilizadas son de naturaleza semi-sintética y fueron construidas a partir de información geográfica, demandas discretas y parámetros generados para representar condiciones plausibles de operación. En consecuencia, los experimentos realizados permiten validar el funcionamiento computacional y la coherencia estructural del modelo, pero no constituyen una validación operacional de su desempeño en escenarios reales de protesta. Por esta razón, los resultados obtenidos no deben interpretarse como evidencia concluyente de efectividad en contextos reales de despliegue policial, sino como una demostración del potencial de la formulación propuesta para estudiar este tipo de problemas.

El enfoque lexicográfico implementado mostró resultados favorables desde el punto de vista de la calidad de las soluciones obtenidas. La primera fase permitió maximizar la cobertura ponderada de los focos de protesta, mientras que la segunda fase logró reducir significativamente la distancia total recorrida sin afectar el nivel de cobertura alcanzado previamente. Los resultados mostraron reducciones promedio de distancia entre un 41 % y un 53 % respecto a las soluciones obtenidas inicialmente en la fase de maximización de cobertura. Adicionalmente, se observó que el conjunto de nodos atendidos permanece invariante entre ambas fases, indicando que la optimización secundaria actúa principalmente sobre la reorganización espacial de las rutas. Este comportamiento evidencia que el enfoque lexicográfico permite mejorar la eficiencia de las rutas manteniendo inalteradas las decisiones estratégicas de cobertura.

La comparación realizada frente a la heurística constructiva GPDH permitió evaluar el desempeño relativo del modelo propuesto frente a una estrategia de solución basada en decisiones secuenciales. Los resultados mostraron que la heurística es capaz de generar soluciones factibles en tiempos computacionales considerablemente menores y alcanzar niveles de cobertura relativamente altos en instancias pequeñas. Sin embargo, a medida que aumenta el tamaño y complejidad de las instancias, el modelo exacto mantiene desempeños superiores en términos de cobertura ponderada. En particular, para las instancias de mayor tamaño, las diferencias relativas de cobertura entre el modelo y la heurística superan el 50 %, evidenciando las limitaciones inherentes a los enfoques constructivos basados en información local. A pesar de estas diferencias, la heurística propuesta constituye una alternativa computacionalmente eficiente para la generación rápida de soluciones aproximadas en escenarios donde el tiempo de respuesta sea un factor determinante.

Una limitación importante del trabajo corresponde a la construcción del indicador de prioridad utilizado para representar la criticidad relativa de los focos de protesta. Aunque dicho indicador permitió incorporar mecanismos de priorización dentro del modelo y diferenciar la importancia estratégica de los nodos, los pesos asignados a las variables consideradas fueron definidos a partir de criterios conceptuales y de la revisión de literatura disponible. En consecuencia, futuras investigaciones deberían complementar esta aproximación mediante procesos de validación con expertos institucionales, análisis de sensibilidad más amplios e información histórica proveniente de eventos reales que permita calibrar y validar los parámetros utilizados.

Asimismo, es importante reconocer que la asignación de recursos policiales en contextos de manifestación pública involucra consideraciones éticas, jurídicas, sociales e institucionales que trascienden el alcance de un modelo de optimización. Factores relacionados con la protección de los derechos humanos, el principio de proporcionalidad, la legitimidad institucional, la supervisión de las actuaciones policiales, el diálogo social y el respeto al derecho fundamental a la protesta pacífica deben formar parte de cualquier proceso real de toma de decisiones. En consecuencia, el modelo desarrollado no debe interpretarse como un mecanismo autónomo de decisión, sino como una herramienta de apoyo que aporta elementos cuantitativos para la planificación y evaluación de alternativas de despliegue. La decisión final requiere necesariamente la incorporación de criterios normativos, institucionales, sociales y humanos que no son capturados por la formulación matemática propuesta.

En síntesis, los resultados obtenidos muestran que la formulación propuesta constituye una aproximación conceptual y computacional viable para estudiar problemas de asignación y ruteo de recursos en escenarios de protesta urbana. Su principal aporte consiste en establecer una base metodológica que integra cobertura priorizada, restricciones operativas y eficiencia espacial dentro de un mismo marco de optimización. Si bien el modelo no pretende reemplazar los procesos institucionales de análisis y decisión, los resultados obtenidos sugieren que este tipo de formulaciones podría servir como base para el desarrollo de futuras herramientas de apoyo a la toma de decisiones, al proporcionar información cuantitativa sobre posibles configuraciones de despliegue bajo diferentes restricciones operativas. De esta manera, el trabajo aporta una primera formalización matemática de un problema complejo y sienta las bases para futuras investigaciones orientadas al desarrollo de modelos más dinámicos, adaptativos y operacionalmente aplicables.

Como líneas de trabajo futuro, se plantea la incorporación de componentes dinámicos y estocásticos que permitan representar de manera más realista la evolución temporal de los eventos de protesta, la aparición de nuevos focos de atención y la incertidumbre inherente a este tipo de escenarios. Asimismo, resulta pertinente desarrollar enfoques heurísticos y metaheurísticos que permitan resolver instancias de mayor tamaño en tiempos computacionales reducidos, así

como explorar mecanismos de reoptimización en tiempo real, reasignación dinámica de recursos e integración de información proveniente de sistemas de monitoreo e inteligencia operativa. Finalmente, la validación con datos históricos, la participación de expertos institucionales y la evaluación en escenarios operativos reales constituyen pasos necesarios para avanzar hacia herramientas de apoyo a la decisión con potencial aplicación práctica.

Agradecimientos

Los autores agradecen a la Universidad y a las personas que brindaron apoyo académico y orientación durante el desarrollo de esta investigación.

Declaración de conflicto de intereses

Los autores declaran que no existe ningún conflicto de intereses relacionado con el desarrollo y presentación de este trabajo de investigación.

Disponibilidad de datos

Las instancias computacionales, resultados experimentales y scripts utilizados en esta investigación se encuentran disponibles públicamente en el siguiente repositorio de GitHub: https://github.com/juanpabloguerrero56/MVPTP_Protestas_master_PUJC.git

7. REFERENCIAS

- Alcaldía de Santiago de Cali. (2024). *Plan integral de seguridad, convivencia ciudadana y justicia: Cali Segura 2024-2027*. <https://www.cali.gov.co/loader.php?lServicio=Tools2&lTipo=descargas&lFuncion=visorpdf&id=98259&pdf=1>
- Amnistía Internacional. (2023). 2023: ¿Un año cargado de protestas? <https://www.es.amnesty.org/en-que-estamos/blog/historia/articulo/2023-un-ano-cargado-de-protestas/>
- Archetti, C., Feillet, D., Hertz, A., & Speranza, M. G. (2009). The capacitated team orienteering and profitable tour problems. *Journal of the Operational Research Society*, 60, 831-842. <https://doi.org/10.1057/palgrave.jors.2602603>
- Archetti, C., Speranza, M. G., & Vigo, D. (2014). Chapter 10: Vehicle Routing Problems with Profits. En *Vehicle Routing* (pp. 273-297). Society for Industrial; Applied Mathematics. <https://doi.org/10.1137/1.9781611973594.ch10>
- Bektaş, T., Erdoğan, G., & Røpke, S. (2011). Formulations and Branch-and-Cut Algorithms for the Generalized Vehicle Routing Problem. *Transportation Science*, 45, 299-316. <https://doi.org/10.1287/trsc.1100.0352>
- Biesinger, B., Hu, B., & Raidl, G. R. (2015). A Variable Neighborhood Search for the Generalized Vehicle Routing Problem with Stochastic Demands. En *Evolutionary Computation in Combinatorial Optimization* (pp. 48-60). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-16468-7_5
- Chao, I.-M., Golden, B. L., & Wasil, E. A. (1996). The team orienteering problem. *European Journal of Operational Research*, 88, 464-474. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(94\)00289-4](https://doi.org/10.1016/0377-2217(94)00289-4)
- Chbichib, A., Mellouli, R., & Chabchoub, H. (2013). Profitable Vehicle Routing Problem with Multiple Trips: Modeling and Variable Neighborhood Descent Algorithm. *American Journal of Operational Research*, 2, 104-119. <https://doi.org/10.5923/j.ajor.20120206.04>
- Clarke, G., & Wright, J. W. (1964). Scheduling of Vehicles from a Central Depot to a Number of Delivery Points. *Operations Research*, 12, 568-581. <https://doi.org/10.1287/opre.12.4.568>
- Comité de Derechos Humanos de las Naciones Unidas. (2020). *Observación General No. 37 sobre el derecho de reunión pacífica (artículo 21 del Pacto Internacional de Derechos Civiles y Políticos)* [Accedido: 08 septiembre 2025]. <https://www.ohchr.org/es/documents/general-comments-and-recommendations/general-comment-no-37-article-21-right-peaceful>
- Constitución Política de Colombia (1991). Consultado el 29 de agosto de 2025, desde <https://www.funcionpublica.gov.co/eva/gestornormativo/norma.php?i=4125>
- Dantzig, G. B., & Ramser, J. H. (1959). The Truck Dispatching Problem. *Management Science*, 6, 80-91. <https://doi.org/10.1287/mnsc.6.1.80>

- Defensoría del pueblo. (2026, febrero). *Balance anual de conflictividad social en Colombia: Enero-Diciembre 2025* (inf. téc.). Defensoría del Pueblo de Colombia. <https://www.defensoria.gov.co/documents/20123/3785380/Informe+Conflictividad+2025.pdf>
- Dell'Amico, M. (1995). On prize-collecting tours and the asymmetric travelling salesman problem. *International Transactions in Operational Research*, 2, 297-308. [https://doi.org/10.1016/0969-6016\(95\)00010-5](https://doi.org/10.1016/0969-6016(95)00010-5)
- Departamento Administrativo de Planeación Municipal. (2022). *Información Censo 2018 Barrio-Comuna (Archivo Excel)* [Archivo Excel publicado en el repositorio de Demografía del sitio web oficial de la Alcaldía de Santiago de Cali]. <https://www.cali.gov.co/loader.php?lServicio=Tools2&lTipo=descargas&lFuncion=descargar&idFile=55658>
- Departamento Administrativo de Planeación Municipal. (2025). *Capa de barrios y sectores geográficos de Santiago de Cali* [Conjunto de datos geoespaciales con información de áreas de barrios, Datos Abiertos Cali]. <https://datos.cali.gov.co/dataset/capa-de-barrios-de-santiago-de-cali>
- Departamento Administrativo de Planeación Municipal. (2026). *Barrios de Santiago de Cali - Servicio WMS*. Consultado el 1 de febrero de 2026, desde <https://datos.cali.gov.co/dataset/servicio-wms-barrios-de-cali>
- Flood, M. M. (1956). The Traveling-Salesman Problem. *Operations Research*, 61-75. <https://doi.org/10.1287/opre.4.1.61>
- Gansterer, M., Küçüktepe, M., & Hartl, R. F. (2017). The multi-vehicle profitable pickup and delivery problem. *OR Spectrum*, 39, 303-319. <https://doi.org/10.1007/s00291-016-0454-y>
- Gendreau, M., Potvin, J.-Y., Bräumlaysy, O., Hasle, G., & Løkketangen, A. (2008). Metaheuristics for the Vehicle Routing Problem and Its Extensions: A Categorized Bibliography. En B. Golden, S. Raghavan & E. Wasil (Eds.), *The Vehicle Routing Problem: Latest Advances and New Challenges* (pp. 143-169). Springer US. https://doi.org/10.1007/978-0-387-77778-8_7
- Ghiani, G., & Improt, G. (2000). An efficient transformation of the generalized vehicle routing problem. *European Journal of Operational Research*. [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(99\)00073-9](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(99)00073-9)
- Hadzi-Vaskov, M., Pienknagura, S., & Antonio, L. (2021). *Macroeconomic Impact of Social Unrest*. International Monetary Fund.
- Handoko, S. D., Chuin, L. H., Gupta, A., Soon, O. Y., Kim, H. C., & Siew, T. P. (2015, mayo). Solving multi-vehicle profitable tour problem via knowledge adoption in evolutionary bi-level programming. En *2015 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)* (pp. 2713-2720). IEEE. <https://doi.org/10.1109/CEC.2015.7257225>

- He, Y., Qi, M., Zhou, F., & Su, J. (2020). An effective metaheuristic for the last mile delivery with roaming delivery locations and stochastic travel times. *Computers & Industrial Engineering*, 145, 106513. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2020.106513>
- Indepaz. (2021). *Observatorio de derechos humanos y conflictividades: Sobre los repertorios de acción colectiva en el marco del paro nacional del 28 de abril de 2021 en Santiago de Cali* (Informe). Instituto de Estudios para el Desarrollo y la Paz. <https://indepaz.org.co/wp-content/uploads/2021/11/Informe-Indepaz-correcci%C3%B3n-final.pdf>
- Jepsen, M. K., Petersen, B., Spoorendonk, S., & Pisinger, D. (2014). A branch-and-cut algorithm for the capacitated profitable tour problem. *Discrete Optimization*, 14, 78-96. <https://doi.org/10.1016/j.disopt.2014.08.001>
- Jolfaei, A. A., Alinaghian, M., Bahrami, R., & Tirkolaee, E. B. (2023). Generalized vehicle routing problem: Contemporary trends and research directions. *Heliyon*, 9, e22733. <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2023.e22733>
- Karamatsoukis, C. C., Kyriakidis, E. G., & Dimitrakos, T. D. (2021). Two-compartment stochastic single vehicle routing problems with simultaneous pickups and deliveries from N ordered customers. *International Journal of Systems Science: Operations & Logistics*, 8, 185-203. <https://doi.org/10.1080/23302674.2020.1720034>
- Kelling, G. L., Pate, T., Dieckman, D., & Brown, C. E. (1974). The Kansas City preventive patrol experiment. <https://www.policinginstitute.org/publication/the-kansas-city-preventive-patrol-experiment/>
- Laporte, G., & Martello, S. (1990). The selective travelling salesman problem. *Discrete Applied Mathematics*, 26, 193-207. [https://doi.org/10.1016/0166-218X\(90\)90100-Q](https://doi.org/10.1016/0166-218X(90)90100-Q)
- Laporte, G., Ropke, S., & Vidal, T. (2014, noviembre). Chapter 4: Heuristics for the Vehicle Routing Problem. En *Vehicle Routing* (pp. 87-116). Society for Industrial; Applied Mathematics. <https://doi.org/10.1137/1.9781611973594.ch4>
- Loaiza, M. V. (2021). *Daños y pérdidas económicas por el paro nacional en Colombia: estas son las cifras* [CNN en Español]. Consultado el 26 de agosto de 2025, desde <https://cnnespanol.cnn.com/2021/06/11/danos-y-perdidas-economicas-por-el-paro-nacional-en-colombia-estas-son-las-cifras>
- Marler, R., & Arora, J. (2004). Survey of multi-objective optimization methods for engineering. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 26, 369-395. <https://doi.org/10.1007/s00158-003-0368-6>
- Moradi, N., & Boroujeni, N. M. (2025). Prize-collecting Electric Vehicle routing model for parcel delivery problem. *Expert Systems with Applications*, 259, 125183. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2024.125183>

- Nguyen, T. B. T., Bektaş, T., Cherrett, T. J., McLeod, F. N., Allen, J., Bates, O., Piotrowska, M., Piecyk, M., Friday, A., & Wise, S. (2019). Optimising parcel deliveries in London using dual-mode routing. *Journal of the Operational Research Society*, 70, 998-1010. <https://doi.org/10.1080/01605682.2018.1480906>
- Ortiz, I., Burke, S., Berrada, M., & Cortés, H. S. (2022). *World Protests: A Study of Key Protest Issues in the 21st Century* (1.^a ed.). Palgrave Macmillan Cham. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-88513-7>
- Ozbaygin, G., & Savelsbergh, M. (2019). An iterative re-optimization framework for the dynamic vehicle routing problem with roaming delivery locations. *Transportation Research Part B: Methodological*, 128, 207-235. <https://doi.org/10.1016/j.trb.2019.08.004>
- Policía Nacional de Colombia. (2009). *Resolución 01554 del 28 de mayo de 2009* [Define la estructura orgánica interna y las funciones de la Policía Metropolitana de Santiago de Cali (MECAL)].
- Policía Nacional de Colombia. (2023). *Resolución Número 1091 del 31 mar 2023: Por la cual se expide el manual para la atención a la reunión y manifestación pública y pacífica y control de disturbios* [Diario Oficial]. https://www.policia.gov.co/sites/default/files/descargables/14._res._1091del_31-03-2023_manual_atencion_a_manifestacion_publica.pdf
- Ratcliffe, J. (2010). Crime Mapping: Spatial and Temporal Challenges. En *Handbook of Quantitative Criminology* (pp. 5-24). Springer New York. https://doi.org/10.1007/978-0-387-77650-7_2
- Raucq, J., Sörensen, K., & Cattrysse, D. (2019). Solving a real-life roll-on–roll-off waste collection problem with column generation. *Journal on Vehicle Routing Algorithms*, 2, 41-54. <https://doi.org/10.1007/s41604-019-00013-6>
- Resende, M. G. C., & Ribeiro, C. C. (2019). Greedy Randomized Adaptive Search Procedures: Advances and Extensions. Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-91086-4_6
- Reyes, D., Savelsbergh, M., & Toriello, A. (2017). Vehicle routing with roaming delivery locations. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 80, 71-91. <https://doi.org/10.1016/j.trc.2017.04.003>
- Sadati, M. E. H., Akbari, V., & Çatay, B. (2022). Electric vehicle routing problem with flexible deliveries. *International Journal of Production Research*, 60, 4268-4294. <https://doi.org/10.1080/00207543.2022.2032451>
- Sherman, L. W. (1990). Police Crackdowns: Initial and Residual Deterrence. *Crime and Justice*, 12, 1-48. <https://doi.org/10.1086/449163>
- Sherman, L. W., Gartin, P. R., & Buerger, M. E. (1989). HOT SPOTS OF PREDATORY CRIME: ROUTINE ACTIVITIES AND THE CRIMINOLOGY OF PLACE*. *Criminology*, 27, 27-56. <https://doi.org/10.1111/j.1745-9125.1989.tb00862.x>

- Sherman, L. W., & Weisburd, D. (1995). General deterrent effects of police patrol in crime “hot spots”: A randomized, controlled trial. *Justice Quarterly*, 12, 625-648. <https://doi.org/10.1080/07418829500096221>
- Stenger, A., Schneider, M., & Goeke, D. (2013). The prize-collecting vehicle routing problem with single and multiple depots and non-linear cost. *EURO Journal on Transportation and Logistics*, 2, 57-87. <https://doi.org/10.1007/s13676-013-0022-4>
- Sun, P., Veelenturf, L. P., Dabia, S., & Woensel, T. V. (2018). The time-dependent capacitated profitable tour problem with time windows and precedence constraints. *European Journal of Operational Research*, 264, 1058-1073. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2017.07.004>
- United Nations. (1948). *Universal Declaration of Human Rights*. <https://www.un.org/about-us/universal-declaration-of-human-rights>
- Vidal, T., Maculan, N., Penna, P. H. V., & Ochi, L. S. (2014, julio). *Large neighborhoods with implicit customer selection for vehicle routing problems with profits*. arXiv: 1401.3794 [cs.DS]. <https://arxiv.org/abs/1401.3794>
- Weisburd, D., Groff, E. R., & Yang, S.-M. (2012, octubre). *The Criminology of Place*. Oxford University Press. <https://doi.org/10.1093/acprof:oso/9780195369083.001.0001>
- Yu, V. F., Salsabila, N. Y., Gunawan, A., & Handoko, A. N. (2024). An adaptive large neighborhood search for the multi-vehicle profitable tour problem with flexible compartments and mandatory customers. *Applied Soft Computing*, 156, 111482. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2024.111482>
- Yuan, Y., Cattaruzza, D., Ogier, M., Semet, F., & Vigo, D. (2021). A column generation based heuristic for the generalized vehicle routing problem with time windows. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 152, 102391. <https://doi.org/10.1016/j.tre.2021.102391>
- Zhou, L., Baldacci, R., Vigo, D., & Wang, X. (2018). A Multi-Depot Two-Echelon Vehicle Routing Problem with Delivery Options Arising in the Last Mile Distribution. *European Journal of Operational Research*, 265, 765-778. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2017.08.011>