

# Análisis comparativo entre optimización clásica y optimización metaheurística aplicado al Beamforming adaptativo de arreglos planos MIMO Masivo.

Jan Polanco Velasco  
janpolanco@javerianacali.edu.co

**Resumen**—This work aims to compare the optimization algorithms used in the problem of adaptive beamforming of an  $8 \times 8$  massive MIMO antenna array. A comparative analysis will be conducted between classical optimization and metaheuristic optimization, evaluating relevant characteristics, properties, and variables of each algorithm, such as execution times, success rates, convergence, and computational resources required. Additionally, the necessary objective function calculations will be established to verify the radiation patterns of the planar arrays, and relevant features of each algorithm will be implemented in terms of adaptive beamforming, such as optimized radiation patterns, Mean Power Bandwidth, Iterations, and Null Depth. With this study, we hope to contribute to knowledge in the area of optimization of wireless communication systems and provide valuable information for selecting the best optimization algorithm in the problem of adaptive beamforming.

**Index Terms**—Adaptive beamforming, Massive MIMO, Optimization algorithms, Classical optimization, Metaheuristic optimization.

## I. INTRODUCCIÓN

La tecnología MIMO masivo es una de las tendencias actuales en el campo de las comunicaciones inalámbricas, ya que permite mejorar significativamente la capacidad y la eficiencia del sistema. Para maximizar su rendimiento, se utiliza una técnica conocida como *Beamforming adaptativo*, que ajusta el patrón de radiación de las antenas para lograr una señal óptima en la dirección deseada y minimizar la interferencia en otras direcciones.

En este contexto, el objetivo de este trabajo es comparar los algoritmos de optimización utilizados en el problema del *Beamforming adaptativo* de un arreglo plano de antenas  $8 \times 8$  MIMO masivo. Para ello, se realizará un análisis comparativo entre la Optimización Clásica y la Optimización metaheurística, evaluando características, propiedades y variables relevantes de cada algoritmo, como tiempos de ejecución, tasas de éxito, convergencia y recursos computacionales necesarios.

Además, se establecerán los cálculos necesarios de la función objetivo para verificar los diagramas de radiación de los arreglos planos y se implementarán características relevantes de cada algoritmo en términos del *Beamforming adaptativo*, como diagramas de radiación optimizados, Ancho de Banda de Potencia Media, Iteraciones y profundidad de los nulos, etc.

Para lograr estos objetivos, se diseñará un experimento del *Beamforming adaptativo* para analizar el desempeño de cada uno de los algoritmos y se realizará un análisis estadístico sobre los resultados obtenidos. Con este estudio, se espera contribuir al conocimiento en el área de la optimización de sistemas de comunicación inalámbrica y proporcionar información valiosa para la selección del mejor algoritmo de optimización en el problema del *Beamforming adaptativo*.

## II. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

Este artículo aborda la representación básica del *Beamforming Adaptativo*, el cual se puede abordar desde dos perspectivas: la optimización clásica y la optimización metaheurística. La primera emplea métodos analíticos y cálculo diferencial para encontrar los puntos óptimos de la función, mientras que la segunda utiliza una estrategia de solución de ensayo y error para resolver problemas complejos en tiempos prácticos. Los algoritmos de optimización son empleados para optimizar el *Beamforming* y sus configuraciones, y pueden incluir enfoques clásicos como el gradiente o mínimos cuadrados, así como algoritmos heurísticos inspirados en la biología. Aunque no se garantiza la obtención de las mejores soluciones, se pueden considerar algoritmos eficientes que se ajusten al problema y a su complejidad y sean capaces de reproducir soluciones de buena calidad. Referencias bibliográficas [5].

Para comprender el problema del Beamforming Adaptativo en un arreglo de antenas de geometría rectangular. Basados en la figura 1, se considera un arreglo rectangular de tamaño  $M \times N$ , con dos ángulos: el ángulo Azimutal  $\theta$  y el ángulo de Elevación  $\phi$ .

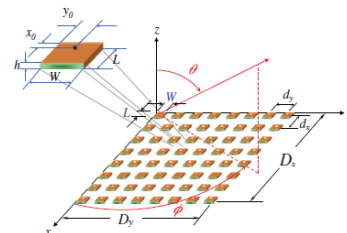


Figura 1. Diseño de un Arreglo 8x8 con parches rectangulares fuente: [1].

$$\psi_x = (kd \sin \theta \cos \phi + \beta_x), \quad (1)$$

$$\psi_y = kd \sin \theta \sin \phi + \beta_y, \quad (2)$$

$$AF = W_{mn} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N e^{j[(m-1)\psi_x + (n-1)\psi_y]}, \quad (3)$$

donde la matriz de pesos complejos de cada elemento  $m - n$  del arreglo rectangular se representa como  $W_{mn} = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N a_{m1} \cdot b_{1n} \cdot e^{j[(m-1)\beta_x + (n-1)\beta_y]}$  y la ecuación (3) se utiliza en el *Beamforming adaptativo* dentro del problema de optimización sin restricciones. Se busca obtener la matriz de pesos adecuada que maximiza la energía en una dirección deseada y/o minimiza la energía en direcciones no deseadas utilizando distintos tipos de algoritmos (clásicos o metaheurísticos).

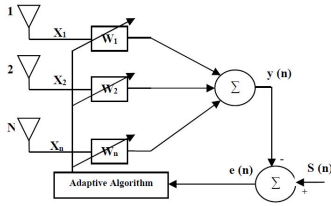


Figura 2. Diagrama de bloques de sistema de Antena Adaptativa *fuentes*: [3].

En la figura (2) se muestra el diagrama de bloques del concepto del *Beamforming adaptativo*. Se considera una señal entrante deseada  $s(k)$  con ciertos ángulos de incidencia  $(\theta_{0s}, \phi_{0s})$  y  $V$  señales no deseadas con ciertos ángulos de incidencia  $(\theta_{1i}, \phi_{1o})$  al arreglo de  $N$  elementos. La señal recibida  $x_{mn}$  se expresa como una combinación de la señal deseada, señales no deseadas y ruido. Se multiplican la señal entrante y un vector de pesos inicial  $w$  para obtener  $y(k)$ , que es la suma de todos los productos entre la señal de entrada y el vector de pesos. Luego se establece la diferencia entre  $y(k)$  y la señal deseada  $d(k)$  definiendo el error  $e(k)$ . El error ingresa al algoritmo adaptativo (clásico o metaheurístico) para minimizar el error y/o maximizar la energía a cierto lugar deseado y/o minimizar la energía en direcciones no deseadas, repitiendo este proceso iterativamente hasta cumplir cierto criterio de parada. Las simulaciones se realizan con un arreglo plano  $8 \times 8$  y distancia entre elementos  $d = \lambda/2$ .

Para validar la correcta implementación y evaluar la eficiencia de algoritmos de optimización, se utiliza una prueba de referencia que consiste en funciones test ampliamente conocidas en la literatura. Estas funciones test se utilizan para estudiar la capacidad del algoritmo de escapar de un mínimo local y se agrupan según sus propiedades, como modalidad, separabilidad, dimensionalidad, diferenciabilidad, escalabilidad y formas de sus superficies [4].

Se consideraron 4 funciones test en  $\mathbb{R}^2$  y  $\mathbb{R}^{10}$ , que incluyen la función *Brown*, *Pathological*, *Stretched V Sine Wave* y *Wavy*. Las funciones multimodales y las funciones planas son las más difíciles para los algoritmos, y otras características importantes que pueden afectar la eficiencia de los algoritmos son la dimensionalidad del espacio de búsqueda, la separabilidad de

las funciones y las características relacionadas con el orden de magnitud del dominio y la función. Los resultados de los distintos tipos de algoritmos, tanto clásicos como heurísticos, se comparan con los resultados obtenidos en las funciones test para determinar su fiabilidad y eficiencia [2].

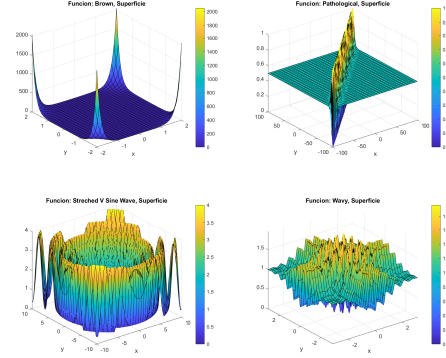


Figura 3. Funciones de Prueba. Fuente: *Autor*.

En este artículo se identifican algunos de los algoritmos clásicos más relevantes en Beamforming. Uno de ellos es el método de gradiente conjugado (CGM), que es un método iterativo utilizado para resolver problemas de optimización sin restricciones. Otro algoritmo importante es el algoritmo de gradiente estocástico descendente (SGD), que es un método iterativo utilizado para encontrar el mínimo de una función. Además, el algoritmo Simplex o Nelder Mead Search (NMS) es una técnica de búsqueda directa que se utiliza para resolver problemas de optimización multidimensionales sin restricciones y sin derivadas. Cada uno de estos algoritmos se describe en detalle, incluyendo una breve descripción de su historia y su inspiración biológica y consideraciones computacionales relevantes.

En el campo de las telecomunicaciones, los algoritmos metaheurísticos se han vuelto muy populares debido a su capacidad para encontrar soluciones óptimas en tiempos razonables. Ejemplos de estos algoritmos son Particle Swarm Optimization (PSO), Bat Algorithm (BA) y Cuckoo Search by Levy Flights (CKLF). La investigación en algoritmos metaheurísticos está en constante evolución y los investigadores están trabajando para mejorar la eficacia de estos algoritmos en términos de convergencia, tasa de éxito y esfuerzo computacional. PSO se basa en la inteligencia de enjambre, mientras que BA se inspira en el comportamiento de ecolocalización de los murciélagos y CKLF se inspira en el comportamiento reproductivo parasitario de ciertas especies de pájaros Cuckoos en combinación con cierto comportamiento de vuelos de Lévy detectados en moscas de frutas y ciertas aves.

Las métricas de error se definen como una forma genérica de medir la diferencia entre las predicciones del modelo y los datos reales o no vistos. En la literatura se han propuesto diversas métricas de desempeño, como la precisión, el error cuadrático medio, el coeficiente de determinación, entre otras, que permiten una evaluación adecuada del fenómeno. La tabla (I) muestra la métrica utilizada en este estudio, donde  $A_j$  corresponde a la  $j$ -ésima solución proporcionada por el



Figura 4. Movimiento: Izq. Browniano. Der. Vuelo de Lévy Inicio(·). Fuente: [6].

algoritmo dentro del problema de optimización,  $P_j$  la solución teórica suministrada por la función de prueba del problema, y el valor  $Z$  indica el índice de la métrica utilizada. La cantidad de soluciones proporcionadas por el algoritmo depende en gran medida si el algoritmo es de solución única (SDG,CGM) o de población (PSO, BAT, CKLF).

Distancia $\mathbb{D}$	Normalización $\mathbb{N}$	Agregación $\mathbb{G}$
Error (Magnitud del error) $\mathbb{D}1 = A_j - P_j$	Normalización unitaria $\mathbb{N}1 = 1$	Agregación con media aritmética $\mathbb{G}1$
Error Absoluto $\mathbb{D}2 =  A_j - P_j $	Normalización actual $\mathbb{N}2 = A_j^{-c}$	Agregación con mediana $\mathbb{G}2$
Error Cuadrático $\mathbb{D}3 = (A_j - P_j)^2$	Normalización de variabilidad actual $\mathbb{N}3 = (A_j - \bar{A})^{-c}$	Agregación con media geométrica $\mathbb{G}3$
Error de cociente logarítmico $\mathbb{D}4 = \log\left(\frac{A_j - 1}{P_j - 1}\right)$		Agregación con suma $\mathbb{G}4$

Cuadro I  
TABLA DE TIPOLOGÍA DE LAS MÉTRICAS.

Se establecen un criterio de parada para algoritmos utilizados en la optimización de funciones de prueba o señales de referencia en el campo de las telecomunicaciones. Se establecen dos criterios de parada: el primer criterio se basa en dos bloques, donde el primer bloque se activa cuando la perturbación es mayor a la tolerancia, lo que indica que el algoritmo aún está explorando la superficie sin encontrar el óptimo, y el segundo bloque se activa cuando se ha alcanzado el número máximo de iteraciones o cuando hay un posible estancamiento en las soluciones. El segundo criterio de parada se basa en tres elementos: el error medio cuadrático actual es menor a la tolerancia, todas las soluciones menos el valor teórico de la función de prueba o señal de referencia son más pequeñas que la tolerancia y la perturbación es menor a la tolerancia. Si se cumple esta condición, se incrementa el contador de éxito y se termina la ejecución del algoritmo. La implementación de estos criterios de parada se hace en el software MATLAB en configuración corto circuito (short circuit), y dependiendo del algoritmo, se pueden agregar o quitar ciertos elementos del criterio de éxito.

Basándose en la definición de Trangenstein y Burden, la tasa de convergencia se define mediante una sucesión de vectores y una norma vectorial. Una sucesión  $\{x_k\}_{k=0}^{\infty}$  converge a  $\mathbf{x}$  si y solo si  $\forall \epsilon > 0$  existe un entero positivo  $K$  tal que  $\forall k > K$  se cumple que  $\|\mathbf{x}_k - \mathbf{x}\| \leq \epsilon$ . Se puede decir que la sucesión es linealmente convergente si existe un entero  $K > 0$  y un factor de reducción del error  $M \in [0, 1)$  tal que  $\forall k > K$  se cumple que  $\|\mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}\| \leq M \|\mathbf{x}_k - \mathbf{x}\|$ . En general, se expresa que la sucesión tiene una tasa de convergencia  $p$  a  $\mathbf{x}$  si y solo si hay un escalar  $p \geq 1$ , un entero  $K \geq 0$  y un escalar  $M \geq 0$  tal que  $\forall k > K$  se cumple que  $\|\mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}\| \leq M \|\mathbf{x}_k - \mathbf{x}\|^p$ . Se utiliza la ecuación de límite para expresar que  $\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\|\mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}\|}{\|\mathbf{x}_k - \mathbf{x}\|^p} = M$ . La tasa de

convergencia se puede evaluar a través de la curva de error con la fórmula  $p = \frac{\ln\left(\frac{\epsilon_{k+1}}{\epsilon_k}\right)}{\ln\left(\frac{\epsilon_k}{\epsilon_{k-1}}\right)}$  y se puede obtener el factor de reducción del error mediante  $M = \frac{\epsilon_{k+1}}{\epsilon_k^p}$ .

En este experimento se utilizó un arreglo rectangular uniforme (URA) de 64 elementos isotrópicos de tamaño  $8 \times 8$  con una distancia entre elementos de 0,5 longitudes de onda. La antena tuvo un ángulo de cobertura desde 0 hasta 180 grados en el eje azimutal ( $\theta$ ) y desde 0 hasta 360 grados en el eje de elevación ( $\phi$ ), permitiendo la formación de lóbulos de rejilla. Se consideraron tres señales que llegaron a la antena: la señal deseada (SOI) y dos señales interferentes (SNOI), cada una con diferentes potencias y ángulos de llegada.

Se propuso una función objetivo para encontrar los pesos complejos adecuados para ubicar el lóbulo principal en la dirección de la señal deseada y minimizar la ganancia hacia las señales interferentes. La función objetivo consideró la magnitud del factor de arreglo en la dirección deseada y en las direcciones de las señales interferentes. El objetivo era maximizar la ganancia del factor de arreglo hacia la señal deseada y minimizar la ganancia hacia las señales interferentes. Para el caso de CGM, se utilizó una función objetivo específica. Se utilizaron varias ecuaciones, incluyendo la ecuación de fase progresiva. El objetivo general fue ubicar el lóbulo principal en la dirección de la señal deseada y minimizar la ganancia hacia las señales interferentes.

$$\min_{b_{m,n}} - |AF(\theta_{i1}, \phi_{i1}) - [AF(\theta_{i1}, \phi_{i1}) + AF(\theta_{i2}, \phi_{i2})]|, \quad (4)$$

$$W_{mn} = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N e^{j b_{m,n}}, \quad (5)$$

Se consideró el rango de valores para el vector de peso de desplazamiento de fase en el elemento  $(m, n)$  entre  $-\pi$  y  $\pi$ . Para establecer los puntos iniciales en los algoritmos de gradiente, definir el poliedro para el NMS y establecer las poblaciones iniciales en los algoritmos metaheurísticos, se utilizaron estos valores. Además, se utilizó el criterio de parada cantidad máxima de iteraciones.<sup>en</sup> lugar de los criterios de parada tradicionales, debido a la complejidad del problema del Beamforming y la naturaleza de la función objetivo.

Se validaron los resultados mediante la identificación de la señal deseada, las señales interferentes y el ancho de banda de la potencia media, y se establecieron valores simétricos para los ángulos  $\theta$  y  $\phi$  para no castigar a los algoritmos. Los algoritmos clásicos CGM y SGD y los algoritmos metaheurísticos PSO, BA y CKLF se utilizaron para maximizar la potencia sobre la señal deseada y minimizarla sobre las señales interferentes. Se ajustaron los parámetros de cada algoritmo, y se estableció una probabilidad de rechazo de nidos de  $pa = 0,25$ , un factor de escalamiento de  $\alpha = 0,45$  y la constante  $\beta = 3/2$  de la función Gamma para el algoritmo Cuckoo con vuelo de Lévy.

### III. RESULTADOS

En este estudio se compararon los algoritmos clásicos (CGM), (SGD) y (NMS) y los metaheurísticos (PSO), (BA)

y (CKLF) en diferentes funciones de prueba utilizando MATLAB R2022B. Los algoritmos se ejecutaron 100 veces para análisis estadístico. Se midió el tiempo promedio de ejecución, la cantidad promedio de iteraciones, su desviación estándar, tasa de éxito y métricas de errores con una tolerancia fija de  $10^{-6}$ . Se encontró que el algoritmo CKLF fue el que mejor se adaptó a las funciones de prueba tanto en  $\mathbb{R}^2$  como en  $\mathbb{R}^{10}$ , con tasas de éxito muy altas, un número de bajo de iteraciones, desviación estándar baja, tiempo computacional bajo y métricas de error por debajo del valor de tolerancia y con órdenes de convergencia lineales. Los procesos de sintonización para cada algoritmo fueron llevados a cabo mediante ensayo y error, inicialmente siguiendo las recomendaciones dadas por distintos autores para las funciones prueba y ajustándolos posteriormente. Las simulaciones se realizaron en un computador moderno con procesador Intel(R) Core i7 8750H a 2.2 GHz con 6 núcleos, Memoria RAM 32 GB, sistema operativo Windows 10 Professional a 64 bits. Estos resultados podrían mejorarse con una sintonización hiperparamétrica de los algoritmos.

Se realizó la comparación los algoritmos clásicos (CGM), (SGD) y (NMS) y metaheurísticos (PSO), (BA) y (CKLF) en el problema del Beamforming ; esta implementación se realizó en MATLAB® R2022B. Cada algoritmo tuvo una cantidad de 1000 iteraciones como criterio de parada y así obtener la información en decibeles de los nulos y el máximo valor de la señal deseada.

Nombre	1er Nulo (dB)	2do Nulo (dB)	Máximo (dB)	HPBW (grados)
CGM	-17.162	-17.492	0.000	20.01
SGD	-11.168	-6.957	-0.742	15.20
NMS	-6.229	-4.973	-0.066	30.41
PSO	-11.728	-11.854	0	21.21
BA	-6.375	-6.420	0	28.81
CKLF	-15.298	-23.368	0	19.2107

Cuadro II

RESULTADOS ALGORITMOS: NULOS Y MÁXIMOS EN DIAGRAMA DE RADIACIÓN

Al analizar los resultados para CGM, se observa un excelente desempeño en el diagrama de radiación, con la capacidad de identificar los nulos sobre las señales interferentes y ubicar el máximo del lóbulo principal sobre la señal deseada. Además, se profundizan los nulos hasta los -60 decibeles, mientras que la ganancia máxima es cero decibeles y se encuentra en la señal deseada. El valor en grados de la potencia media es de 20 grados, lo que indica características de una antena altamente directiva. En general, el algoritmo muestra un buen comportamiento con posibilidades de mejora en función de la selección de otra función objetivo.

En el caso de SGD, se observó un mal desempeño del algoritmo al intentar identificar los nulos cercanos a los -11 y -6 decibeles, presentando dificultades para minimizar las interferencias y ubicar los nulos en los lóbulos laterales. El valor en grados de la potencia media fue de 15.20, indicando características de una antena altamente directiva.

En cuanto a NMS, se observó un mal comportamiento en la identificación de nulos sobre señales interferentes y en la ubicación del máximo del lóbulo principal sobre la señal deseada. Los lóbulos laterales presentaron características de lóbulos de rejilla y se profundizaron hasta los -14 decibeles. El

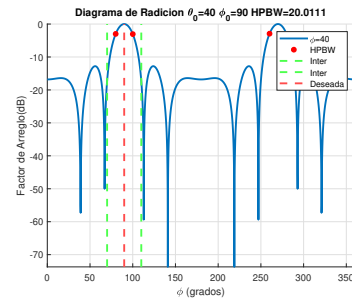


Figura 5. Diagrama de Radiación de CGM *fuelle: Autor.*

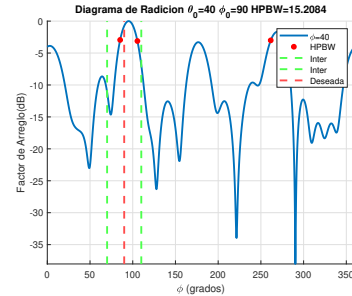


Figura 6. Diagrama de Radiación de SGD *fuelle: Autor.*

valor en grados de la potencia media fue de 30.41, indicando características de una antena directiva.

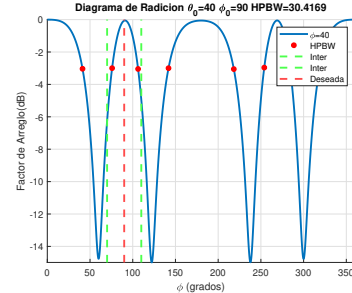


Figura 7. Diagrama de Radiación de NMS *fuelle: Autor.*

PSO presentó un excelente desempeño al identificar nulos sobre señales interferentes y ubicar el máximo del lóbulo principal sobre la señal deseada, profundizando los nulos hasta los -14 decibeles. El valor en grados de la potencia media fue de 21.21, indicando características de una antena altamente directiva. La ganancia máxima fue igual a cero decibeles y los lóbulos laterales estuvieron por debajo de los -12 decibeles.

los resultados para BA muestran un pobre desempeño en el diagrama de radiación, con dificultades para encontrar los nulos sobre las señales interferentes y ubicar el máximo del lóbulo principal sobre la señal deseada. Aunque los nulos están cercanos a los -6 decibeles, el algoritmo profundiza los nulos hasta los -55 decibeles. La ganancia máxima es cero decibeles y se encuentra en la señal deseada, mientras que los lóbulos laterales están por debajo de los -5 decibeles. El valor en grados de la potencia media es de 28.21 grados, lo que indica características de una antena directiva. En general, el

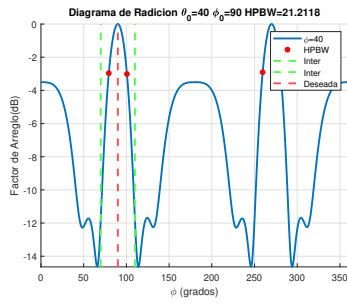


Figura 8. Diagrama de Radiación de PSO *fente: Autor.*

algoritmo muestra un pobre comportamiento con posibilidades de mejora mediante la selección de otra función objetivo que maximice la ganancia del lóbulo principal reduciendo su HPBW o ajustando los hiperparámetros.

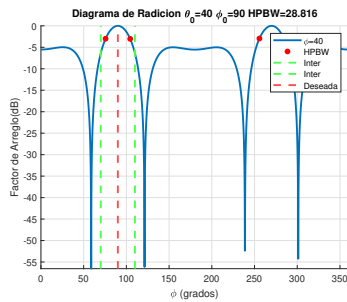


Figura 9. Diagrama de Radiación de BA *fente: Autor.*

Finalmente, el algoritmo CKLF muestra un excelente desempeño en el diagrama de radiación, con la capacidad de identificar los nulos sobre las señales interferentes y ubicar la ganancia máxima del lóbulo principal sobre la señal deseada con un valor de cero decibeles. Aunque los nulos no son simétricos, el primero se encuentra a -15 decibeles y el segundo se encuentra a -23 decibeles, lo que representa los mejores resultados obtenidos por un algoritmo comparables con los de CGM. El valor en grados de la potencia media es de 19.21 grados, lo que indica características de una antena altamente directiva. En general, el algoritmo muestra un excelente comportamiento con posibilidades de mejora mediante la selección de otra función objetivo que busque reducir los lóbulos laterales o ajustando los hiperparámetros. Este comportamiento se debe a las características exploratorias del algoritmo CKLF gracias a sus vuelos de Lévy y los resultados obtenidos en las funciones de prueba.

Para consultar los códigos de las funciones de prueba y el experimento de *Beamforming* adaptativo revisar el siguiente enlace [https://github.com/hamsomp3/pregrado\\_matematicas](https://github.com/hamsomp3/pregrado_matematicas) en un repositorio de *GitHub* público, revisar el documento *README.md* para mas información.

#### IV. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

En el contexto de la telefonía móvil de quinta y sexta generación, la optimización de la señal, la calidad del servicio y el aumento de la capacidad del sistema son factores clave

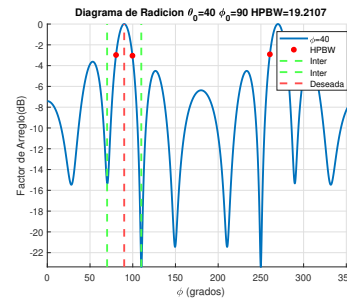


Figura 10. Diagrama de Radiación de CKLF *fente: Autor.*

para garantizar una transmisión de datos de alta velocidad y confiabilidad. Los experimentos realizados con las funciones de prueba y el *Beamforming* adaptativo son cruciales para determinar el desempeño y establecer un análisis comparativo entre la optimización clásica y metaheurística en arreglos planos URA MIMO masivo.

Los resultados obtenidos reafirman ciertos aspectos considerados en la teoría, como la presencia de aspectos heredados de PSO en la implementación de BA y CKLF. Los algoritmos metaheurísticos tienen el potencial de mejorar significativamente la eficiencia del espectro electromagnético con antenas altamente directivas y en la asignación de recursos. Los resultados obtenidos permiten concluir que CKLF es el mejor algoritmo en las cuatro funciones de prueba, con tasas de éxito muy altas y un desempeño sobresaliente en ambientes de baja y alta dimensionalidad.

La función multiobjetivo utilizada en este estudio es efectiva en ubicar los lóbulos principales en la dirección de las señales deseadas y nulos sobre las señales interferentes, objetivo logrado con todos los algoritmos. Para obtener diagramas de radiación mejores, se deben realizar procesos de sintonización adecuados para el problema del *Beamforming* adaptativo. La elección de una función objetivo que tenga mejores prestaciones, como profundizar nulos y reducir lóbulos laterales, también es importante para lograr una solución óptima con la función multiobjetivo. Es crucial determinar qué algoritmo metaheurístico es el más adecuado para el problema del *Beamforming* adaptativo, y el análisis comparativo entre algoritmos clásicos y metaheurísticos es un primer paso en esta dirección.

#### REFERENCIAS

- [1] Constantine A. Balanis. *Antenna Theory: Analysis and Design*. Wiley, 4 edition, 2016.
- [2] Momin Jamil and Xin-She Yang. A literature survey of benchmark functions for global optimisation problems. *International Journal of Mathematical Modelling and Numerical Optimisation*, 4(2):150–194, 2013.
- [3] Praneet Raj Jeripotula and B. Rajendra Naik. Performance analysis of adaptive beamforming algorithms. In *2018 International Conference on Circuits and Systems in Digital Enterprise Technology (ICCSDET)*, pages 1–4, 2018.
- [4] Jan Polanco Velasco. *Beamforming de arreglos planos mimo masivo usando optimización metaheurística*. Trabajo de grado - Ingeniería Electrónica, page 159, 2022.
- [5] Xin-She Yang. *Engineering Optimization: An Introduction with Metaheuristic Applications*. Wiley, 1 edition, 2011.
- [6] Xin-She Yang. *Nature-inspired optimization algorithms*. Academic Press, 2020.