



**Acta de Correcciones al Proyecto de Grado**  
**Matemáticas Aplicadas**

**Fecha:** 17 de enero de 2022

**Autores:** Karol Stefani Mejía Ríos

**Nombre del Proyecto de Grado:** “Un método numérico para minimizar un modelo de gestión y administración de inventarios para una empresa farmacéutica”

**Director:** Abel Álvarez Bustos

**Co-Director:** Fabián Andrés Castaño Giraldo

Como indica el artículo 2.27 de las Directrices de Trabajo de Grado, he verificado que los estudiantes indicados arriba han implementado todas las correcciones que los Jurados del Proyecto de Grado definieron que se efectuaran, como consta en el Acta de Calificación correspondiente.

  
\_\_\_\_\_

Firma de Director(a) del Proyecto de Grado


  
\_\_\_\_\_

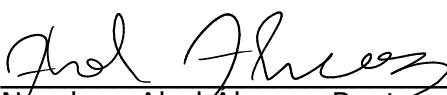
Firma de Co - director(a) del Proyecto de Grado

Nota de Aceptación

Aprobado por el Comité de Trabajo de Grado  
en cumplimiento de los requisitos exigidos por la  
Pontificia Universidad Javeriana para optar el  
título de Profesional en Matemáticas Aplicadas.

  
Hernán Camilo Rocha Niño  
Decano de la Facultad de Ingeniería y Ciencias

  
Diana Haidive Bueno Carreño  
Directora Carrera de Matemáticas Aplicadas

  
Nombre: Abel Alvarez Bustos  
Director(a) Trabajo

  
Nombre: Fabián Andrés Castaño Giraldo  
Codirector(a) Trabajo

  
Carlos Ernesto Ramírez Ovalle

Jurado 1

  
Jorge Iván Romero Gélvez

Jurado 2



Pontificia Universidad  
**JAVERIANA**  
Cali

Santiago de Cali, 19 de noviembre de 2021.

Doctora  
DIANA HAIDIVE BUENO CARREÑO  
Directora de la carrera Matemáticas Aplicadas.  
Pontificia Universidad Javeriana Cali.

Asunto: Proyecto de grado.

Cordial saludo.

Por medio de la presente confirmamos que hemos revisado el proyecto de grado titulado “Un método numérico para minimizar un modelo de gestión y administración de inventarios para una empresa farmacéutica” escrito por la estudiante Karol Stefani Mejia Rios del programa de Matemáticas Aplicadas identificada con ID: 8935896 y que en calidad de director y codirector aprobamos que sea entregado para su evaluación.

Atentamente,

---

Dr. Abel Álvarez Bustos.  
Pontificia Universidad Javeriana Cali.  
Director del trabajo de grado.

---

Dr. Fabián Andrés Castaño Giraldo.  
Pontificia Universidad Javeriana Cali.  
Codirector del trabajo de grado.

---

NIT 860.013.720-1

Calle 18 #118-250 Avenida Cañasgordas, Cali-Colombia, A.A. 26239, Código Postal: 760031, PBX (+57-2) 321 8200 / 485 6400 -

Línea gratuita nacional 01-8000-180556 - [www.javerianacali.edu.co](http://www.javerianacali.edu.co)  
Vigilada Mineducación Res. 12220 de 2016



# Un método numérico para minimizar un modelo de gestión y administración de inventarios para una empresa farmacéutica

Karol Stefani Mejia Rios

Dr. Abel Álvarez Bustos

Director

Dr. Fabián Andrés Castaño Giraldo

Codirector

Proyecto de grado para optar por el título Profesional en Matemáticas Aplicadas.

Matemáticas Aplicadas  
Facultad de Ingeniería y Ciencias  
Pontificia Universidad Javeriana Cali  
Noviembre 2021

# **Un método numérico para minimizar un modelo de gestión y administración de inventarios para una empresa farmacéutica**

Karol Stefani Mejia Rios

Directores:

Abel Álvarez Bustos & Fabián Andrés Castaño Giraldo

Noviembre 2021

## Resumen

La administración de inventarios es la gestión respecto al ingreso y salida de insumos, productos terminados o semiterminados, bienes auxiliares y herramientas que tiene una compañía. El cual, posibilita calcular con exactitud los gastos de generar las mercancías. Además, es clave para minimizar los costes de mantenimiento del inventario. Cuantas menos existencias permanezcan inmovilizadas, menos tendrá que gastar la compañía en almacén o en pérdidas de productos perecibles y también posibilita calcular la producción fundamental para aprovisionar toda la demanda esperada por los clientes, tomando en cuenta un stock extra para encarar a demandas inesperadas. Los inconvenientes de inventario están afectando todos los sectores de la economía, y tienen la posibilidad de conducir a pérdida de ventas, pérdida de postura y colaboración en el mercado, además de disminución de la productividad de las operaciones al perjudicar de manera directa los precios. Por ello muchas compañías necesitan mejorar sus procedimientos y modelos de estudio y administración de abasto, de esta forma además como el control de los niveles de inventario.

La finalidad de este trabajo es el diseño y evaluación de un modelo estocástico de administración y gestión de inventarios, elaborado a el tamaño de una compañía farmacéutica del suroccidente de Colombia, para materias primas y material de empaque que posibilite reducir los precios de desempeño de inventario y la ocupación en bodega de materiales en la compañía, al igual que conservar los niveles de servicio esperados para la idónea ejecución de las operaciones de aprovisionamiento de la compañía, por medio de la utilización de procedimientos analíticos y/o numéricos, especialmente apoyándose en simulación para establecer las superiores políticas, simultáneamente que se evalúa el precio asociado a dichos. Finalmente se hace un análisis de resultados para establecer la mejor manera de reducir los precios de funcionamiento de inventario y la ocupación en bodega de materiales en la compañía en análisis. Los resultados sugieren que, bajo la metodología empleada, es viable reducir los precios totales por medio de la gestión eficiente de los inventarios, y racionalización de las elecciones de compra.

**Palabras clave:** Pérdida de producto, pérdida de ventas, nivel de costo, minimizar costos, nivel de inventario, demanda, modelo estocástico, simulación, optimización, inventarios y decisión de compra.

## Resumen

Inventory management is the management regarding the entry and exit of inputs, finished or semi-finished products, auxiliary goods and tools that a company has. Which makes it possible to accurately calculate the costs of generating the goods. In addition, it is key to minimizing inventory maintenance costs. The less inventory remains immobilized, the less the company will have to spend in the warehouse or in losses of perishable products and it also makes it possible to calculate the fundamental production to supply all the expected demand by customers, taking into account an extra stock to face unexpected demands. Inventory drawbacks are affecting all sectors of the economy, and have the possibility of leading to lost sales, loss of position and collaboration in the market, in addition to decreased productivity of operations by directly damaging prices. For this reason, many companies need to improve their procedures and models of study and supply management, in this way as well as the control of inventory levels.

The purpose of this work is the design and evaluation of a stochastic model of administration and inventory management, developed at the size of a pharmaceutical company in the southwest of Colombia, for raw materials and packaging material that makes it possible to reduce inventory performance prices. and the occupation in the warehouse of materials in the company, as well as maintaining the expected service levels for the ideal execution of the company's supply operations, through the use of analytical and / or numerical procedures, especially relying on simulation to establish the superior policies, simultaneously that the price associated with said is evaluated. Finally, an analysis of the results is made to establish the best way to reduce the operating prices of inventory and the occupation in the warehouse of materials in the company under analysis. The results suggest that, under the methodology used, it is feasible to reduce total prices through efficient inventory management and rationalization of purchase choices.

**Keywords:** Product loss, sales loss, cost level, minimize costs, inventory level, demand, stochastic model, simulation, optimization, inventory and purchase decision.

# Índice

<b>1. Introducción</b>	<b>3</b>
<b>2. Planteamiento del problema</b>	<b>4</b>
2.1. Antecedentes . . . . .	4
2.2. Descripción problema . . . . .	5
<b>3. Marco teórico</b>	<b>7</b>
3.1. Introducción a la logística . . . . .	7
3.2. Generalidades de los sistemas de inventario . . . . .	9
3.3. Estructura y objetivos de un sistema de inventarios . . . . .	10
3.4. Clasificación de los modelos de inventarios . . . . .	10
3.5. Modelo Estocástico de Inventario . . . . .	11
3.5.1. Sistema de revisión continua . . . . .	11
3.5.2. Sistema de revisión periódica . . . . .	12
<b>4. Metodología</b>	<b>12</b>
4.1. Metodología de solución . . . . .	14
<b>5. Desarrollo</b>	<b>15</b>
5.1. Modelo . . . . .	15
<b>6. Resultados obtenidos</b>	<b>18</b>
6.1. Compras . . . . .	19
6.2. Inventario Final . . . . .	20
6.2.1. Inventario Final: Insumo 1 . . . . .	20
6.2.2. Inventario Final: Insumo 2 . . . . .	21
6.2.3. Inventario Final: Insumo 3 . . . . .	21
6.2.4. Inventario Final: Insumo 4 . . . . .	22
6.2.5. Inventario Final: Insumo 5 . . . . .	23
6.2.6. Inventario Final: Insumo 6 . . . . .	23
6.2.7. Inventario Final: Insumo 7 . . . . .	24
6.2.8. Inventario Final: Insumo 8 . . . . .	25
6.2.9. Inventario Final: Insumo 9 . . . . .	25
6.2.10. Inventario Final: Insumo 10 . . . . .	26
6.2.11. Inventario Final: Insumo 11 . . . . .	27
6.2.12. Inventario Final: Insumo 12 . . . . .	27
6.3. Faltantes . . . . .	28
6.3.1. Faltante: Insumo 1 . . . . .	28
6.3.2. Faltante: Insumo 2 . . . . .	29
6.3.3. Faltante: Insumo 3 . . . . .	29
6.3.4. Faltante: Insumo 4 . . . . .	30
6.3.5. Faltante: Insumo 5 . . . . .	30

6.3.6.	Faltante: Insumo 6 . . . . .	31
6.3.7.	Faltante: Insumo 7 . . . . .	31
6.3.8.	Faltante: Insumo 8 . . . . .	32
6.3.9.	Faltante: Insumo 9 . . . . .	32
6.3.10.	Faltante: Insumo 10 . . . . .	33
6.3.11.	Faltante: Insumo 11 . . . . .	33
6.3.12.	Faltante: Insumo 12 . . . . .	34
6.4.	Demanda . . . . .	34
6.4.1.	Demanda: Insumo 1 . . . . .	35
6.4.2.	Demanda: Insumo 2 . . . . .	35
6.4.3.	Demanda: Insumo 3 . . . . .	36
6.4.4.	Demanda: Insumo 4 . . . . .	37
6.4.5.	Demanda: Insumo 5 . . . . .	37
6.4.6.	Demanda: Insumo 6 . . . . .	38
6.4.7.	Demanda: Insumo 7 . . . . .	39
6.4.8.	Demanda: Insumo 8 . . . . .	39
6.4.9.	Demanda: Insumo 9 . . . . .	40
6.4.10.	Demanda: Insumo 10 . . . . .	41
6.4.11.	Demanda: Insumo 11 . . . . .	41
6.4.12.	Demanda: Insumo 12 . . . . .	42
6.5.	Pedidos en Tránsito . . . . .	42
6.6.	Nivel Servicio . . . . .	43
6.7.	Pronóstico de demanda . . . . .	44
<b>7.</b>	<b>Conclusiones y futuros trabajos</b>	<b>44</b>
<b>8.</b>	<b>Anexos</b>	<b>47</b>

# 1. Introducción

Un inventario según Love [Blumenfeld, 2001], es una proporción de capital o materiales bajo el dominio de una organización que se sostiene por una temporada en modo improductiva esperando su venta o uso.

El motivo primordial para controlar inventarios se debería a que es poco usual que los bienes que se poseen sean exactamente los que se demandan. No disponer de los materiales ni los suministros una vez que se requieren representa pérdidas económicas en el proceso beneficioso y prepara además insatisfacción del comprador.

El estudio de la gestión de inventarios es un área del entendimiento que se ha examinado de forma científica hace ya algunas décadas. A partir de que ha sido planteado el modelo de lote económico de Harris en 1913, varios autores se han dado al deber de solucionar diversos inconvenientes de inventarios [Ponsot, 2008]. El inicio importante de esta clase de modelos va a decidir la política de suministro por medio de determinar la porción a solicitar y el lapso de abastecimiento para poder hacer el precio mínimo. Actualmente, el análisis de los inconvenientes de control de los inventarios es, por consiguiente, una temática en constante evolución, a la vez que es atendida por una gigantesca proporción de estudiosos por medio de modelos cada vez más complicados [Ponsot, 2008].

Hay varios modelos matemáticos usados para explicar la administración de inventarios, entre ellos hay modelos estocásticos y determinísticos, modelos de revisión continua y de revisión periódica, modelos con un exclusivo artículo y de diversos artículos, modelos para artículos perecederos y para artículos no perecederos, etcétera [Taha et al., 2004].

Además, el sector farmacéutico a nivel colombiano y a nivel mundial ha tenido un crecimiento muy importante, las cifras señalaron que el crecimiento del mercado farmacéutico en el periodo del 2013 al 2018 se debió a la elevación de precios, a pesar de que el costo de los medicamentos aumentó en 5,4 billones de pesos, el número de unidades vendidas continuó prácticamente igual. Además, este daría avances significativos en exportaciones, empleo y monto comercializado, según el plan de negocios de este sector realizado por Colombia Productiva, entidad adscrita al Ministerio de Comercio [Andia, 2019].

Debido a que se incrementó la demanda de medicamentos el mercado farmacéutico aumento, por lo que la industria farmacéutica aumenta consecuentemente los volúmenes de fabricación, venta e inventario. Ahora, el inventario puede ser el centro de varias clases de problemas en las empresas de cualquier sector, pues en la medida que se posee una inadecuada administración de inventario se genera serias dificultades como: venta perdida, pérdida de posición en el mercado, pérdida de rentabilidad por relación costo e ingreso bruto, comprometer el flujo de capital, restar flexibilidad y adaptabilidad, entre otros [Asencio Cristobal et al., ].

Este trabajo se apoya en ofrecer solución a un modelo matemático estocástico que tiene como

objetivo la evaluación de la bodega de insumos de una planta de una compañía farmacéutica, por consiguiente, se abordará la gestión y administración de inventario bajo un modelo, por el que, se generará un procedimiento numérico que posibilite ofrecer solución al modelo para hacer reducir los precios de funcionamiento de inventario y la ocupación en bodega de materiales en la compañía en análisis.

## 2. Planteamiento del problema

### 2.1. Antecedentes

La administración de inventarios es una de las ocupaciones logísticas en donde se hallan más maneras de minimizar precios para las organizaciones por tal razón muchas empresas comerciales, han reaccionado a la realidad de que al mejorar sus inventarios mejoran todos sus movimientos económicos, internos y externos, y se hallan en la averiguación de resoluciones para saciar sus necesidades, desde las más simples hasta las más complejas además de las de sus clientes, hablando en términos de cualquier movimiento que esta pueda realizar [Díaz Montenegro and Jesusi Aymara, 2019]. Esta averiguación constante permitió la actualización en sus procedimientos de trabajo, realizando más eficientes sus sistemas de inventarios al divisar las ventajas que esto genera; las organizaciones que no se han interesado en la averiguación de estas mejoras, se permanecen hundiendo en graves inconvenientes en sus procesos de compraventa y debido a lo cual, crecimiento de sus precios y una enorme caída de sus consumidores.

El problema de inventarios ha estado continuamente presente en la historia humana. La compra y preservación de bienes para el consumo directo poblacional o requeridos como materias primas para la preparación de productos terminados, ha rondado la cultura a partir de que se hiciera evidente que el hombre era capaz de crear en más grande porción que lo rigurosamente primordial para su consumo personal. Esta validez “productora” produce la dificultad inmediata de la administración de inventarios, o sea, que se debe hacer con el sobrante de elaboración [Ponsot, 2008].

Los inconvenientes de inventario en las organizaciones resultan muy viejos, sin embargo, no ha sido sino hasta comienzos del siglo XIX una vez que se empezaron a hacer intentos por ejercer técnicas analíticas para su análisis sistemático, racionalización e idónea resolución [Ponsot, 2008]. En el tamaño en que se fueron desarrollando estas teorías y estudio, nació la necesidad de ocupar procedimientos matemáticos, debido primordialmente al veloz aumento de las industrias manufactureras, al desarrollo de las diferentes ramas de la ingeniería y a la implementación de novedosas técnicas de estudio, varias de las cuales piensan a los sistemas de inventarios estrictamente juntos con la planeación de la producción [Nahmias, 1993].

A medida que las maneras de producción se mantuvieron en niveles artesanales y precarios, las elecciones sobre los inventarios han estado signadas por lo inmediato, más que por una perspectiva de extenso alcance que permitiera la idealización. Lee y Nahmias [Nahmias, 1993] comunican que los trabajos iniciales sobre modelos de inventarios son gracias a Ford Harris en 1913 dado que

realizo el modelo EOQ (Economic Order Quantity). Después, diferentes autores se preocuparon por formular modelos matemáticos para la administración de inventarios e hicieron publicaciones al respecto, quizás uno de los más considerables resultados ha sido el análisis realizado por Whittin en 1963 la cual fue una importante aportación para la administración de inventarios y al entendimiento de la economía clásica.

A lo largo de y luego de la Segunda Guerra Mundial y en el productivo entorno de la Corporación RAND en Estados Unidos, se generan los adelantos más destacados y prestigiosos sobre modelos de inventario que se tiene hasta el presente. Los modelos de inventarios estocásticos tienen sus inicios en 1958, año en el que fue postulado el modelo por Arroz, luego en los sesenta se inventaron variaciones de este adaptándose mejor a las necesidades de las organizaciones. En las últimas décadas se siguen realizando pequeñas variaciones de estos modelos, éstas han sido registradas en publicaciones actuales. La entrada de la estadística, así como la “recursividad” que la programación dinámica aporta al estudio de los múltiples vínculos en una cadena de suministros fueron numerosas ideas que condujeron el tema hasta la actualidad [Ponsot, 2008].

En la actualidad la creciente necesidad de las organizaciones de minimizar los precios en sus operaciones cotidianas y aumentar las ventajas para las mismas ha creado que vean a las ocupaciones logísticas como un foco para conseguir dichos 2 fines. Esta necesidad nace como contestación a la alta competitividad del mercado presente, causada en parte importante por la globalización, que en varios casos ordena a las organizaciones a dar sus productos a menor costo, con superiores propiedades de calidad y con un más grande grado de servicio al comprador [Gutiérrez, 2009].

Actualmente la administración de los inventarios en las organizaciones es dependiente de varios componentes como, por ejemplo, su actividad comercial, las políticas de inventarios que maneja, recursos accesibles, entre otros.

## **2.2. Descripción problema**

Actualmente la gran mayor parte de las organizaciones, por pequeñas que estas sean, muestran inconvenientes de inventario con distintas propiedades bastante particulares unas de otras. Por esta razón a escala mundial, se han invertido gigantes porciones de dinero y tiempo en hallar resoluciones, que permitan reducir dichos inconvenientes y racionalizar al más alto este fundamental aspecto, íntimamente referente con los precios de producción. El reto está en lograr determinar una política que permita generar reposición oportuna, a la par que optimice múltiples elementos relevantes para la competitividad de las organizaciones, elementos tales como el costo y/o el nivel de servicio, que son de los más comunes para generar diferenciación [Kapusinski and Tayur, 1999].

Este análisis se llevó a cabo con el fin de implantar una política para la gestión de inventarios que posibilite reducir precios y averías por obsolescencia sin colocar en peligro la disponibilidad de materiales para la construcción, e incurrir en faltantes en ventas. El análisis se logró en las instalaciones de una planta de elaboración de productos farmacéuticos para el consumo humano. Seccional ubicada en Cali (Valle del Cauca), cuya primordial actividad es la construcción y repar-

tición multicanal de productos farmacéuticos de consumo humano. El reparto es elaborado tanto a grado nacional, como universal, con presencia directa en 6 territorios (Ecuador, Panamá, El Salvador, Honduras, Nicaragua y República Dominicana) e indirecta en 15 territorios primordialmente de centro América y el Caribe; toda una operación que cuenta con más de 88 años consecutivos.

En 1913 Harris genero el modelo del lote económico (EOQ) para la gestión de inventarios, los investigadores se han propuesto generar modelos de inventarios que se ajusten más a la realidad de las empresas debido a que el modelo de la cantidad económica de pedido no tiene en cuenta muchas consideraciones de las empresas como, ejemplificando: las limitaciones de los recursos, los tiempos de entregas y la incertidumbre de la demanda, entre otros.

Para el cálculo del EOQ se utiliza un procedimiento que además de la demanda, estima recursos propios del sistema, por ejemplo, la negociación con proveedores, el balanceo o distribución manual de las cantidades de los lotes de creación (graneles) para cada una de las presentaciones de producto terminado (PT), el balanceo de las cantidades óptimas de las presentaciones de muestra medica de PT, y las cantidades de compra para todos los ítems de los insumos requeridos para la obra, garantizando así el cumplimiento la política ABC en costos expresada en meses de cobertura.

Cabe resaltar que las actividades de balanceo manual (proceso elemental en la definición de la política de inventario), actividades para simular y definir las cantidades y frecuencia de compra de los materiales, asimismo las de definir las cantidades y frecuencia de creación para cada presentación de producto terminado; son llevadas a cabo gracias a los planeadores de producción de cada una de las múltiples unidades productivas. En otras palabras, estas actividades tratan de la definición manual (prueba error) de cómo se distribuyen los consumos entre las diversas presentaciones comerciales de cada producto, definir la frecuencia de compra de cada insumo según las políticas de la compañía y el comportamiento del consumo histórico del mismo, y además definir cada cuanto edificar un lote de producto, y que horizonte de tiempo cubrir con dicha creación.

Este trabajo busca revisar, evaluar y definir una política de inventario que permita minimizar los niveles de inventario y los costos de almacenaje en una compañía farmacéutica. De tal manera que, se espera diseñar un modelo de gestión y control de inventarios para materias primas y material de empaque que permita disminuir los costos de manejo de inventario y la ocupación en bodega de materiales en la compañía farmacéutica en estudio, al igual que mantener los niveles de servicio esperados para la correcta ejecución de las operaciones de aprovisionamiento de la compañía, mediante el uso de métodos analíticos y/o numéricos, particularmente apoyándose en simulación para determinar las mejores políticas, al mismo tiempo que se evalúa el costo asociado a estos.

## 3. Marco teórico

### 3.1. Introducción a la logística

La logística es la disciplina que estudia las actividades funcionales que determinan el flujo de materiales y de la información relativa en una empresa, desde su origen en los proveedores hasta entrega de los productos terminados a los clientes y al servicio post-venta. Desde el punto de vista de las empresas [Ghiani et al., 2013, Mikosch et al., 2006], la logística es vista como un sistema, que incluye no solo todas las actividades funcionales que determinan el flujo de materiales e información, sino también las infraestructuras, medios, equipos y recursos indispensables para la ejecución de estas actividades. Un sistema logístico está compuesto de instalaciones, donde una o más actividades funcionales que se llevan a cabo (por ejemplo, almacenamiento y distribución).

Por lo cual, se tiene que la importancia de la logística consiste en mejorar la fase del mercado, el servicio al cliente y mantener el transporte al menor costo. Algunas de sus actividades son: el aumento en las líneas de producción, la eficiencia en producción, alcanzar niveles altos, la cadena de distribución debe mantener cada vez con menos inventario y el desarrollo de sistemas de información. Por otro lado, tenemos los objetivos de la logística que pueden caracterizarse por tres variables: costos, ganancias y nivel de servicio [Ghiani et al., 2013, Mikosch et al., 2006].

- **Costos:** Los costos de las actividades logísticas son los recursos financieros consumidos por la empresa al realizar estas actividades. Se dividen en fijos y costos variables.
- **Beneficios:** Las actividades de logística afectan las ganancias de la compañía, aunque sean contrarias costos, el impacto de las operaciones logísticas en las ventas es difícil de cuantificar.
- **Nivel de servicio:** El nivel de servicio abarca el grado general de cliente satisfacción y depende de numerosos factores (indicados colectivamente como marketing mix), relacionado con las características del producto, el precio, las ofertas promocionales y el modo de distribución.

Por otro lado, las actividades logísticas se clasifican tradicionalmente según su ubicación con respecto al proceso de producción y distribución. En particular, la logística de suministro se realiza antes de las plantas de producción y consiste en la gestión de materias primas, suministro de materiales, materiales y componentes en función de la empresa en plan de producción.

En primer lugar, está la logística interna que se realiza en las plantas de producción y consiste en recibir y almacenar materiales, en recogerlos del almacén para alimentar las líneas de producción y mover sucesivamente las semiacabadas mercancías hasta el embalaje y almacenamiento del producto terminado. Finalmente, la distribución y las actividades logísticas se llevan a cabo después de las plantas de producción y antes del mercado. Suministran los puntos de venta o los clientes en esta esquematización, la logística de suministro y la logística de distribución se denominan colectivamente externas logística [Mikosch et al., 2006].

Las actividades logísticas pueden ser realizadas por la propia empresa o pueden confiarse a una

tercera parte. Estas elecciones son hechas por la compañía de acuerdo con la misma lógica en la que se basan las decisiones tipo “tomar o comprar”.

En segundo lugar, está la logística inversa que es el sector de la logística que se ocupa de los flujos de productos (sin vender artículos o devoluciones) desde su destino final al productor inicial o a una instalación dedicado a su tratamiento.

Y, por último, está la logística integrada se puede realizar en dos formas alternativas diferentes. El primer caso (enfoque de eficiencia) se basa en las llamadas relaciones inteligentes, es decir, sobre la estipulación de contratos de naturaleza estrictamente operativa que no modificar las propias estrategias de la empresa, pero tienden a acelerar los intercambios con el socio y conducen a una reducción de desperdicio y de actividades que no proporcionan valor añadido.

En el segundo caso (enfoque de diferenciación), la empresa intenta forjar alianzas exclusivas con los socios, generando así relaciones únicas y privilegiadas que no son replicables por los competidores y generan un valor agregado con Respeto a la competencia.

Cuando una empresa tiene que manejar simultáneamente varios productos, el sistema logístico inevitablemente se vuelve más complejo. Es conveniente agrupar los productos en clases de diferente importancia, para que las actividades logísticas puedan ser organizadas para cada clase de producto y no para cada producto individual. La clasificación ABC, que es el método más extendido para esto propósito, permite que los bienes se subdividan en tres clases, llamadas A, B y C, sobre la base del valor de los productos. El valor de los productos es típicamente medible por medio de los ingresos generados por ellos en una referencia lapso de tiempo (por ejemplo, un año). De esta manera, la clase A se compone del conjunto de productos lograr un alto porcentaje correspondiente (por ejemplo, 80 %) del total anual ingresos. La clase B se compone del conjunto de artículos asociados con lo siguiente 15 % de los ingresos, mientras que la clase C se compone de los artículos restantes. La clasificación se logra ordenando la lista de productos en valores, y seleccionando sucesivamente los artículos en el orden resultante, hasta un valor acumulado predefinido [Ghiani et al., 2013, Mikosch et al., 2006].

El triunfo de muchas empresas viene dado por ejercer una logística eficiente, o sea, explotan a la mayor dicha característica de su servicio que la hace competitiva y marcar la diferencia del resto, sincronizado con lo cual el comprador requiere para estar satisfecho. Las organizaciones tienen que enfocarse en lo cual realmente anhelan y requieren más que nada en el futuro, la Logística tiene un papel bastante fundamental para generar en el comprador una necesidad futura, que nada tiene de descabellado. Los consumidores quieren disponer de proveedores integrales y no por piezas, esto disminuye precios y tiempo [Mikosch et al., 2006].

Sin embargo, se puede encontrar el inventario como parte del triunfo de las empresas, toda compañía cuenta con un stock, cuya porción va a depender de la política y ventas de la compañía [Mikosch et al., 2006]. Aunque no es solo disponer de inventario, sino tener el control de los movimientos o rotación.

La Logística y el almacenaje tienen que facilitar a la organización el estudio, construcción, mejora de sus procesos conllevándola a aceptar nuevos desafíos, que en la época de la información y la tecnología se hace bastante sencillo mejorar los movimientos y precios logísticos, desde el estudio de la información recabada de precios logísticos, tiempo en tránsito, precio financiero de los Inventarios, magnitudes, rutas, espacios accesibles, control de entregas, entre otros [Ghiani et al., 2013, Mikosch et al., 2006].

Además, gestionar el inventario en logística de forma óptima involucra gestionar la mercancía a partir de que los niveles de stock necesitan su reabastecimiento hasta que el comprador reciba la mercancía, pasando por las peticiones a proveedores, etcétera [Ghiani et al., 2013]. Al fin y al cabo, las organizaciones de logística deben gestionar la cadena de abastecimiento de tal modo que el control de stock es clave para su triunfo.

En Stock Logistic se muestra ciertos procedimientos de administración de inventario (control de flujos de mercancía y servicios logísticos) que, implantados de forma simultánea en la organización, te ayudarán a conseguir el triunfo en logística [Ghiani et al., 2013, Mikosch et al., 2006].

### **3.2. Generalidades de los sistemas de inventario**

Los inventarios emergen de forma natural básicamente en cada una de las organizaciones de cualquier sector económico, el motivo de que esto suceda es sencilla, los inventarios permiten saciar de manera instantánea, la demanda de un artículo [Ponsot, 2008]. De esta forma, a partir de la perspectiva de un comprador constantemente debería seguir estando inventario disponible del artículo en cuestión. Sin embargo, conservar inventario acarrea precios para las organizaciones, por cierto, para varias organizaciones los precios de conservar inventario representan la más grande cantidad de sus precios de desempeño, por lo cual generalmente para las organizaciones no es nada adecuado tener inventarios. Observe que el término comprador y organización, se utilizan para caracterizar una extensa pluralidad de situaciones, o sea, al referirse a consumidores no solo podría ser el cliente final de un producto dado, sino que podría ser ejemplificando un área específica en la organización misma que se abastece de un área anterior en la sucesión de producción. Por consiguiente, los inventarios tienen la posibilidad de manifestarse en cualquier parte de la cadena de suministros.

Está claro entonces que los inventarios son una especie de mal primordial, los consumidores esperan poder ser atendidos con la más grande prontitud viable, si un comprador llega y no descubre atención a su demanda, es viable que la espera afecte negocios futuros o inclusive que el comprador decida no aguardar y hacer negocios en otra parte, lo que claramente no es correcto [Ponsot, 2008]. Hay, no obstante, otras causas por las cuales una organización u organización dictamina llevar inventarios; imaginemos un producto cuyo costo fluctúa por temporadas, parece buena iniciativa entonces mercar una porción notable de comentado producto una vez que está a bajo costo, conservarlo y venderlo una vez que llegue la temporada de costos elevados, la misma iniciativa aplica una vez que la producción o compra de monumentales porciones de un producto implica un menor precio unitario de producción o compra. Son muchas las causas por las cuales las empresas

se esfuerzan por conservar niveles óptimos de inventarios, el fin de la gestión del sistema es por consiguiente hallar un balance óptimo entre los precios del inventario y las ventajas que éste da.

### **3.3. Estructura y objetivos de un sistema de inventarios**

Un sistema de inventario es el conjunto de políticas y controles que inspecciona los niveles de inventario e instaure cuáles son los niveles que deben conservarse, cuando se debería reabastecer el inventario y de qué tamaño debe ser el pedido, simultáneamente da la estructura de organización y las políticas operativas para mantener y controlar los bienes en vida [Blumenfeld, 2001]. El sistema es responsable de solicitar y recibir bienes: decidir la era para poner el pedido y continuar el rastro de lo cual se ha pedido, de cuanto se ha pedido, y de quien lo ha pedido. El sistema además debería ofrecer seguimiento, para contestar a cuestiones como, por ejemplo: ¿Recibió el pedido el proveedor? ¿Ya se envió? ¿Están primordiales las fechas? ¿Se han predeterminado los métodos para reordenar o regresar mercancía no deseada?

Para asistir al sistema en cada una de las cuestiones que emergen se traducen al lenguaje matemático las diferentes propiedades del sistema, obteniéndose de esta forma un modelo matemático, el cual va a ser la parte abstracta del sistema y se utilizará para la toma de decisiones y mejoramiento de la eficiencia del sistema. A monumentales aspectos, el modelo tendrá que contestar a 2 cuestiones: ¿Cuánto se debería pedir?, ¿Cuándo se debería pedir? El modelo dará contestación a dichas preguntas con base a una ideología de operación, el enfoque primordial desde luego es la minimización de los precios de llevar el inventario, no obstante, en algunas ocasiones es más apropiado intentar de maximizar las utilidades que es el objetivo de toda organización con ánimo de lucro. El último objetivo podría ser el ideal, sin embargo, es mucho más difícil, debido a que las utilidades se ven dañadas no solo por el funcionamiento de inventarios, sino que permanecen en funcionalidad del comportamiento universal de las superficies de la compañía, de esta forma que habría que tener en cuenta las diversas interacciones entre los departamentos de la organización en un modelo multiobjetivo.

### **3.4. Clasificación de los modelos de inventarios**

Los sistemas de inventario tienen la posibilidad de variar extensamente de un caso a otro, son bastantes los componentes y las situaciones que ocasionan tales variaciones. La naturaleza de los bienes en inventario, la conducta de la demanda y el sistema de información son apenas ciertos de dichos componentes. Es prudente por consiguiente hacer una categorización de los diversos tipos de modelos que emergen bajo varias de estas condiciones. Tienen la posibilidad de clasificarse ejemplificando, según la conducta de la demanda y la época de restauración, en modelos determinísticos y estocásticos, por supuesto los modelos determinísticos son esos que suponen certeza en el razonamiento de la demanda y la era de restauración, y los estocásticos son los que piensan aleatoriedad en una o los dos cambiantes [Taha et al., 2004]. Los modelos estocásticos piensan que las cambiantes son estacionarias, o sea que tienen la posibilidad de representar con una funcionalidad de posibilidad que no cambia con la era.

Según la forma de revisión de los niveles de inventario los modelos tienen la posibilidad de clasificar en modelos de revisión continua y de revisión periódica [Taha et al., 2004]. Los de revisión continua son esos en los que se sabe el grado de inventario en cualquier punto del tiempo, cualquier tipo de transacción que perjudique el grado de inventario, de la misma forma que compra o comercialización de un producto, se registra rápidamente. Los de revisión periódica son esos en los que el grado de inventario se sabe solo en aspectos definidos de tiempo, o sea, cada cierto intervalo de tiempo se hace una revisión del sistema y en aquel instante se sabe su estado.

Los nombres de los modelos tienen la posibilidad de además hacerse en funcionalidad de cualquier otra particularidad del sistema o del funcionamiento de información, tienen la posibilidad de inclusive combinarse las clasificaciones y adquirir nombres como, por ejemplo: modelo estocástico de revisión continua o de revisión periódica [Taha et al., 2004]. Es necesario mencionar que en modelos determinísticos las políticas de revisión continua o revisión periódica generan los mismos resultados, ya que se puede intuir el nivel de inventario en cualquier punto del tiempo. Sin embargo, en modelos estocásticos, si hay diferencias significativas en los resultados que ofrecen ambas políticas, donde principalmente el manejo del modelo en términos matemáticos frecuenta ser más complejo cuando se utiliza revisión periódica del inventario, pero el sistema de revisión continua usualmente es más costoso debido a las observaciones permanentes del inventario o a la generación de un sistema de información conveniente.

Ciertos sistemas de inventarios poseen propiedades bastante especiales y los modelos resultantes se realizan bajo ciertas condiciones bastante usuales en la literatura por lo cual reciben una notación particular, después se muestra una breve especificación de los más estudiados (todos éstos, son modelos estocásticos).

### **3.5. Modelo Estocástico de Inventario**

Un inventario estocástico o probabilístico muestra una demanda o tiempo de entrega desconocido (es aleatorio), por lo cual esta demanda o tiempo es expresado por medio de una variable aleatoria [Taha et al., 2004].

Por lo tanto, un modelo de inventario probabilístico utiliza una distribución de probabilidad para detallar el precio de la demanda o de otra variable desconocida.

Teniendo en cuenta lo mencionado anteriormente, se han generado diferentes modelos de inventario probabilísticos multiperiodos clasificados mediante la forma en que se inspecciona el inventario, modelos en los que la alteración se debería a la incertidumbre y no a razones predecibles. La clasificación plantea diferenciar entre modelos de revisión continua y revisión periódica.

#### **3.5.1. Sistema de revisión continua**

Además, conocido como sistema de punto de reorden, sistema de porción fija o modelo Q. Los modelos categorizados en este sistema se especifican dado que se hace un pedido, una vez que el

inventario llega a un grado determinado [Taha et al., 2004]. Esto implica que se dirige el inventario restante de manera recurrente y en varios casos, cada vez que se realizan retiros de un artículo para establecer si se debiera producir un nuevo pedido. En conclusión: La cantidad es fija y el tiempo es variable.

En los ejemplos de inventarios de revisión continua, diremos 2 variantes del Modelo EOQ: La primera se fundamenta en un EOQ con inventario de estabilidad para saciar la demanda incierta, el segundo es un Modelo EOQ Probabilístico que genera la demanda aleatoria en la formulación.

### 3.5.2. Sistema de revisión periódica

Además, frecuente llamarse sistema de reorden a intervalos fijos, sistema de lapso fijo, sistema de reorden periódico o modelo P. El inventario es inspeccionado de manera periódica (cada semana, cada 10 días, cada mes, etc.) y no de manera continua, por lo cual la emisión de peticiones se hace finalmente de cada lapso o en su inicio [Taha et al., 2004].

Teniendo en cuenta esto, ya tenemos la posibilidad de nombrar una característica, este sistema no requiere que el empleado genere un conteo físico tras cada transacción de inventario; en lugar de aquello lo hace una vez que llega la época de revisión de acuerdo con la periodicidad determinada. Esto quiere decir que se realiza un ahorro de tiempo para el empleado. Además, los modelos de estudio periódico integran casos de un solo lapso, y de periodos diversos.

Esta clase de sistemas comparte diversos supuestos con el sistema de revisión continua EOQ:

- Tiene presente como únicos precios los costes de ordenar y de conservar.
- Los tiempos de entrega son conocidos y constantes
- Los artículos son independientes entre sí.

En conclusión: La cantidad es variable y el tiempo es fijo.

## 4. Metodología

Este es un modelo estocástico, que usa optimización matemática y simulación, por consiguiente, una naturaleza cuantitativa, debido a que se basa en la investigación de datos provenientes de diferentes fuentes, de esta forma: fuentes primarias como las bases de datos de los sistemas de información de la compañía, y la ayuda de individuos de gran entendimiento y trayectoria en la organización. Fuentes secundarias como artículos de investigación científica y libros que tratan del desarrollo de modelos para el control y administración de inventarios con multiproductos y multiparámetros a fin e impacto de diseñar y evaluar el modelo que posibilita solucionar de la mejor forma el problema de investigación que se expone en este documento.

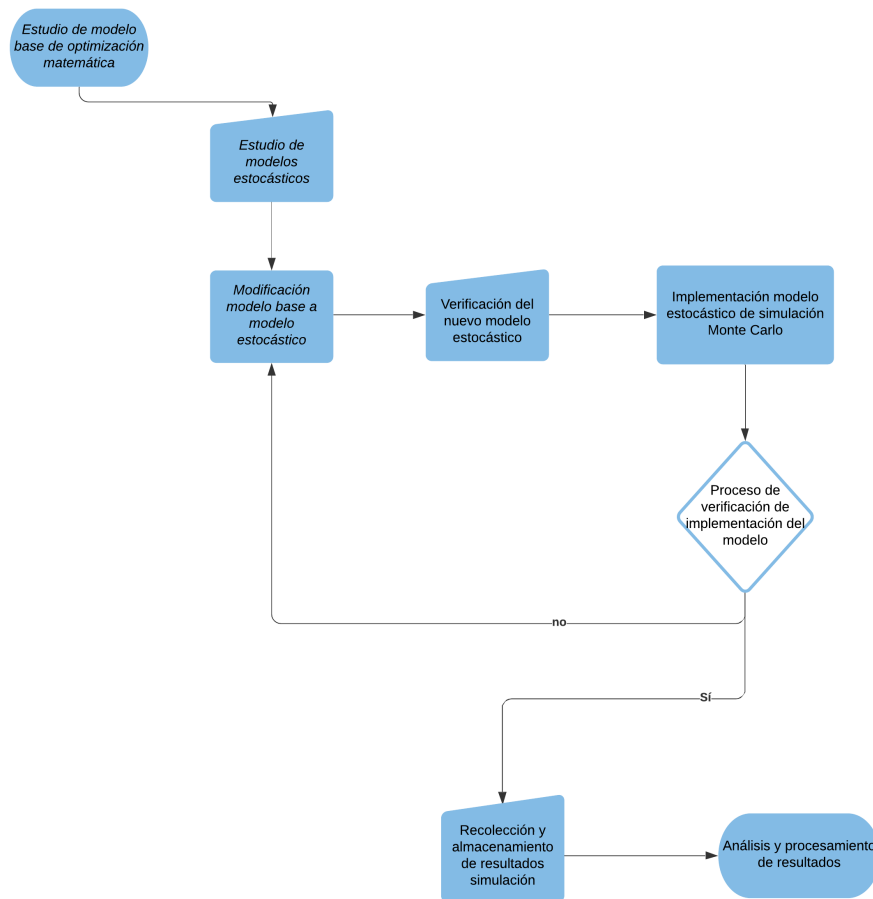


Figura 1: Proceso modelo de optimización matemática y de simulación

Desde las metas definidas se plantean las próximas fases metodológicas para el desarrollo de esta investigación:

- **Investigación sobre inventarios y modelos estocásticos** Para iniciar la investigación se debe indagar un poco sobre el tema a abordar, en nuestro caso sobre inventarios y modelos estocásticos para así poder modificar y construir el modelo en estudio.
- **Construcción y modificación del modelo estocástico** Se modifica un modelo híbrido a un modelo estocástico, con el fin de mejorar y disminuir los costos de manejo de inventario y la ocupación en bodega de materiales en la compañía farmacéutica en estudio, al igual que mantener los niveles de servicio esperados para la correcta ejecución de las operaciones de aprovisionamiento de la compañía.
- **Implementación de código del modelo** Mediante el lenguaje de programación, el modelo estocástico se implementa en Python versión 3.10.0, dado que, contiene librerías de optimización matemática como Pulp y Gurobi versión 9.1.2, el cual, nos ayuda a dar solución a nuestro modelo.

- **Análisis de resultados** Dada la solución del modelo, se deben interpretar los resultados obtenidos, mediante gráficas, cuadros u otros tipos de herramientas que nos dan para la interpretación.

Esta metodología es una breve descripción de lo que se lleva a cabo para realizar nuestra investigación.

## 4.1. Metodología de solución

El modelo por estudiar es un modelo estocástico dado que se tiene un conjunto de datos muy grandes y permite una mayor variedad de variables, además, acepta más las variables dependientes e independientes continuas, donde los modelos deterministas no son adecuados para conjuntos grandes, el cual, se vuelven difíciles de manejar.

Además, se tiene que un modelo de inventario estocástico utiliza una distribución de probabilidad, regularmente se utiliza la distribución normal, donde, la distribución gaussiana (distribución normal) se ocupa de datos continuos que pueden tomar cualquier valor, número entero o fracción. En nuestro caso utilizamos la distribución de Poisson en la demanda. La distribución de Poisson es una distribución de probabilidad discreta que modeliza la frecuencia de eventos determinados durante un intervalo de tiempo fijado a partir de la frecuencia media de aparición de dichos eventos. En otras palabras, la distribución de Poisson es una distribución de probabilidad discreta que, tan solo conociendo los eventos y su frecuencia media de ocurrencia, podemos saber su probabilidad. Se ha usado un proceso de Poisson para describir la demanda, esta situación es algo ventajosa ya que la distribución de Poisson solo depende de un parámetro, y su fórmula es relativamente sencilla de manipular, además, nuestra demanda es una variable de probabilidad discreta, dado que, es una variable aleatoria que tiene valores contables.

Luego, se realiza la simulación numérica mediante el método Montecarlo, el cual es un método estadístico. Este es utilizado para resolver problemas matemáticos complejos a través de la generación de variables aleatorias. Realizar una simulación consiste en repetir, o duplicar, las características y comportamientos de un sistema real. Así pues, el objetivo principal de la simulación de Montecarlo es intentar imitar el comportamiento de variables reales para, en la medida de lo posible, analizar o predecir cómo van a evolucionar. A través de la simulación, se pueden resolver desde problemas muy sencillos, hasta problemas muy complejos. La mayoría requieren el uso de programas informáticos como Excel, R Studio, Python o Matlab. Sin estos programas, resolver determinados problemas llevaría muchísimo tiempo.

Por otro lado, el modelo está conformado por tres conjuntos que son: T representa el tiempo, el cual, está conformado por los meses del año, es decir, 12 meses. P simboliza los insumos que se enfoca en 12 productos de la empresa farmacéutica y S interpreta los escenarios que se centran en 50 escenarios. De igual manera, tenemos que el modelo se conforma por 14 parámetros y 9 variables, que se dividen en dos, la primera está conformada por 3 variables, que son las variables no asociadas a los escenarios que son: Cantidad a comprar del insumo p en el mes t que se representa

con la letra  $X$ , la variable  $Y$  que representa si se hace compra del insumo  $p$  en el mes  $t$  y  $N$  que pide cantidades múltiples de lote del insumo  $p$  en el mes  $t$ . La segunda está formada por 6 variables, que son las variables asociadas a los escenarios que son las siguientes:  $S$  que es el inventario final del insumo  $p$  en el mes  $t$ ,  $FA$  es la cantidad de faltantes del insumo  $p$  en el mes  $t$ ,  $E$  es la cantidad de inventario del insumo  $p$  que se pide como exceso en el mes  $t$ , dos binarias que son representadas con las letras  $F$ ,  $I$ , y, por último, la variable  $Z$  que representa el nivel de servicio de inventario del insumo  $p$ . Del mismo modo, se tiene una función objetivo y 12 restricciones, donde generan aproximadamente 37,176 ecuaciones, donde se obtendría tres tipos de variables: 22,344 continuas, 7,488 enteras y 7,344 binarias.

Para lograr resolver este modelo estocástico, se utilizó el lenguaje de programación de Python versión 3.10.0, dado que es un lenguaje de libre acceso, además porque contiene librerías de optimización como lo es la librería Pulp que es utilizada para modelar y resolver problemas de optimización mediante programación lineal, lo cual incluye soporte para problemas de maximización y minimización con restricciones. La librería del Pulp nos generó complicaciones de compilación porque el modelo era muy pesado por la cantidad de escenarios que se tenía, entre mayor cantidad de escenarios el modelo se volvía más pesado y mayor tiempo de ejecución para la solución, por el cual, se tuvo que buscar una nueva librería que no generara complicaciones en la compilación y que fuera menor el tiempo de ejecución.

Para ello, se investigó y se obtuvo que existen programas de alto rendimiento que proporcionan solución a problemas de optimización con menor tiempo de ejecución; entre estos se encuentra GUROBI versión 9.1.2, que es un software basado en últimas tecnologías para resolver problemas de optimización, en programación lineal (LP), programación cuadrática (QP) y la programación entera mixta (MILP y MIQP). Que fue diseñado desde cero para aprovechar modernos procesadores multi-core. Con GUROBI logramos solucionar nuestro modelo de optimización para minimizar el costo total de inventario de la compañía.

## 5. Desarrollo

### 5.1. Modelo

Este es un modelo que usa optimización matemática con el objetivo de disminuir el costo total de inventario de la compañía, disminuyendo además los faltantes, en los casos que se pueden permitir, y garantizando la menor ocupación posible de espacios en bodega, sin desmejorar el factor de servicio.

## Variables

Notación	Descripción
$X_{p,t} \forall p \in P, \forall t \in T$	Cantidad a comprar del insumo p en el mes t.
$Y_{p,t} \forall p \in P, \forall t \in T$	1 si se pide comprar el insumo p en el mes t, de lo contrario 0.
$N_{p,t} \forall p \in P, \forall t \in T$	Pide cantidades múltiples del lote del insumo p en el mes t.
$S_{p,t,es} \forall p \in P, \forall t \in T, \forall es \in ES$	Inventario final del insumo p en el mes t.
$FA_{p,t,es} \forall p \in P, \forall t \in T, \forall es \in ES$	Cantidad de faltantes del insumo p en el mes t.
$E_{p,t,es} \forall p \in P, \forall t \in T, \forall es \in ES$	Cantidad de inventario del insumo p que se pide como exceso en el mes t.
$F_{p,t,es} \forall p \in P, \forall t \in T, \forall es \in ES$	Binaria.
$I_{p,t,es} \forall p \in P, \forall t \in T, \forall es \in ES$	Binaria.
$Z_{p,es} \forall p \in P, \forall es \in ES$	Nivel de servicio de inventario del insumo p.

## Parámetros

Notación	Descripción
$TE_p$	Tiempo de entrega del insumo p.
$CP_p$	Capacidad del proveedor para vender el insumo p.
$CU_p$	Costo de compra unitaria del insumo p.
$CI_p$	Costo de inventario del insumo p.
$IS_p$	Inventario de seguridad del insumo p.
$CO$	Costo de ordenar.
$II_p$	Inventario inicial del insumo p.
$CA_p$	Capacidad de almacenamiento del insumo p.
$DE_{p,t,es}$	Demanda del insumo p en el mes t.
$CF_p$	Costo del faltante del insumo p en función de la venta de los productos terminados en que participa.
$OC_{p,t}$	Ordenes de compra en transito del insumo p en el periodo t.
$CM_p$	Cantidad mínima de compra del insumo p.
$TL_p$	Tamaño de lote de compra del insumo p.
$CAA$	Costo adicional por almacenar inventario por encima de la capacidad denida.
$CL_p$	Costos logísticos del insumo p.

## Función Objetivo:

$$\begin{aligned}
 \text{Minimizar} = & \left( \sum_p \sum_t \sum_{es} CF_p * FA_{p,t,es} \right) + \left( \sum_p \sum_t \sum_{es} CO_p * Y_{p,t} \right) + \\
 & \left( \sum_p \sum_t \sum_{es} (CI_p * S_{p,t,es}) + (CI_p * E_{p,t,es}) \right) + \\
 & \left( \sum_p \sum_t \sum_{es} CU_p * X_{p,t} \right) + \left( \sum_p \sum_t \sum_{es} CL_p * X_{p,t} \right).
 \end{aligned}$$

**Restricciones:**

$$\sum_t DE_{p,t,es} * (1 - Z_{p,es}) = \sum_t FA_{p,t,es} \quad \forall p, t, es \in \{\mathcal{P}, \mathcal{T}, \mathcal{ES}\} \quad (1)$$

$$\sum_{p,es} Z_{p,es} \geq 0,8 * length(ES) \quad \forall es \in \{\mathcal{ES}\} \quad (2)$$

$$S_{p,t,es} \geq IS_p \quad \forall p, t, es \in \{\mathcal{P}, \mathcal{T}, \mathcal{ES} \mid t - TE_p \geq 1\} \quad (3)$$

$$X_{p,t} \geq CM_p * Y_{p,t} \quad \forall p, t \in \{\mathcal{P}, \mathcal{T}\} \quad (4)$$

$$X_{p,t-TE_p} + OC_{p,t} + S_{p,t-1,es} = S_{p,t,es} + DE_{p,t,es} - FA_{p,t,es} \quad \forall p, t, es \in \{\mathcal{P}, \mathcal{T}, \mathcal{ES}\} \quad (5)$$

$$OC_{p,t} + S_{p,t-1,es} = S_{p,t,es} + (DE_{p,t,es} - FA_{p,t,es}) \quad \forall p, t, es \in \{\mathcal{P}, \mathcal{T}, \mathcal{ES} \mid t > 0 \wedge t - TE_p < 1\} \quad (6)$$

$$II_p + OC_{p,t} = S_{p,t,es} + (DE_{p,t,es} - FA_{p,t,es}) \quad \forall p, t, es \in \{\mathcal{P}, \mathcal{T}, \mathcal{ES}\} \quad (7)$$

$$X_{p,t} \leq CP_p * Y_{p,t} \quad \forall p, t \in \{\mathcal{P}, \mathcal{T}\} \quad (8)$$

$$X_{p,t} = TL_p * N_{p,t} \quad \forall p, t \in \{\mathcal{P}, \mathcal{T}\} \quad (9)$$

$$FA_{p,t,es} \leq 0,2 * DE_{p,t,es} \quad \forall p, t, es \in \{\mathcal{P}, \mathcal{T}, \mathcal{ES} \mid t \leq TE_p\} \quad (10)$$

$$S_{p,t,es} \leq CA_p + E_{p,t,es} \quad \forall p, t, es \in \{\mathcal{P}, \mathcal{T}, \mathcal{ES}\} \quad (11)$$

$$S_{p,t,es} \leq I_{p,t,es} * \sum_{p,t,es} DE_{p,t,es} \quad \forall p, t, es \in \{\mathcal{P}, \mathcal{T}, \mathcal{ES}\} \quad (12)$$

El objetivo del modelo es reducir el costo total de operación de abastecimiento y almacenamiento. La restricción 1 sirve para monitorear el nivel de servicio alcanzado que posteriormente puede usarse para establecer políticas de servicio globales, que incluyan todos los ítems. En cuanto a la restricción 2 busca garantizar que el nivel de servicio sea superior o igual al 80 %, lo cual, determina el porcentaje de los pedidos que la empresa es capaz de atender dentro de un plazo determinado. Ahora, la restricción 3 busca garantizar que al final de cada periodo el inventario resultante procure garantizar el cumplimiento del inventario de seguridad de cada insumo p cuando se tiene una política establecida para estos. Luego, tenemos la restricción 4 que asegura que cada pedido que se genere cumpla con la cantidad mínima de compra negociada.

El modelo planteado debe garantizar que en todo momento se cumplan los balances de inventario. Donde la restricción 5 permite alcanzar este propósito garantizando de paso las condiciones de frontera impuestas por el horizonte de planeación. La restricción 6 da viabilidad al balance de inventario cuando el número del periodo de generación del requerimiento de compra es igual a 0. En cuanto a la restricción 7 da viabilidad al balance de inventario cuando el número del periodo de generación del requerimiento de compra sea mayor a 1.

Ahora bien, para garantizar que la cantidad generada de compra no supere la capacidad de fabricación del proveedor, se incorpora la restricción 8. La restricción 9 asegura que la compra generada este expresada en cantidades múltiplo del lote del producto  $p$ . La restricción 10 controla que el modelo no permita simultáneamente la existencia de faltantes y excedentes, donde acota los faltantes a un máximo del 20% de la demanda.

Finalmente, la restricción 11 controla que el inventario final de cada periodo  $t$ , sea el resultado de la interacción de los volúmenes de inventario dentro de la capacidad máxima de almacenamiento configurada, más los excesos de inventario que se puedan presentar y administrar. Y la restricción 12 Acotan los faltantes y los inventarios finales del modelo respectivamente a un valor máximo, que no supere la suma de todas las demandas.

## 6. Resultados obtenidos

Se presentarán los resultados del modelo de optimización matemática que se obtuvo mediante nuestra simulación numérica, el cual, se aplicó la simulación de Montecarlo. En primer lugar, se tiene que la mayoría de los meses se realizan compras de los insumos, esto quiere decir, que hay gran demanda de los insumos en los meses a excepción de los dos últimos meses porque no se genera ninguna compra, el mes 2 es el mes que genera mayor cantidad de compra de unidades dado que, se compra 270,408 unidades, el insumo 9 es el insumo que más compras genera sobre todo en el mes 2 dado que, se realizó una compra de 240,000 unidades y el insumo 4 es el insumo que no genera compras en todos los meses, además, el inventario final de los insumos es bastante alta, dado que el inventario final de todos los insumos tiene provisiones en la bodega, es decir, que de los insumos hay poca demanda o mucha compra, lo cual, afecta en la ocupación de bodega, entre ellos el insumo que genera mayor ocupación de bodega es el insumo 9 y el insumo 12 es el que menos genera ocupación en la bodega. También, se tiene que hay gran demanda de los insumos en distintos meses, en algunos meses se demandan más que otros dependiendo del insumo, en nuestro caso el insumo que más se demanda es el insumo 9 y el insumo 12 es el que menos se demanda.

Por otro lado, tenemos pocos faltantes, regularmente no hace falta de los insumos en los meses porque no se genera una alta demanda de dichos insumos, en nuestro caso, se tiene que el insumo 1, el insumo 5 y el insumo 8 son los que más genera faltantes, esto quiere decir que tiene una alta demanda, los clientes consumen regularmente este insumo en los dos primeros meses, a excepción del insumo 8 que se genera en el mes 2 y en el mes 12 pero con menor cantidad de

faltantes que los dos anteriores. También se tiene que los insumos 4, 6,7 y 11 generan faltantes, pero de manera muy pequeña. Los pedidos en tránsito son muy poco frecuentes, en este año, solo se hizo pedidos en tránsito en el mes tres de los insumos 1, 11 y 12.

Además, se debe notar que el nivel de servicio de este año es bastante eficiente dado que se tiene porcentajes del 91 % hasta el 100 % en la mayoría de los casos, esto quiere decir, que se tiene un buen nivel de servicio, lo cual implica un gran esfuerzo logístico en todos los eslabones de la cadena, es decir, entre el 91 % y 100 % de las veces se entregarán los pedidos al cliente dentro del plazo establecido.

Ahora, se presentará de forma individual y detallada los resultados obtenidos, donde se implementara gráficos de diagrama de cajas para realizar un análisis y examinar las propiedades estadísticas claves de cada una de estas variables, también, presentaremos una tabla del pronóstico realizado a la demanda, en este pronóstico se analizan los patrones históricos de los datos acerca de los productos para determinar cómo se comportan en el futuro, si la demanda disminuye o aumenta dependiendo del insumo.

### 6.1. Compras

Compras es la función logística mediante la cual se provee a una empresa de todo el material necesario para su funcionamiento. La gestión de compras es el conjunto de actividades que realiza la empresa para satisfacer sus necesidades del mejor modo, al mínimo costo, con la calidad adecuada y en el momento oportuno. A continuación, se implementará una gráfica de diagrama de cajas sobre la cantidad a comprar de los 12 insumos en el año de nuestra compañía.

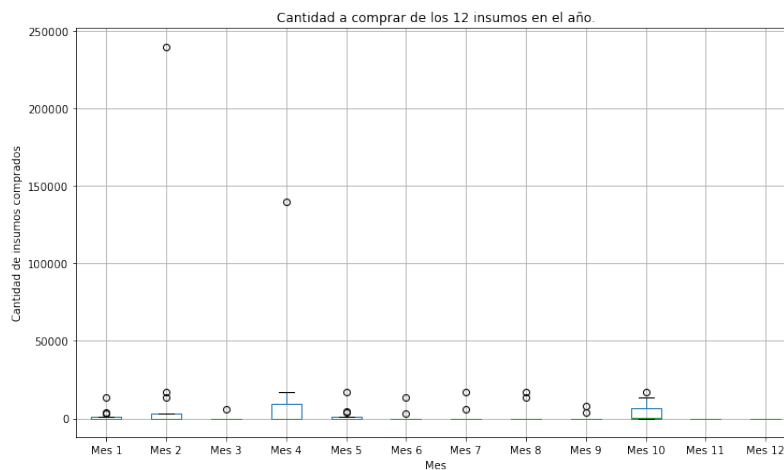


Figura 2: Cantidad a comprar del insumo p en el mes t.

En la variable compras, se pudo notar que los datos son asimétricos a derecha y demasiado dispersos, es decir, los resultados que se generan son separados en los datos entre sí y respecto a la media, además, señala los valores atípicos o casos extremos de la variable, en este caso, en el mes

2 y el mes 4 genera altos datos atípicos, dado que, se realiza dos compras irregulares de 240.000 unidades del insumo 9 y 140.000 unidades del insumo 10. También, se pudo observar que en el mes 11 y en el mes 12 no se genera ninguna compra de los insumos y el mes 2 es donde se hace mayor compra de insumos, porque se tiene un promedio de compra de 22.534 unidades, donde representa un promedio de compra mayor a los otros meses igualmente es el mes donde hay mayor dispersión en los datos. De hecho, se debe realizar una estrategia para mejorar la cantidad de compras de los insumos para que sean más parejas.

## 6.2. Inventario Final

El inventario final es la cantidad de inventario que una compañía tiene en stock al final de su año fiscal. Muchas compañías realizan un conteo físico del inventario al final del año fiscal para verificar que el inventario que realmente tienen disponible representa lo que aparece en sus sistemas automatizados. En esta sección se realizará el estudio por insumo, el cual, se agregará una gráfica de diagrama de cajas sobre la cantidad de inventario final del insumo en el año de la compañía en estudio, donde, obtenemos que en la mayoría de los insumos los datos son asimétricos y poco dispersos.

### 6.2.1. Inventario Final: Insumo 1

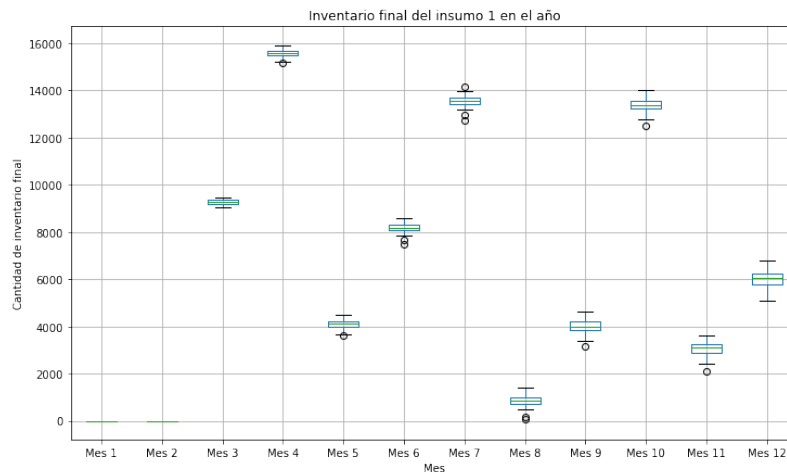


Figura 3: Inventario final del insumo 1 en los 12 meses.

En el insumo 1, hay ocho meses con datos atípicos, además, los datos son asimétricos un poco hacia la izquierda y poco dispersos, es decir, los resultados que se generan son concentrados en los datos entre sí y respecto a la media. En el mes 4 es donde contiene mayor cantidad de inventario, dado que se tiene un promedio de inventario del insumo 1 de 15,562 unidades con un valor máximo de inventario final de este insumo de 15,9194 unidades. En el mes 1 y en el mes 2 no se genera inventario final del insumo 1 y también podemos notar que el inventario final del insumo 1 es variante, a veces disminuye el inventario y otras veces aumenta, es decir, que no es constante, pero tiene una buena estrategia para nivelar un poco el inventario final de este insumo.

### 6.2.2. Inventario Final: Insumo 2

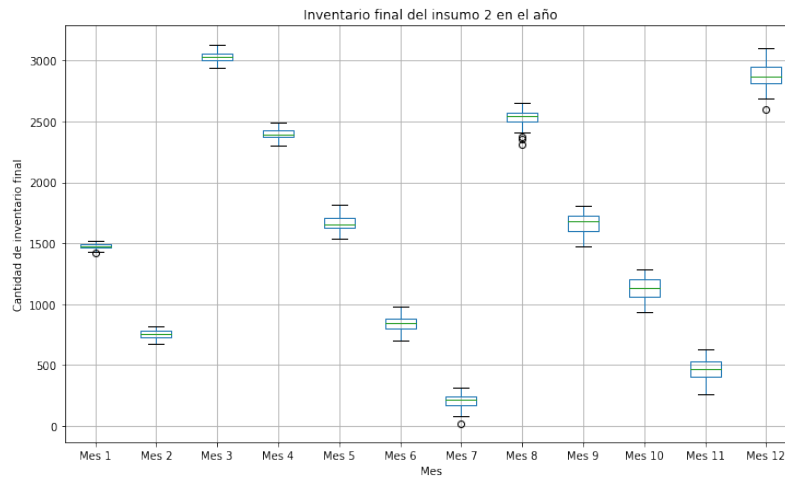


Figura 4: Inventario final del insumo 2 en los 12 meses.

En el insumo 2 hay datos atípicos, en cuatro meses, en el mes 1, mes 7, mes 8 y el mes 12, los datos son un poco asimétricos hacia la izquierda y poco dispersos, porque, los resultados que se generan son concentrados en los datos entre sí y respecto a la media, también se pudo notar que en todos los meses se genera inventario final de este insumo, los cuales son demasiado variante por mes. En el mes 3 es donde se contiene mayor cantidad de inventario, dado que se tiene un promedio de inventario del insumo 2 de 3,030 unidades con un valor máximo de inventario final de este insumo de 3,133 unidades.

### 6.2.3. Inventario Final: Insumo 3

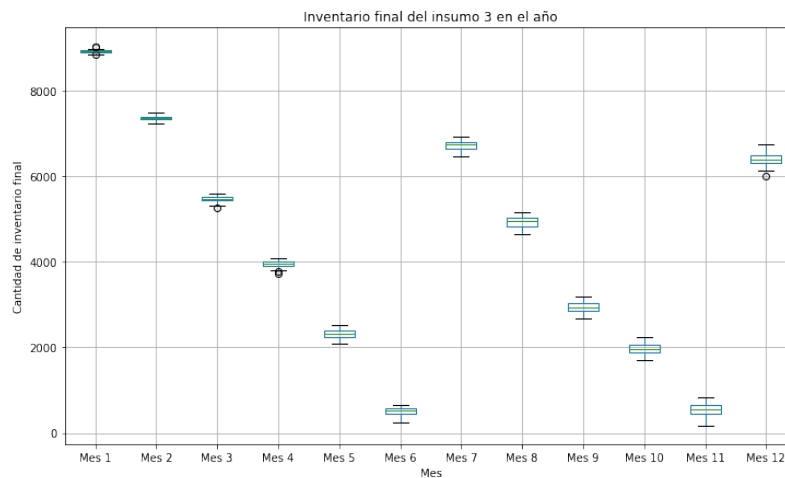


Figura 5: Inventario final del insumo 3 en los 12 meses.

En el insumo 3 se pudo notar que en todos los meses se genera inventario final de este insumo, los cuales son demasiado variantes por mes, el mes 1 es donde se tiene mayor cantidad de inventario, dado que se contiene un promedio de inventario del insumo 3 de 8,927 unidades con un valor máximo de 9,036 unidades, además, hay datos atípicos, en cuatro meses, los cuales son: el mes 1, mes 3, mes 4 y el mes 12. Incluso se tiene que los datos son asimétricos hacia la izquierda y poco dispersos, porque, los resultados que se generan son concentrados en los datos entre sí y respecto a la media.

#### 6.2.4. Inventario Final: Insumo 4

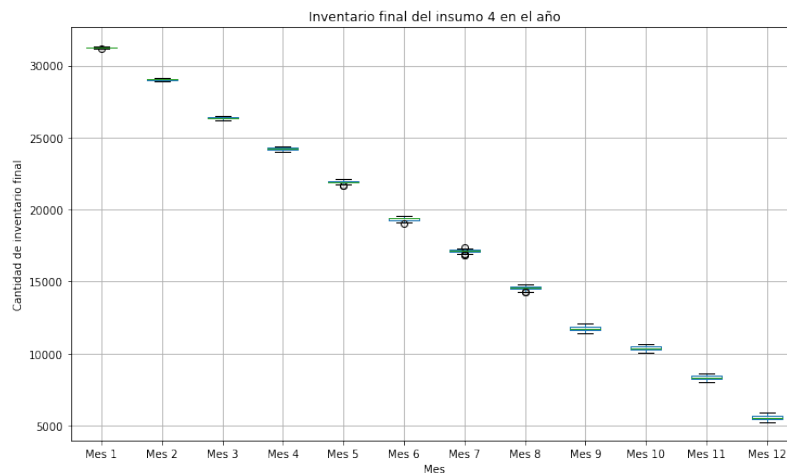


Figura 6: Inventario final del insumo 4 en los 12 meses.

En este insumo se puede notar que hay descenso de inventario por mes de este insumo, es decir, que en cada mes se intenta disminuir la cantidad de inventario final que genera este insumo, hay datos atípicos en cinco meses, en el mes 1, en el mes 5 hasta el mes 8, también, los datos son prácticamente simétricos y dispersos, dado que, los datos que se producen son casi concentrados en los datos entre sí y respecto a la media, además, en el mes 1 es donde se tiene mayor cantidad de inventario, dado que se contiene un promedio de inventario del insumo 4 de 31,263 unidades con un valor máximo de 31,357 unidades.

### 6.2.5. Inventario Final: Insumo 5

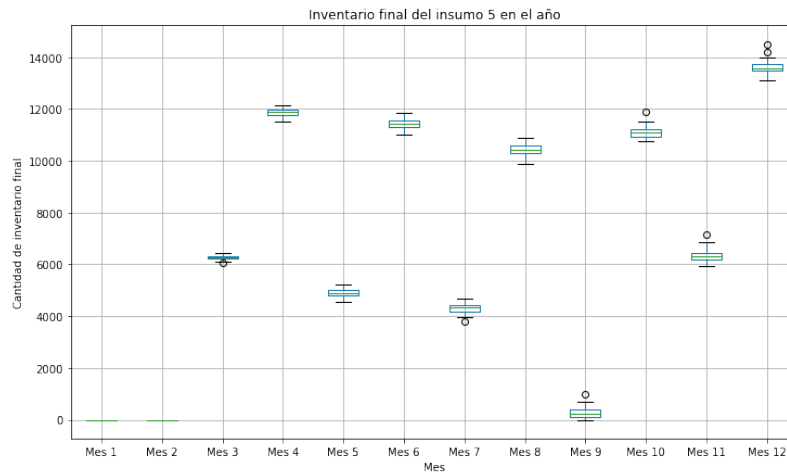


Figura 7: Inventario final del insumo 5 en los 12 meses.

En el insumo 5 los datos son variantes, donde la mitad de los datos está por encima de 8.000 unidades. Además, los datos son asimétricos hacia derecha y dispersos, porque, los datos que se producen son casi concentrados en los datos entre sí y respecto a la media. Hay datos atípicos en el mes 3, mes 7, el mes 9 hasta el mes 12, en el mes 1 y en el mes 2 no hay inventario final de este insumo y en el mes 12 es donde se tiene mayor cantidad de inventario, dado que se obtiene un promedio de inventario del insumo 5 de 13,623 unidades con un valor máximo de inventario final de 14,512 unidades.

### 6.2.6. Inventario Final: Insumo 6

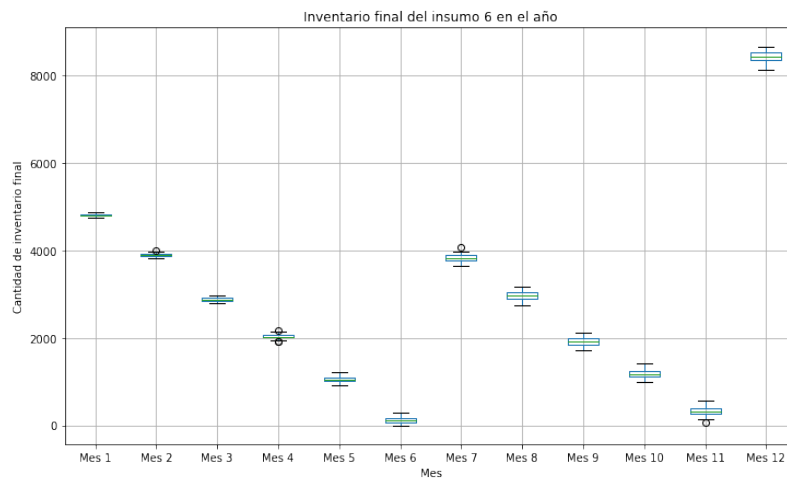


Figura 8: Inventario final del insumo 6 en los 12 meses.

Por su parte, en el insumo 6 la mayoría de sus datos son descendientes, donde la mayoría de sus datos están por debajo de 6.000 unidades a excepción del mes 12, donde es el mes que tiene mayor cantidad de inventario, dado que se obtiene un promedio de inventario del insumo 6 de 8,426 unidades con un valor máximo de inventario final de este insumo de 8,657 unidades, también se tiene que, en cuatro meses hay datos atípicos y los datos son dispersos, porque, los datos que se producen son casi concentrados en los datos entre sí y respecto a la media, y además, los datos son asimétricos hacia la derecha.

### 6.2.7. Inventario Final: Insumo 7

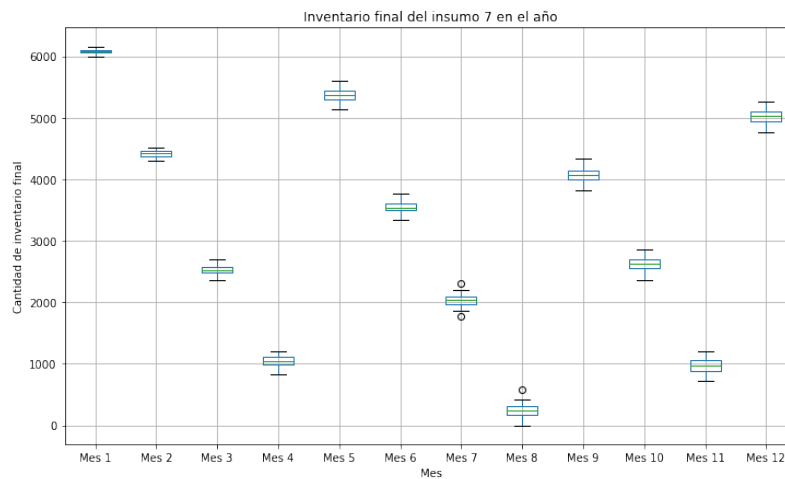


Figura 9: Inventario final del insumo 7 en los 12 meses.

En el insumo 7, se tiene que, en el mes 1 es donde se tiene mayor cantidad de inventario, dado que se obtiene un promedio de inventario del insumo 7 de 6,078 unidades con un valor máximo de inventario final de 6,159 unidades, además, los datos son simétricos, poco dispersos y con dos meses de datos atípicos en el mes 7 y el mes 8. Cabe resaltar que en todos los meses se genera inventario final de este insumo los cuales son bastantes variantes, además, intenta disminuir su inventario final de este insumo.

### 6.2.8. Inventario Final: Insumo 8

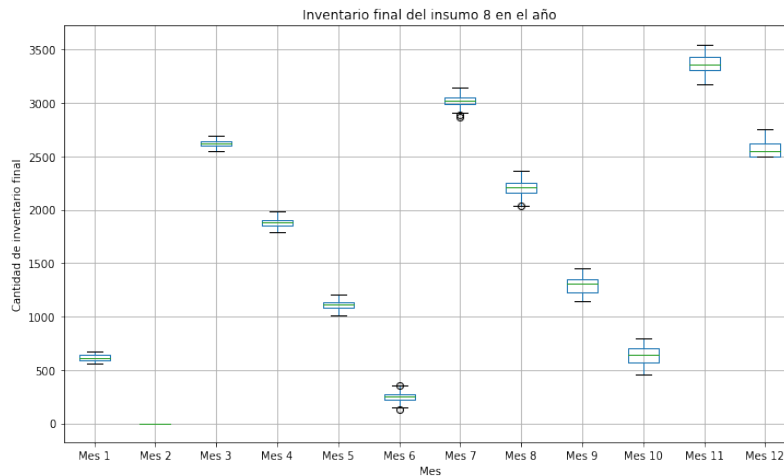


Figura 10: Inventario final del insumo 8 en los 12 meses.

En el insumo 8, se tiene que en el mes 2 no genera inventario final de este insumo, en el mes 11 es donde se tiene mayor cantidad de inventario, dado que se obtiene un promedio de inventario del insumo 8 de 3,367 unidades con un valor máximo de inventario final de este insumo de 3,549 unidades, además, los datos son variantes, poco dispersos, simétricos y con datos atípicos en tres meses desde el mes 6 hasta el mes 8.

### 6.2.9. Inventario Final: Insumo 9

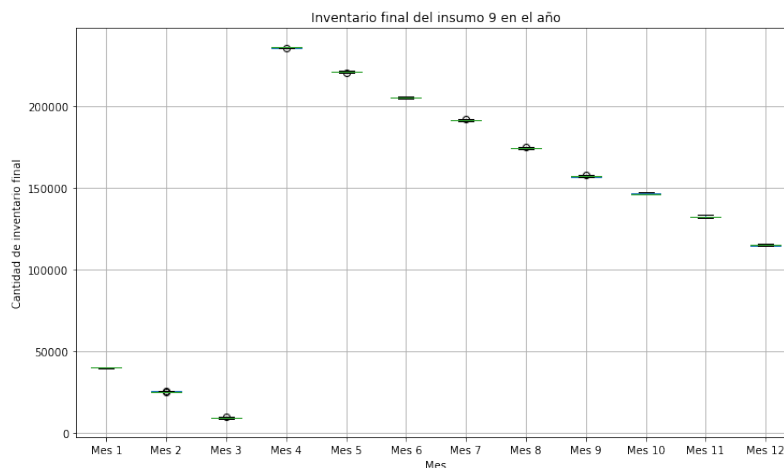


Figura 11: Inventario final del insumo 9 en los 12 meses.

En el insumo 9 se puede notar que en todos los meses se genera inventario final de este insumo y la mayoría de los datos están por encima de 100.000 unidades y los tres primeros meses están

por debajo de 50,000 unidades, los cuales descienden, también, se tiene que los datos son poco dispersos, simétricos y con datos atípicos en siete meses, además, en el mes 4 es donde se tiene mayor cantidad de inventario, dado que se obtiene un promedio de inventario del insumo 9 de 235,781 unidades con un valor máximo de inventario final de este insumo de 236,326 unidades.

### 6.2.10. Inventario Final: Insumo 10

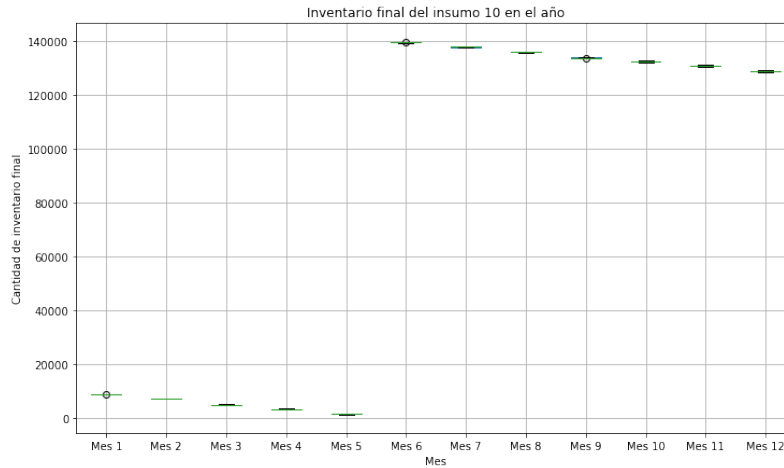


Figura 12: Inventario final del insumo 10 en los 12 meses.

En el insumo 10, se puede notar que la mayoría de los datos están por encima de 120,000 unidades los cuales están descendido y los primeros cinco meses están por debajo de 20,000 unidades que también descienden, los datos son simétricos y poco dispersos, hay datos atípicos en tres meses y en el mes 6 es donde se tiene mayor cantidad de inventario, dado que se obtiene un promedio de inventario del insumo 10 de 139,613 unidades con un valor máximo de inventario final de 139,842 unidades.

### 6.2.11. Inventario Final: Insumo 11

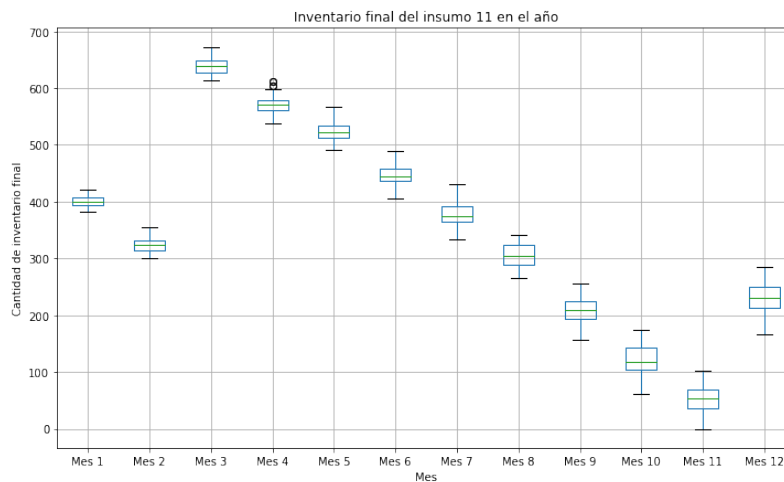


Figura 13: Inventario final del insumo 11 en los 12 meses.

En el insumo 11 en el mes 4 se genera datos atípicos, los datos son simétricos y poco dispersos, en el mes 3 es donde se tiene mayor cantidad de inventario, dado que se contiene un promedio de inventario del insumo 11 de 642 unidades con un valor máximo de inventario final de 673 unidades, también se puede observar que la mayoría de los datos están descendiendo, es decir, que se intenta disminuir el inventario final de este insumo por cada mes, este caso se ve más reflejado desde el mes 3 hasta el mes 11 dado que es una descendencia consecutiva.

### 6.2.12. Inventario Final: Insumo 12

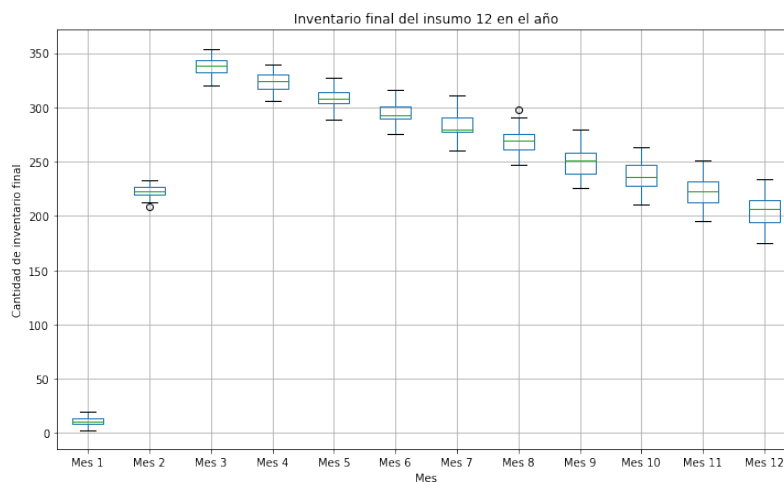


Figura 14: Inventario final del insumo 12 en los 12 meses.

En el insumo 12, se tiene que genera datos atípicos en dos meses, en el mes 2 y en el mes 8, en el mes 3 es donde se tiene mayor cantidad de inventario, dado que se obtiene un promedio de inventario del insumo 12 de 338 unidades con un valor máximo de inventario final de 354 unidades, además, los datos son simétricos y poco dispersos, además, la mayoría de los datos están por encima de 150 unidades a excepción del mes 1 que está por debajo de 50 unidades. Cabe resaltar que desde el mes 3 el inventario final de este insumo intenta disminuir.

### 6.3. Faltantes

Se puede definir faltantes o la Rotura de Stock como la cantidad de demanda solicitada por un consumidor o cliente no satisfecha por ausencia de stock suficiente para atenderla. Es uno de los eventos (excepciones) más comunes en la Cadena de Suministro de cualquier organización, por lo que se convierte en una fuente muy importante de información para detectar fallos. En esta sección se realizará el estudio por insumo, el cual, se agregará una gráfica de diagrama de cajas sobre la cantidad de faltantes del insumo en el año de la compañía en estudio, donde, obtenemos que en la mayoría de los insumos los datos son asimétricos y poco dispersos.

#### 6.3.1. Faltante: Insumo 1

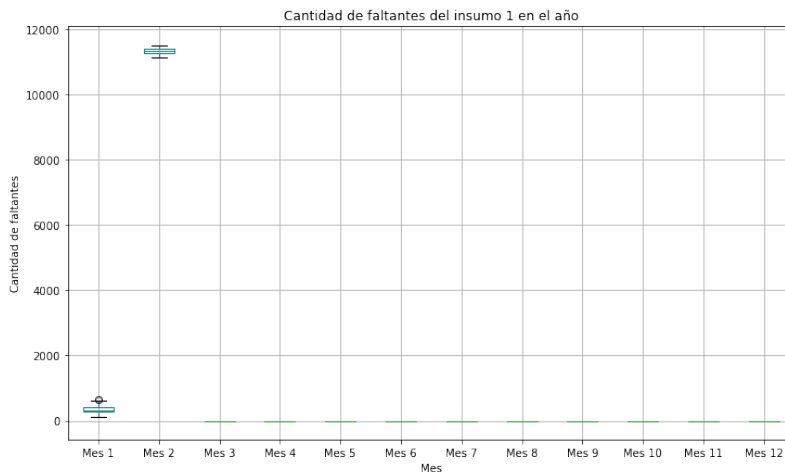


Figura 15: Cantidad de faltantes del insumo 1 en los 12 meses.

Ahora, en la variable de faltantes tenemos que en el insumo 1 se genera faltantes en el mes 1 y en el mes 2, en el segundo mes es donde se tiene mayor cantidad de faltantes del insumo 1, dado que se obtiene un promedio de 11,328 unidades, también, los datos son simétricos, hay datos atípicos en el mes 1 y los datos son poco dispersos. En los demás meses no se genera ningún faltante.

### 6.3.2. Faltante: Insumo 2

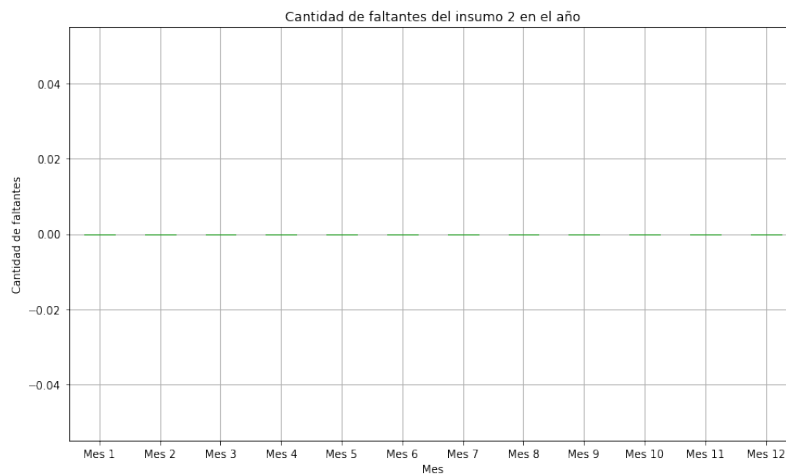


Figura 16: Cantidad de faltantes del insumo 2 en los 12 meses.

En el insumo 2 se tiene que en los 12 meses este insumo no genera ningún faltante, esto es debido a que, si se realiza pedidos de compras del insumo en todos los meses, es decir, que no se va a generar ningún faltante del insumo.

### 6.3.3. Faltante: Insumo 3

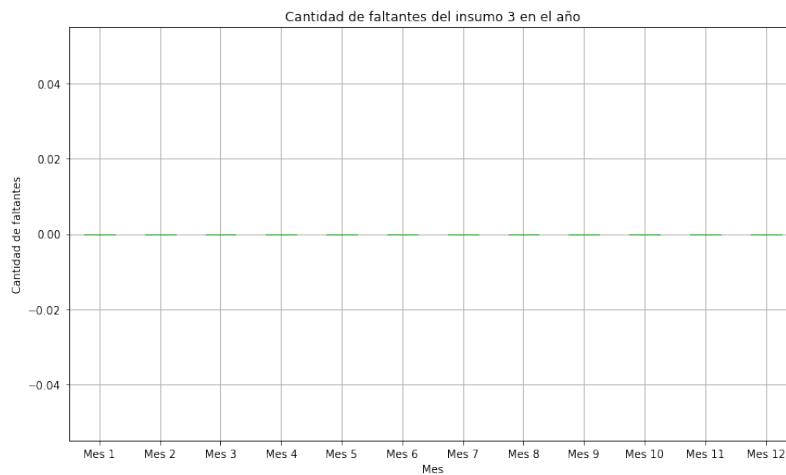


Figura 17: Cantidad de faltantes del insumo 3 en los 12 meses.

En el insumo 3 se tiene que en los 12 meses este insumo no genera ningún faltante, esto es debido a que, si se realiza pedidos de compras del insumo en todos los meses, es decir, que no se va a generar ningún faltante del insumo.

### 6.3.4. Faltante: Insumo 4

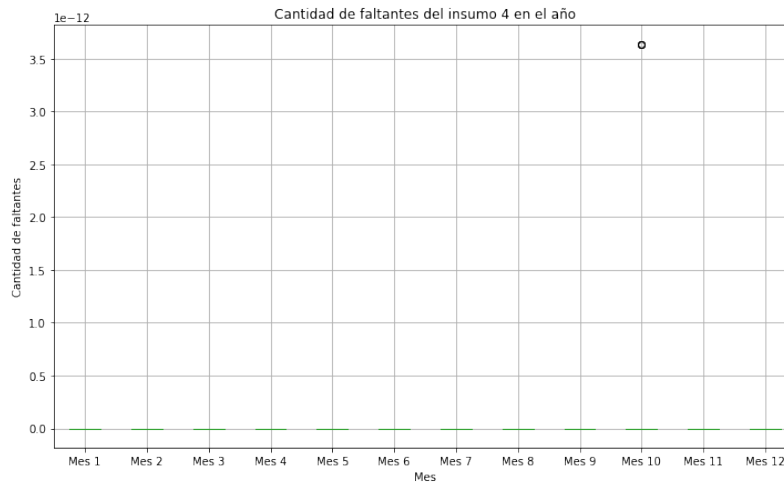


Figura 18: Cantidad de faltantes del insumo 4 en los 12 meses.

En el insumo 4 se genera datos atípicos en el mes 10, pero como se puede notar estos datos son demasiado pequeños, es decir, que prácticamente son cero, entonces se tomara que en este mes no hay faltantes.

### 6.3.5. Faltante: Insumo 5

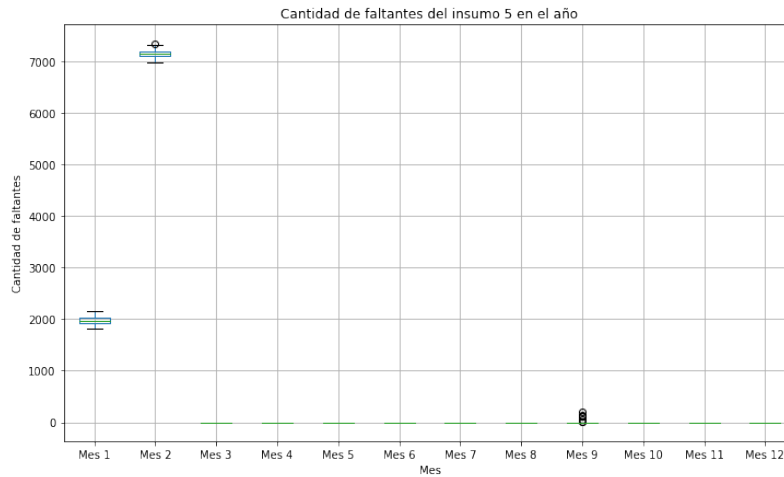


Figura 19: Cantidad de faltantes del insumo 5 en los 12 meses.

Se tiene que en el insumo 5 genera faltantes en el mes 1 y el mes 2, en el segundo mes es donde se tiene mayor cantidad de faltantes del insumo 5, dado que, obtiene un promedio de faltante de 7,147 unidades con un valor máximo de faltantes de 7,346 unidades, en este insumo los datos son simétricos, son poco dispersos y genera datos atípicos en el mes 2 y en el mes 9.

### 6.3.6. Faltante: Insumo 6

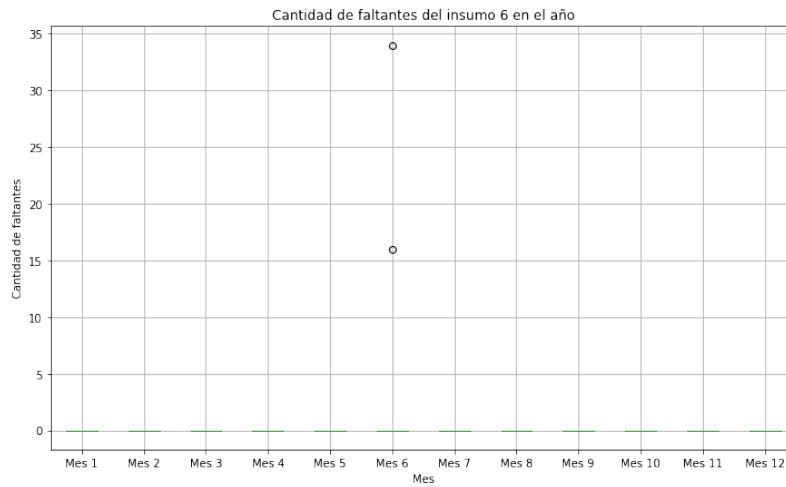


Figura 20: Cantidad de faltantes del insumo 6 en los 12 meses.

En el insumo 6 solo genera faltantes en el mes 6 y tiene dos datos atípicos en este mes, que son aproximadamente 16 unidades y 34 unidades de este insumo.

### 6.3.7. Faltante: Insumo 7

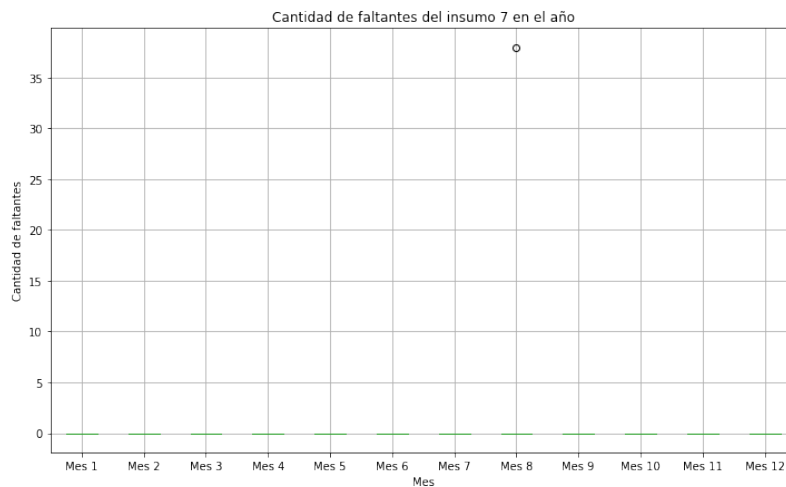


Figura 21: Cantidad de faltantes del insumo 7 en los 12 meses.

De igual forma, está el insumo 7, el cual, solo genera faltantes en el mes 8 y se tiene un dato atípico en este mes que es aproximadamente 38 unidades de este insumo.

### 6.3.8. Faltante: Insumo 8

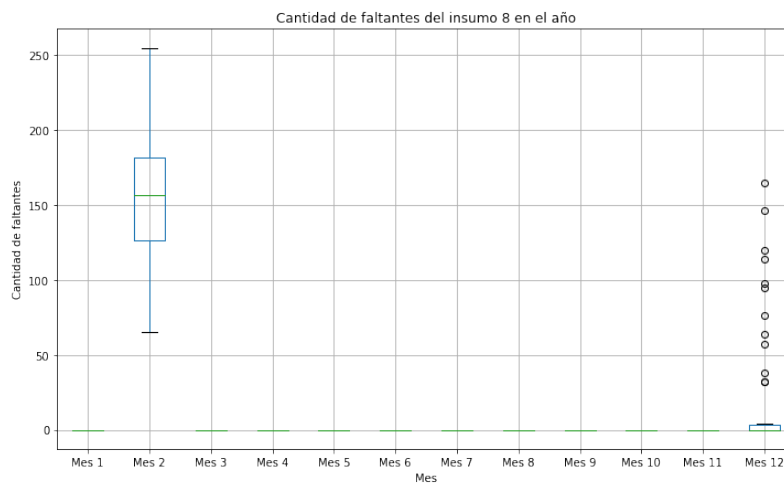


Figura 22: Cantidad de faltantes del insumo 8 en los 12 meses.

En el insumo 8 tenemos dos meses con faltantes que son el mes 2 donde es el mes con mayor cantidad de faltantes tiene de este insumo dado que, obtiene un promedio de faltantes de 155 unidades con un valor máximo de faltantes de 255 unidades y el mes 12 donde este mes genera datos atípicos. Estos datos son poco dispersos y asimétrico hacia la derecha. Cabe resaltar que en los demás meses no se genera faltantes del insumo 8.

### 6.3.9. Faltante: Insumo 9

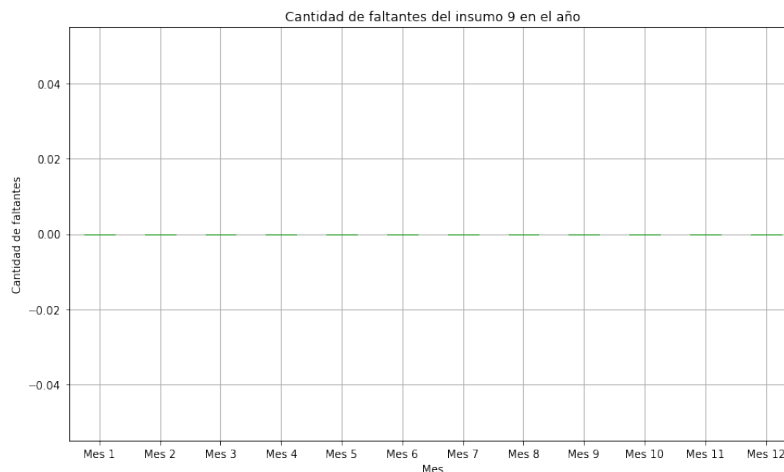


Figura 23: Cantidad de faltantes del insumo 9 en los 12 meses.

En el insumo 9 se tiene que en los 12 meses este insumo no genera ningún faltante, esto es debido a que, si se realiza pedidos de compras del insumo en todos los meses, es decir, que no se va a

generar ningún faltante del insumo.

### 6.3.10. Faltante: Insumo 10

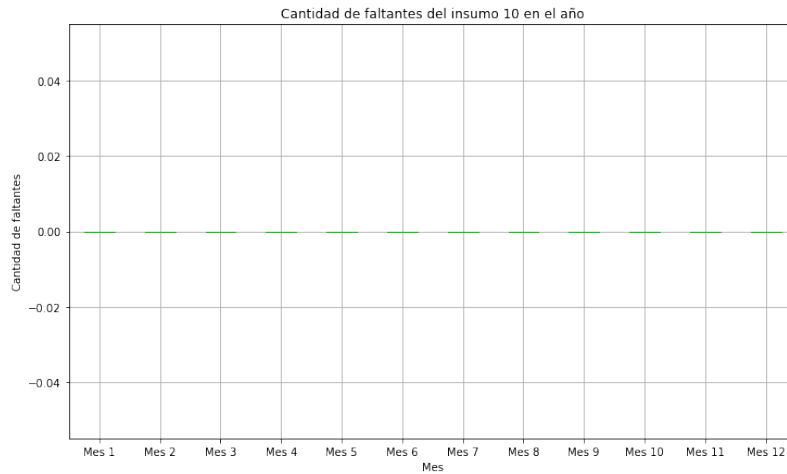


Figura 24: Cantidad de faltantes del insumo 10 en los 12 meses.

En el insumo 10 se tiene que en los 12 meses este insumo no genera ningún faltante, esto es debido a que, si se realiza pedidos de compras del insumo en todos los meses, es decir, que no se va a generar ningún faltante del insumo.

### 6.3.11. Faltante: Insumo 11

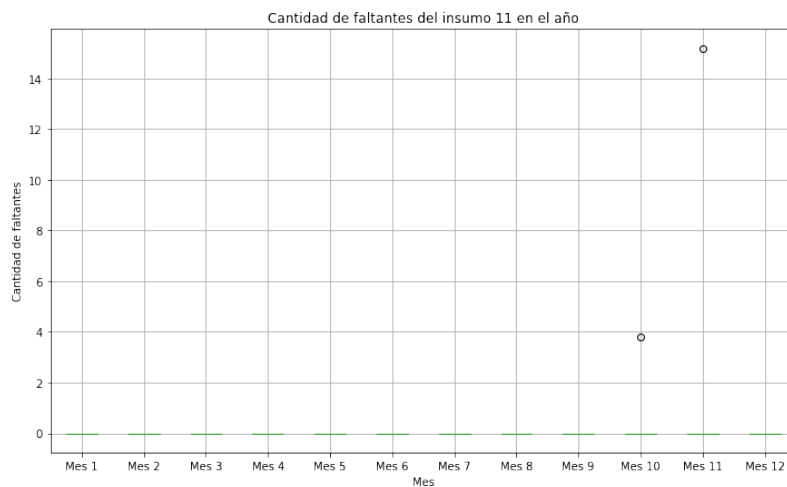


Figura 25: Cantidad de faltantes del insumo 11 en los 12 meses.

Y, por último, se tiene el insumo 11 que genera faltantes en el mes 10 y en el mes 11 los cuales, generan datos atípicos que son aproximadamente 4 unidades de este insumo y 15 unidades. Esto

genera que los datos son dispersos.

### 6.3.12. Faltante: Insumo 12

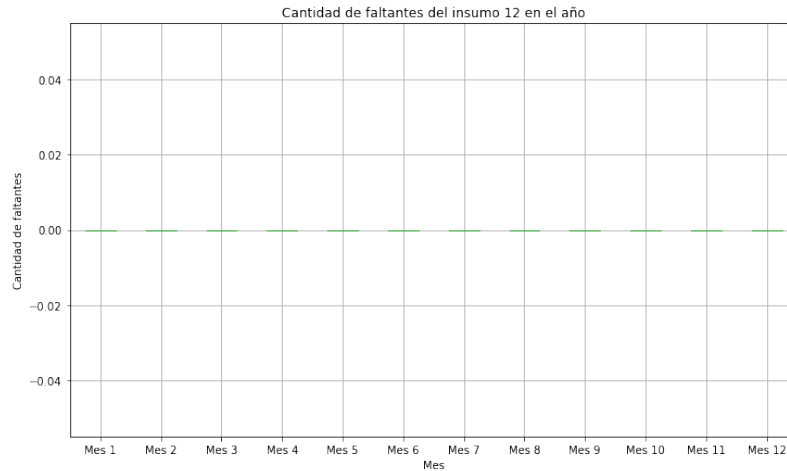


Figura 26: Cantidad de faltantes del insumo 12 en los 12 meses.

En el insumo 12 se tiene que en los 12 meses este insumo no genera ningún faltante, esto es debido a que, si se realiza pedidos de compras del insumo en todos los meses, es decir, que no se va a generar ningún faltante del insumo.

## 6.4. Demanda

La demanda para una empresa establece el volumen o la cantidad que está dispuesto a comprar un grupo de clientes, dentro de un período de tiempo, en un área geográfica y en un ambiente definido por medio de un plan o programa de marketing. Definir la demanda de una empresa es muy importante, porque esto permitirá determinar el nivel de ingresos esperados y los gastos que tiene que hacer la empresa en sus diferentes estrategias de marketing sobre todo en comunicación y distribución. En esta sección se realizará el estudio por insumo, el cual, se agregará una gráfica de diagrama de cajas sobre la cantidad de demanda del insumo en el año de la compañía en estudio, donde, obtenemos que en la mayoría de los insumos los datos son asimétricos y poco dispersos.

### 6.4.1. Demanda: Insumo 1

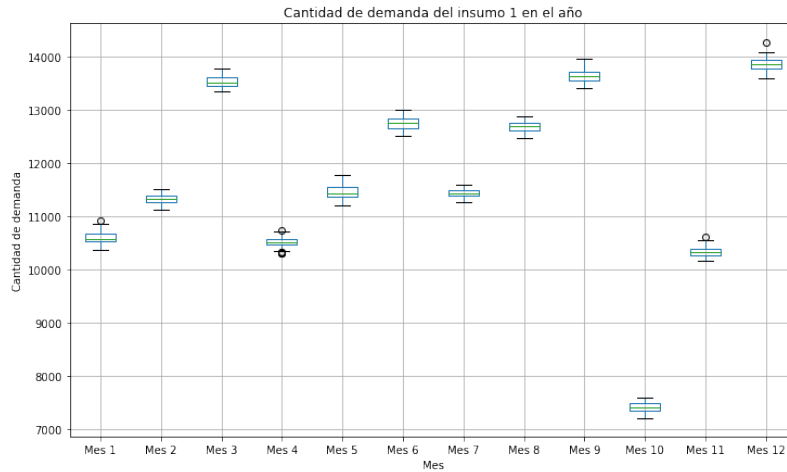


Figura 27: Cantidad de demanda del insumo 1 en los 12 meses.

En el insumo 1 tenemos cuatro meses de datos atípicos y también tenemos que en el mes 12 es donde se tiene mayor demanda, dado que se obtiene un promedio de demanda del insumo 1 de 13,858 unidades con un valor máximo de demanda del insumo 1 de 14,273 unidades, además podemos notar que la demanda de este insumo en la mayoría de los meses está por encima 10,000 unidades a excepción del mes 10 que está por debajo de 8,000 unidades. Cabe resaltar que los datos son simétricos y poco dispersos dado que, los resultados que se generan son concentrados en los datos entre sí y respecto a la media.

### 6.4.2. Demanda: Insumo 2

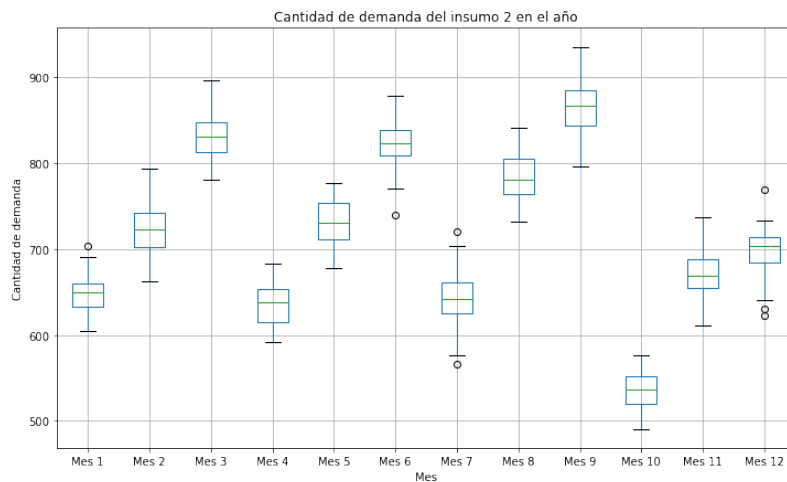


Figura 28: Cantidad de demanda del insumo 2 en los 12 meses.

En el insumo 2 los datos son simétricos, poco dispersos y se tiene cuatro meses con datos atípicos, la mayoría de los datos están por encima de 500 unidades de este insumo, además, en el mes 9 es donde se tiene mayor demanda, dado que se obtiene un promedio de demanda del insumo 2 de 863 unidades con un valor máximo de demanda de este insumo de 935 unidades. Además, se puede notar que los meses están por encima de 400 unidades.

### 6.4.3. Demanda: Insumo 3

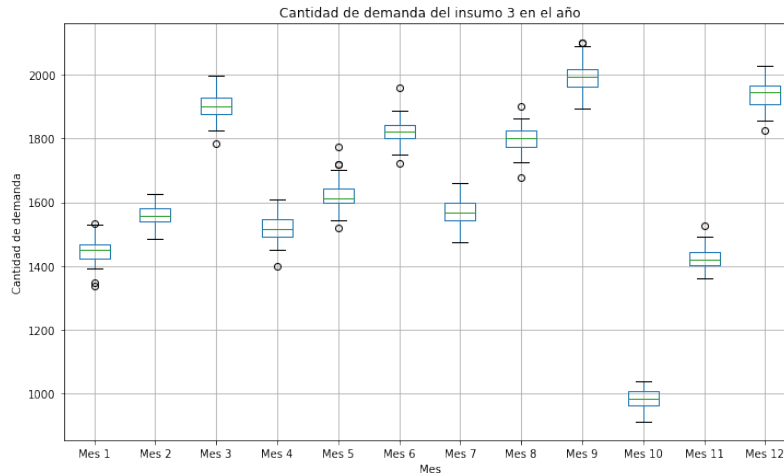


Figura 29: Cantidad de demanda del insumo 3 en los 12 meses.

En el insumo 3 la mayoría de los datos están por encima de 1,200 unidades a excepción del mes 10 que está por debajo de 1,100 unidades, se tiene que los datos son simétricos y poco dispersos, además, en el mes 9 es donde se tiene mayor demanda, dado que se obtiene un promedio de demanda del insumo 3 de 1,996 unidades con un valor máximo de demanda de este insumo de 2,102 unidades y también se tiene que en la mayoría de los meses se tienen datos atípicos, los cuales son nueve meses a excepción del mes 2, mes 7 y el mes 10.

#### 6.4.4. Demanda: Insumo 4

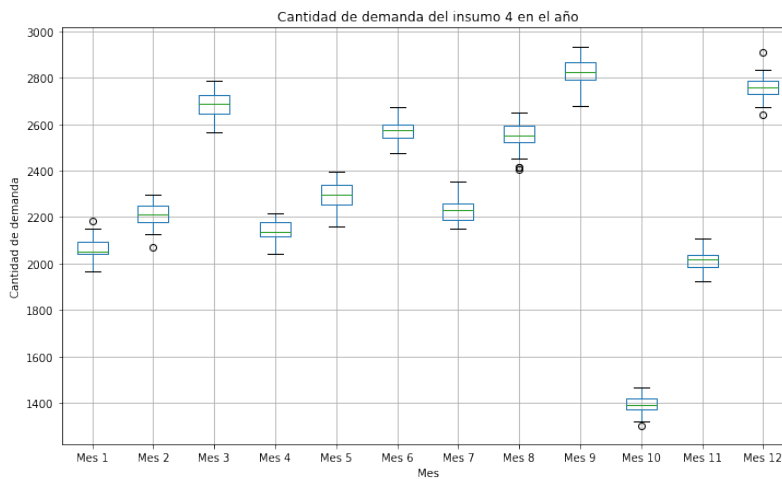


Figura 30: Cantidad de demanda del insumo 4 en los 12 meses.

En el insumo 4 los datos son simétricos, poco dispersos y cuenta con cinco meses de datos atípicos, en el mes 9 es donde se tiene mayor demanda, dado que se obtiene un promedio de demanda del insumo 4 de 2,827 unidades con un valor máximo de demanda de este insumo de 2,936 unidades, además, la mayoría de los datos están por encima de 1,800 unidades a excepción del mes 10 que está por debajo de 1,600 unidades.

#### 6.4.5. Demanda: Insumo 5

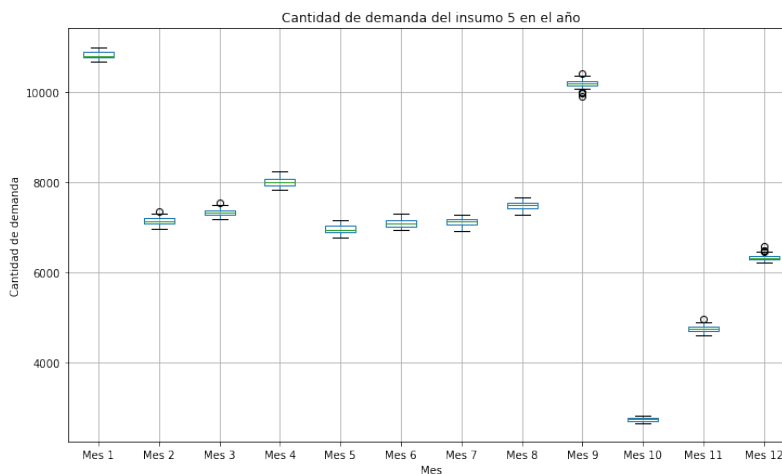


Figura 31: Cantidad de demanda del insumo 5 en los 12 meses.

En el insumo 5, se tiene que, en el mes 1 es donde se tiene mayor demanda, dado que se obtiene un promedio de demanda del insumo 5 de 10,817 unidades con un valor máximo de demanda de

este insumo de 10,994 unidades, también, tenemos que los datos son simétricos, poco dispersos y se cuenta con cinco meses de datos atípicos. Además, la mayoría de los datos están por encima de 6,000 unidades a excepción de los meses 10 y 11 que están por debajo de esta demanda.

#### 6.4.6. Demanda: Insumo 6

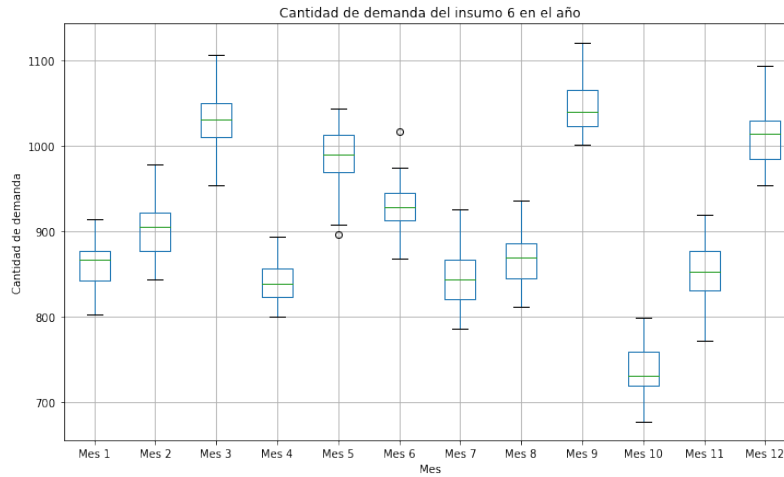


Figura 32: Cantidad de demanda del insumo 6 en los 12 meses.

En el insumo 6 se puede notar que los meses están por encima de 600 unidades, también, hay dos meses que generan datos atípicos, en el mes 5 y en el mes 6, en este insumo los datos son simétricos y poco dispersos, en el mes 9 es donde se tiene mayor demanda, dado que se obtiene un promedio de demanda del insumo 6 de 1,044 unidades con un valor máximo de demanda de este insumo de 1,121 unidades.

### 6.4.7. Demanda: Insumo 7

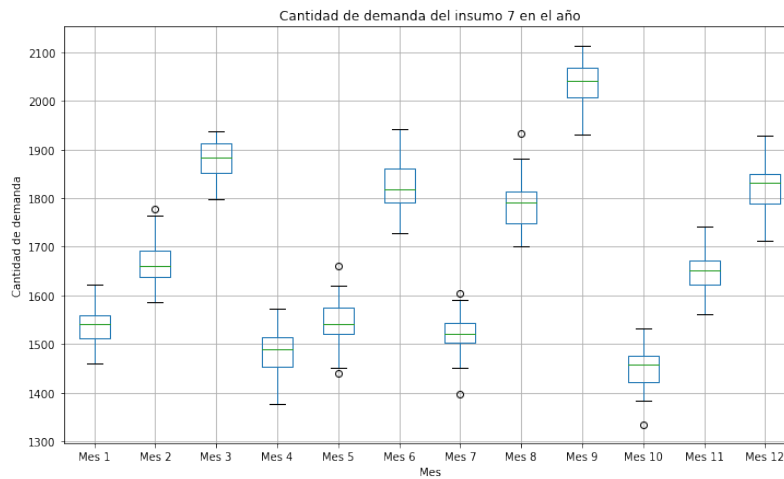


Figura 33: Cantidad de demanda del insumo 7 en los 12 meses.

Ahora, tenemos el insumo 7, donde en el mes 9 es donde se tiene mayor demanda, dado que se obtiene un promedio de demanda del insumo 7 de 2,035 unidades con un valor máximo de demanda de 2,114 unidades, el cual, también genera datos simétricos, poco dispersos y datos atípicos en cinco meses. Además, se puede notar que la cantidad de demanda en los meses están por encima de 1,300 unidades y por debajo de 2,200 unidades aproximadamente.

### 6.4.8. Demanda: Insumo 8

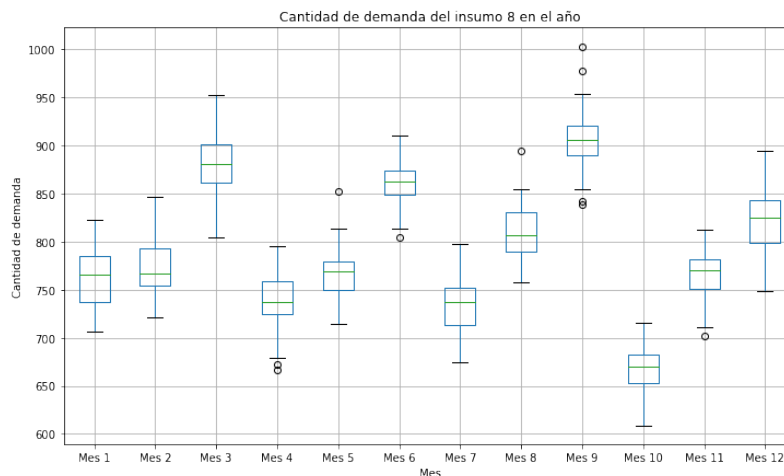


Figura 34: Cantidad de demanda del insumo 8 en los 12 meses.

En el insumo 8 genera seis meses de datos atípicos, en el mes 9 es donde se tiene mayor demanda, dado que se obtiene un promedio de demanda del insumo 8 de 906 unidades con un valor máximo

de demanda de este insumo de 1,003 unidades y se tiene que los datos de este insumo son poco dispersos y simétricos. Además, la cantidad de demanda en los meses están por debajo de 1,100 unidades aproximadamente y por encima de 600 unidades.

### 6.4.9. Demanda: Insumo 9

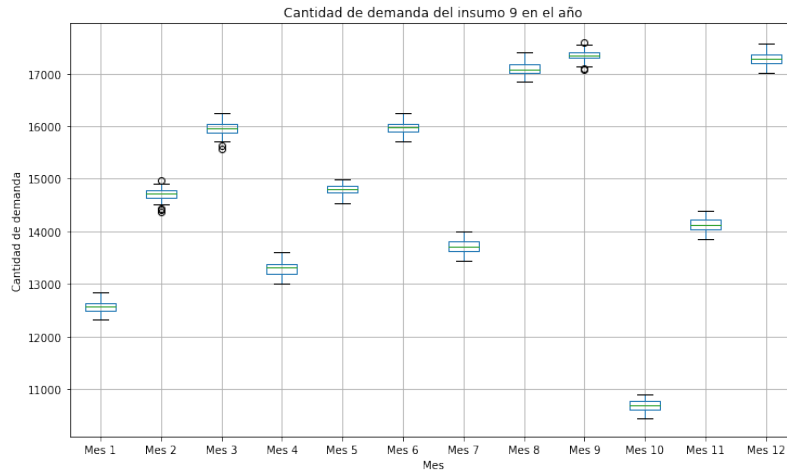


Figura 35: Cantidad de demanda del insumo 9 en los 12 meses.

En el insumo 9 la mayoría de los datos están por encima de 12,000 unidades a excepción del mes 10 que está por debajo de 11,000 unidades, en el mes 9 es donde se tiene mayor demanda, dado que tiene un valor máximo de demanda de este insumo de 17,599 unidades y también se obtiene un promedio de demanda del insumo 9 de 17,354 unidades, además, hay datos atípicos en tres meses y los datos son poco dispersos y simétricos.

### 6.4.10. Demanda: Insumo 10

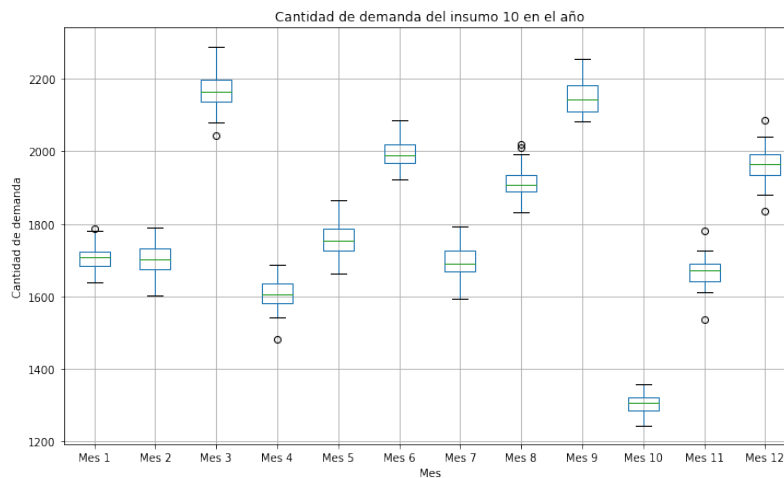


Figura 36: Cantidad de demanda del insumo 10 en los 12 meses.

En el insumo 10, la mayoría de los meses generan datos atípicos, en este caso se genera en seis meses, los datos son simétricos y poco dispersos y también se tiene que en el mes 3 es donde se tiene mayor demanda, dado que se obtiene un promedio de demanda del insumo 10 de 2,167 unidades y con un valor máximo de demanda de este insumo de 2,289 unidades. Cabe resaltar que la cantidad de demanda de la mayoría de los meses están por encima de 1,400 unidades a excepción del mes 10 dado que, está por debajo de esta demanda.

### 6.4.11. Demanda: Insumo 11

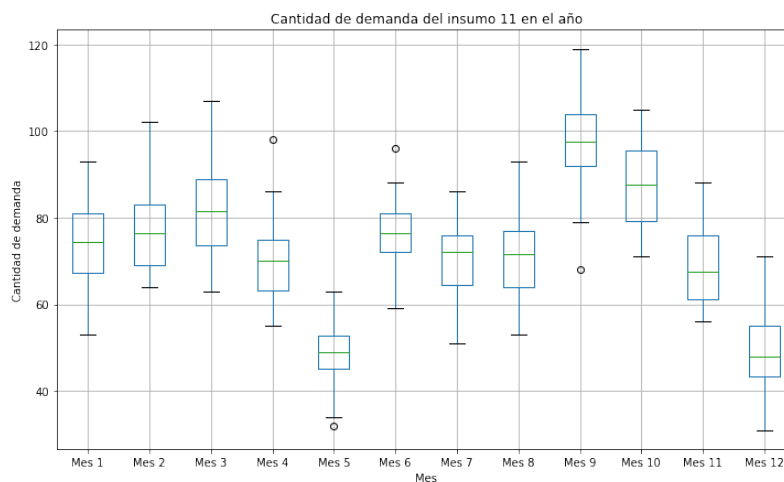


Figura 37: Cantidad de demanda del insumo 11 en los 12 meses.

En el insumo 11 tenemos cuatro meses con datos atípicos, los datos son poco dispersos y simétricos, además, en el mes 9 es donde se tiene mayor demanda, dado que se obtiene un promedio de demanda del insumo 11 de 97 unidades con un valor máximo de demanda de este insumo de 119 unidades. Cabe mencionar que la cantidad de demanda de este insumo está por debajo de 120 unidades y por encima de 30 unidades.

#### 6.4.12. Demanda: Insumo 12

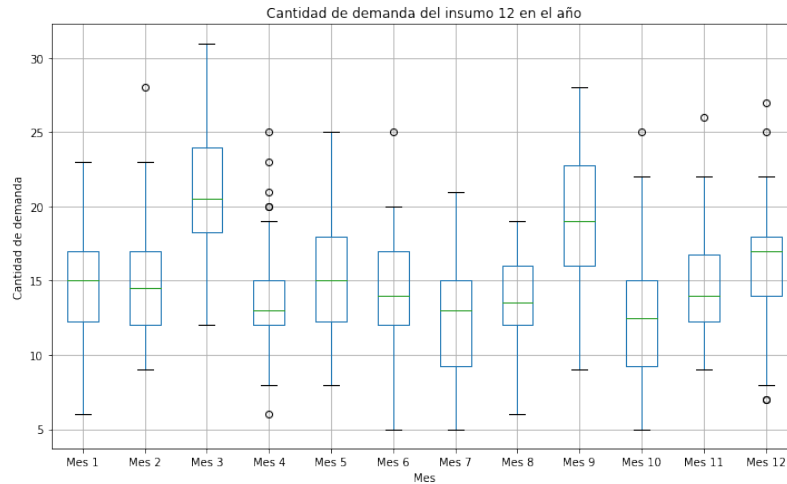


Figura 38: Cantidad de demanda del insumo 12 en los 12 meses.

Y, por último, tenemos el insumo 12, donde en el mes 3 es donde se tiene mayor demanda, dado que se obtiene un promedio de demanda del insumo 12 de 21 unidades con un valor máximo de demanda de este insumo de 31 unidades, además, se tiene que los datos son simétricos, poco dispersos y con seis meses de datos atípicos. Cabe señalar que la cantidad de demanda está por encima de 4 unidades aproximadamente y por debajo de 35 unidades. También se tiene que es el insumo que genera menor cantidad de demanda.

### 6.5. Pedidos en Tránsito

Las mercancías en tránsito son los artículos de inventario que han sido enviados por el vendedor, pero que aún no han sido recibidos por el comprador. El concepto se usa para indicar en un momento dado quién tiene la posesión de los artículos (si el comprador o el vendedor), dependiendo de quién esté pagando el transporte. A continuación, se implementará una gráfica de diagrama de cajas sobre las órdenes de compra en tránsito de los 12 insumos en el año de nuestra compañía.

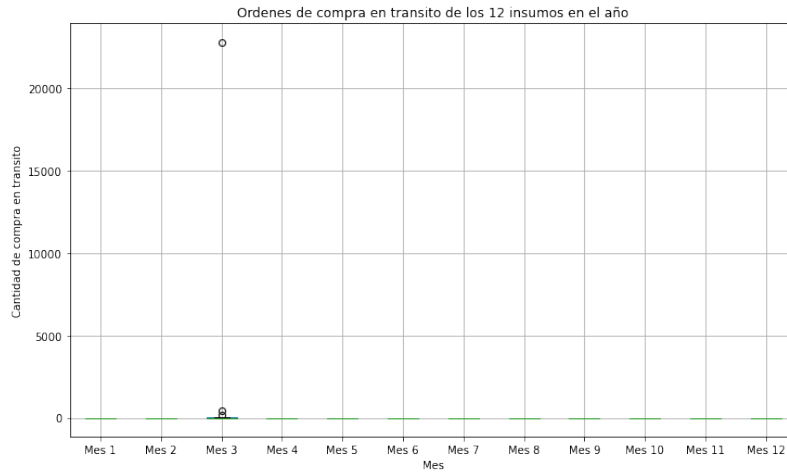


Figura 39: Pedidos en tránsito de los insumos en los 12 meses.

En la variable pedidos en tránsito, se tiene datos atípicos, dado que solo se hace pedidos en el mes 3, del insumo 1 el cual, se pide 22,800 unidades, insumo 11 se genera un pedido de 400 unidades y del insumo 12 se realiza un pedido de 136 unidades. Esto quiere decir, que en este mes es donde tiene mayor cantidad de pedidos de los insumos, en los demás meses, como se puede notar, no se realiza pedidos en tránsito de ningún insumo.

## 6.6. Nivel Servicio

El Nivel de servicio es un indicador que representa la cantidad de pedidos que una empresa es capaz de atender o producir con relación a la solicitud del cliente en un plazo determinado. Un porcentaje de nivel de servicio alto significa que la empresa está garantizando la satisfacción del cliente. A continuación, se implementará una gráfica de diagrama de cajas sobre el nivel de servicio de los 12 insumos en el año de nuestra compañía.

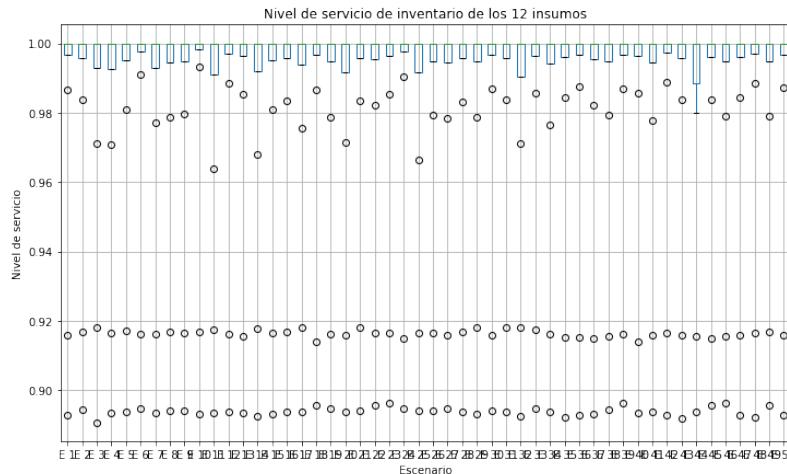


Figura 40: Nivel de servicio de los insumos 12 en los 12 meses.

En esta sección tenemos la variable nivel de servicio el cual, se tiene que el nivel de servicio es de aproximadamente 0,98 para cada insumo, esto significa que el 98 % de las veces se entregan los pedidos al cliente dentro del plazo establecido, por lo que hay un alto porcentaje de satisfacción de los clientes.

## 6.7. Pronóstico de demanda

El pronóstico de la demanda es estimar las ventas de un producto durante determinado periodo futuro. En nuestro caso, dado que ya conocíamos la demanda anterior hicimos el pronóstico de la demanda a futuro. A continuación, se presentará una tabla comparando ambas demandas.

	<b>Demanda Anterior</b>	<b>Demanda Pronosticada</b>
<b>Insumo 1</b>	139567	139504
<b>Insumo 2</b>	8597	8596
<b>Insumo 3</b>	19569	19560
<b>Insumo 4</b>	27781	27764
<b>Insumo 5</b>	86025	86092
<b>Insumo 6</b>	10900	10909
<b>Insumo 7</b>	20227	20238
<b>Insumo 8</b>	9460	9434
<b>Insumo 9</b>	177555	177626
<b>Insumo 10</b>	21590	21587
<b>Insumo 11</b>	878	870
<b>Insumo 12</b>	187	187
<b>TOTAL</b>	<b>522336</b>	<b>522367</b>

Podemos notar que la demanda anterior es más alta a la demanda pronosticada, dado que tiene 75 unidades más que la demanda pronosticada. Cabe resaltar que en la mayoría de los insumos la demanda anterior es superior que la demanda pronosticada, pero no es por mucho la diferencia, solo en cuatro insumos logra la demanda pronosticada sobrepasar la demanda anterior, en el insumo 3 la demanda pronosticada sobrepasa a la demanda anterior por 10 unidades, en el insumo 6 la demanda pronosticada es mayor a la demanda anterior por 6 unidades, en el insumo 8 la demanda pronosticada supera a la demanda anterior por 8 unidades y en el insumo 10 la demanda pronosticada excede a la demanda anterior por 37 unidades. En los demás insumos la demanda anterior es mayor que la que se pronosticó, donde la mayor cantidad de unidades que logra sobrepasar es de 42 unidades y la menor es de 4 unidades de diferencia. Esto nos representa que la demanda de cada insumo va a ser muy parecida en el año que se pronosticó.

## 7. Conclusiones y futuros trabajos

Al utilizar y equiparar el modelo de mejora matemática contra el escenario real de la compañía, se hizo una disminución destacable del precio total; por otro lado, con la aplicación de la simulación

de escenarios se hizo evidenciar superiores configuraciones del inventario de estabilidad, impactando de manera conveniente el precio total. Esta táctica es de simple aplicación en la compañía.

Con una eficiente conjunción de políticas de inventarios, y un procedimiento determinado de gestión (periódico o continuo), en nuestro caso, se hizo de forma periódica, se pudo obtener una disminución de precios, descargar el grado de inventario y maximizar el grado de servicio de la compañía. Lo cual es demostrado luego de utilizar del modelo de mejora matemática y la simulación de escenarios, poniendo elevados índices de grado de servicio, menor volumen de precios y menores niveles de inventario.

Como futuros trabajos se debe considerar dentro del modelo variables exógenas y decisiones de nivel gerencial. Por ejemplo, dificultades de abastecimiento a nivel mundial, y por consiguiente la decisión de comprar un alto nivel de inventario. Y, además, el tema de análisis de sensibilidad que se entiende como el proceso de análisis de los cambios que puede experimentar la solución de un problema cuando se introducen variaciones en alguno de sus parámetros o en su estructura.

El análisis de sensibilidad se aplica mayoritariamente a problemas de producción, en los cuales, dados unos productos con unas características técnicas de consumo de materiales, de beneficios unitarios, etc., se nos pide que hagamos el plan de producción para cada uno de los productos. Con el análisis de sensibilidad se puede estudiar el grado de sensibilidad que tiene la solución de un problema lineal frente a variaciones de sus parámetros iniciales.

## Referencias

- [Andia, 2019] Andia, O. (2019). Qué pasa con la industria farmacéutica en colombia. *Razonpublica. com. Recuperado de: <https://www.razonpublica.com/index.php/econom-y-sociedad-temas-29/11852-que-pasa-con-la-industria-farmacaceutica-en-colombia.html>*.
- [Asencio Cristobal et al., ] Asencio Cristobal, L., Gonzalez Ascencio, E., and Lozano Robles, M. El inventario como determinante en la rentabilidad de las distribuidoras farmacéuticas. *retos* [online]. 2017, vol. 7, n. 13.
- [Blumenfeld, 2001] Blumenfeld, D. (2001). *Operations research calculations handbook*. CRC press.
- [Cantero, ] Cantero, J. E. V. Método de newton raphson.
- [Carreño et al., 2004] Carreño, E. M., Ocampo, E. M. T., and Escobar, A. (2004). Optimización de sistemas lineales usando métodos de punto interior. *Scientia et technica*, 10(24):43–48.
- [Chapra et al., 2011] Chapra, S. C., Canale, R. P., Ruiz, R. S. G., Mercado, V. H. I., Díaz, E. M., and Benites, G. E. (2011). *Métodos numéricos para ingenieros*, volume 5. McGraw-Hill.
- [Coelho et al., 2011] Coelho, A. F. E. et al. (2011). Solução de sistemas lineares de grande porte usando variantes do método dos gradientes conjugados.

- [Coelho et al., 2014] Coelho, A. F. E., Oliveira, A., and Velazco, M. (2014). Variantes do método dos gradientes conjugados aplicados a sistemas lineares originados dos métodos de pontos interiores.
- [Díaz Montenegro and Jesusi Aymara, 2019] Díaz Montenegro, M. and Jesusi Aymara, P. O. (2019). Los costos logísticos y su impacto en la cadena de suministros y en la gestión financiera de las empresas del sector ferretero de lima metropolitana, año 2018.
- [Gallegos, 2013] Gallegos, J. E. M. (2013). *Métodos de pronósticos para negocios*. Editorial Digital del Tecnológico de Monterrey.
- [Ghiani et al., 2013] Ghiani, G., Laporte, G., and Musmanno, R. (2013). *Introduction to logistics systems management*. John Wiley & Sons.
- [Gutiérrez, 2009] Gutiérrez, Ó. P. (2009). Un enfoque multicriterio para la toma de decisiones en la gestión de inventarios. *Cuadernos de Administración*, 22(38):169–187.
- [Kapuscinski and Tayur, 1999] Kapuscinski, R. and Tayur, S. (1999). Optimal policies and simulation-based optimization for capacitated production inventory systems. In *Quantitative Models for Supply Chain Management*, pages 7–40. Springer.
- [Karmarkar, 1984] Karmarkar, N. (1984). A new polynomial-time algorithm for linear programming. In *Proceedings of the sixteenth annual ACM symposium on Theory of computing*, pages 302–311.
- [Mehrotra, 1992] Mehrotra, S. (1992). On the implementation of a primal-dual interior point method. *SIAM Journal on optimization*, 2(4):575–601.
- [Mikosch et al., 2006] Mikosch, T. V., Resnick, S. I., and Robinson, S. M. (2006). Springer series in operations research and financial engineering.
- [Montgomery et al., 2015] Montgomery, D. C., Jennings, C. L., and Kulahci, M. (2015). *Introduction to time series analysis and forecasting*. John Wiley & Sons.
- [Nahmias, 1993] Nahmias, S. (1993). Production and operations analysis, richard d. irwin. *Inc., Homewood, Illinois*.
- [Ponsot, 2008] Ponsot, E. (2008). El estudio de inventarios en la cadena de suministros: una mirada desde el subdesarrollo. *Actualidad Contable FACES*, 11(17):82–94.
- [Sauer and Murrieta, 2013] Sauer, T. and Murrieta, J. E. M. (2013). *Análisis numérico*. Pearson Educación.
- [Taha et al., 2004] Taha, H., Meza, G., Cruz, R., and González, V. (2004). *Investigación de Operaciones: Una investigación*. Pearson Education, México.
- [Vasquez, ] Vasquez, I. R. S. métodos numéricos para ingeniería.
- [Wright, 1997] Wright, S. J. (1997). *Primal-dual interior-point methods*. SIAM.

## 8. Anexos

### Métodos numéricos

Los métodos numéricos son instrumentos muy poderosos para la solución de problemas. Donde generan un procedimiento mediante el cual se obtiene, que son aptos de dirigir sistemas de ecuaciones grandes, utilizar no linealidades y resolver geometrías complejas, a menudo, son imposibles de resolver en forma analítica, casi siempre se logra de manera aproximada, donde la solución de ciertos problemas se realiza mediante cálculos puramente aritméticos y lógicos [Chapra et al., 2011, Vasquez, ].

Dado que el modelo genera un problema lineal y el cual se debe maximizar entonces se requiere de métodos numéricos que sean eficientes para lograr resolver problemas de gran porte, para dar solución al modelo planteado de gestión y control de inventarios para materias primas y material de empaque, se considera el método de puntos interiores, en el cual nos enfocaremos en dos versiones: el método predictor-corrector interior, el método de puntos interiores del tipo primal-dual y el método de gradiente conjugado.

### Métodos de puntos interiores

El método de puntos interiores, surge como una forma alternativa para la solución de problemas lineales y no lineales, y en comparación a otros métodos, tales como el simplex, tiene tiempos de cómputo inferiores, debido a que se desarrolla por el interior de la región factible [Carreño et al., 2004]. Aunque el método fue propuesto inicialmente para resolver problemas no lineales, los sistemas de cómputo disponibles en la época no permitieron su avance y en cambio se desarrolló una idea para problemas lineales propuesto por Karmarkar [Karmarkar, 1984], el cual propuso el primer método de puntos interiores con complejidad polinómica en el peor de los casos. Dado que Karmarkar afirmó que el método de puntos interiores tenía más eficiencia y rapidez que el método simplex que era utilizado en ese momento para problemas mayores [Coelho et al., 2014].

El método de puntos interiores de Karmarkar originó multitud de trabajos alrededor de su idea, la cual ha sido mejorada en muchos aspectos. Por ende, empezaron a surgir varias variantes de este método, los más destacados son el método primal-dual y el método predictor-corrector interior.

### Problemas de programación lineal

La programación lineal es un procedimiento o algoritmo matemático mediante el cual se resuelve un problema indeterminado, en las que se pretende identificar y determinar dificultades para aumentar la productividad respecto a los recursos, aumentando así los beneficios. El objetivo de la programación lineal es optimizar, es decir, maximizar o minimizar funciones lineales en varias variables reales con restricciones lineales, optimizando una función objetivo lineal.

Tradicionalmente los problemas de programación lineal se resuelven usando el método SIMPLEX,

el cual evoluciona por los puntos extremos de la región factible hasta encontrar el óptimo del problema. En sistemas de gran tamaño el número de vértices aumenta exponencialmente con el número de variables, y por lo tanto, el proceso de búsqueda puede requerir gran tiempo de cómputo [Carreño et al., 2004].

La forma estándar de representar un problema del programa es lineal es:

$$\begin{array}{l} \text{mín / máx } c^t x, \\ x|_{x \geq 0} \end{array} \quad \text{sujeto a } Ax = b,$$

donde  $A$  es una matriz  $m \times n$  de rango completo y  $c$ ,  $b$  y  $x$  son vectores de dimensiones de columna apropiado. El vector  $x$  corresponde a las variables de decisión que optimizan la función objetivo. La ecuación del sistema  $Ax = b$  se pueden multiplicar por  $-1$  para que  $b_i \geq 0$ ,  $\forall i = 1, \dots, m$  [Coelho et al., 2014].

Se debe tener en cuenta que un problema de programación lineal, escrito en la forma estándar, no presenta desigualdades en el conjunto de restricciones  $Ax = b$ . Cada problema de programación lineal se puede escribir debajo de esa manera [Coelho et al., 2014]. Generalmente, no se encuentra problemas lineales de programación en la forma estándar. Pueden ocurrir con variables no negativas o libres, y las restricciones pueden ser en forma de ecuaciones o desigualdades.

## Método Primal-Dual escala A

Se presentará algunos métodos para obtener la solución de un problema de programación lineal, en este caso, el método de punto interior. Los métodos de punto interior generan una secuencia de puntos interiores que cada vez más se están acercando a una solución óptima hasta que lograr la convergencia. Por lo cual, para construir el método primal-dual a una escala se debe calcular las direcciones de búsqueda usando el método de Newton en condiciones óptimas.

### Método de Newton

Se presentará el método de Newton para funciones de una variable. El objetivo del método es estimar los ceros de una función diferenciable  $f(x)$ . Geométricamente, dada una abscisa inicial  $x_0$ , se dibuja una la tangente de la gráfica de  $f(x)$  al punto de partida  $(x_0; f(x_0))$ . Esa línea tangente cruza el eje de abscisas en  $x_1$ . Por lo tanto, se cruza nuevamente la línea tangente a la gráfica de  $f(x)$ , ahora usando el punto  $(x_1; f(x_1))$ .



sistemas  $n \times n$ , por lo cual se derivan de la aproximación lineal proporcionada por la expansión de Taylor [Sauer and Murrieta, 2013]. Sea:

$$f_1(u, v, w) = 0,$$

$$f_2(u, v, w) = 0,$$

$$f_3(u, v, w) = 0,$$

donde son tres ecuaciones no lineales con tres incógnitas  $(u, v, w)$ . Se define el vector de valores de función  $F(u, v, w) = (f_1, f_2, f_3)$  denotando las ecuaciones anteriores y  $F(x) = 0$ , donde  $x = (u, v, w)$ , como se puede ver en [Sauer and Murrieta, 2013]. El análogo de la derivada  $f'$  en el caso de una variable es la matriz Jacobiana siguiente:

$$DF(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u} & \frac{\partial f_1}{\partial v} & \frac{\partial f_1}{\partial w} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u} & \frac{\partial f_2}{\partial v} & \frac{\partial f_2}{\partial w} \\ \frac{\partial f_3}{\partial u} & \frac{\partial f_3}{\partial v} & \frac{\partial f_3}{\partial w} \end{bmatrix}.$$

De modo que la expansión de Taylor para funciones vectoriales de variable vectorial alrededor de  $x_0$  es:

$$F(x) = f(x_0) + DF(x_0)(x - x_0) + \mathcal{O}(x - x_0).$$

La expansión lineal de  $F(u, v) = (e^{u+v} + \sin(u))$  alrededor de  $x_0 = (0, 0)$  está dada por:

$$F(x) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e^0 & e^0 \\ \cos(0) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} + \mathcal{O}(x^2) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u + v \\ u \end{bmatrix} + \mathcal{O}(x^2).$$

El método de Newton se basa en una aproximación lineal, sin tomar en cuenta los términos  $\mathcal{O}(x^2)$ . Como en el caso unidimensional, sea  $x = r$  la raíz y sea  $x_0$  la estimación actual [Sauer and Murrieta, 2013]. Entonces

$$0 = F(r) \approx F(x_0) + DF(x_0) \cdot (r - x_0),$$

ó

$$-DF(x_0)^{-1}F(x_0) \approx r - x_0.$$

Por lo tanto, se puede obtener una mejor aproximación de la raíz al resolver la ecuación anterior para  $r$ .

Dado que el cálculo de inversas es computacionalmente costoso, se utiliza unos pasos para evitarlo. En cada paso, en vez de seguir la definición anterior, se establece  $x_{j+1} = x_j - s$ , donde  $s$  es la solución de  $DF(x_j)s = F(x_j)$ . Ahora, la solución de un sistema lineal se puede usar mediante un método ya sea iterativo o un método directo, en este caso se utiliza la eliminación gaussiana ( $n^3/3$  multiplicaciones) para realizar un paso, en vez de calcular una inversa (aproximadamente tres veces más multiplicaciones) [Sauer and Murrieta, 2013]. Por lo tanto, el paso de la iteración para el método de Newton multivariado es:

$$\begin{cases} DF(x_j)s = -F(x_j) \\ x_{j+1} = x_j + s. \end{cases}$$

## Método Primal-Dual escala A

En los métodos primarios duales se comienza desde un punto interior  $(x_0; y_0; z_0)$ , no necesariamente factible, y se resuelve el problema primario y el problema dual simultáneamente. Definiendo un residuo primal por  $r_p = b - Ax$  o el residuo dual por  $r_d = c - A^t y - z$ , escala de residuos afines por  $r_a = -XZe$ , ver [Coelho et al., 2011], el cual se tiene:

$$-F(x, y, z) = \begin{pmatrix} r_p \\ r_d \\ r_a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b - Ax \\ c - A^t y - z \\ -XZe \end{pmatrix}.$$

Se quiere que los residuos  $(r_p, r_d, r_a)$  sean nulos para obtener una solución óptima. Por lo tanto, si se aplica el método de Newton, se debe dar un punto de partida inicial  $(x_0, y_0, z_0)$  el siguiente punto será  $(x_1, y_1, z_1) = (x_0, y_0, z_0) - J(x_0, y_0, z_0)^{-1}F(x_0, y_0, z_0)$ , ver [Coelho et al., 2011], donde:

$$J = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A^t & I \\ Z & 0 & X \end{pmatrix} \text{ y } F(x_0, y_0, z_0) = \begin{pmatrix} Ax_0 - b \\ A^t y_0 + z_0 - c \\ X_0 Z_0 e \end{pmatrix} = -r(x_0, y_0, z_0).$$

Así se puede definir la dirección de descenso  $d$  como  $d = J^{-1}r$ , obteniendo que  $(x_1, y_1, z_1) = (x_0, y_0, z_0) + \alpha(dx, dy, dz)$ , donde  $\alpha$  es el tamaño de paso. En [Coelho et al., 2011] calculan  $\alpha$  con cada nuevo punto que sea interior desde el punto interior anterior, el cual definen un tamaño de paso primario definido por  $\alpha_p$  y un tamaño de paso dual definido por  $\alpha_d$ , que es calculado de la siguiente manera:

$$\alpha_p = \tau \min \left\{ -\frac{x_i}{dx_i} \right\}, \forall dx_i < 0,$$

$$\alpha_d = \tau \min \left\{ -\frac{z_i}{dz_i} \right\}, \forall dz_i < 0,$$

donde  $\tau = 0,99995$  y los tamaños de paso  $\alpha_p$  y  $\alpha_d$  en valor máximo igual a 1 [Coelho et al., 2011], porque se quiere lograr que el nuevo punto siga siendo un punto interior. Se podría tener un nuevo punto fuera de la región dentro del problema, que no desea. Por esta razón, el valor de paso máximo es igual a 1. Luego se realiza el producto Jacobiano  $J$  para la dirección  $d = (dx, dy, dz)$  se obtiene los residuos  $(r_p, r_d, r_a)$ , lo cual se obtendría  $Jd = r$ .

Se necesita resolver un sistema para obtener las direcciones de búsqueda, el cual se obtiene dos maneras: la primera es eliminar la dirección  $dz$  y construir un sistema llamado sistema aumentado, la segunda opción es eliminar en  $dx$  y obtener un conjunto de ecuaciones donde la dirección  $dy$  viene dada por la solución de un sistema lineal. La matriz de coeficientes del sistema obtenido, puede escribirse como el producto de una matriz por su transposición. Un sistema que tiene esta característica se llama sistema de ecuaciones normales. Por lo tanto, cuando se usa la segunda opción descripta para resolver el siguiente sistema:

$$\begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A^t & I \\ Z & 0 & X \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_p \\ r_d \\ r_a \end{pmatrix}.$$

El cual se obtiene un sistema de ecuaciones normales [Coelho et al., 2011] para determinar la dirección  $dy$ . Primero, se elimina  $dz$  en el sistema mostrado anteriormente. De la tercera ecuación del sistema anterior se puede obtener que  $dz = X^{-1}(R_a - Zdx)$  y sustituirlo en la segunda ecuación por ese mismo sistema, obteniendo el siguiente sistema aumentado:

$$\begin{pmatrix} -X^{-1}Z & A^t \\ A & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dx \\ dy \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_d - X^{-1}r_a \\ r_p \end{pmatrix}.$$

Donde  $D = X^{-1}Z$  y ahora eliminando  $dx$ , se obtiene la segunda opción, el sistema de ecuaciones normales [Coelho et al., 2011]. Para hacer esto, se aísla  $dx$  en la segunda ecuación del sistema aumentado y se reemplaza en la primera ecuación del mismo sistema. Con eso, se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$dy = (AD^{-1}A^t)^{-1}(r_p + A(D^{-1}r_d - Z^{-1}r_a)),$$

$$dx = D^{-1}(A^tdy - r_d + X^{-1}r_a),$$

$$dz = X^{-1}(r_a - Zdx).$$

Se debe tener en cuenta que la dirección  $dy$  se determina cuando se resuelve el siguiente sistema:

$$(AD^{-1}A^t)dy = r_p + A(D^{-1}r_d - Z^{-1}r_a),$$

donde  $AD^{-1}A^t$  es una matriz de coeficientes. Esta matriz se puede escribir como el producto de una matriz por su transposición, es decir, como  $GG^t$  o  $G^tG$ . Por ejemplo, si se toma  $G = AD^{-\frac{1}{2}}$  se obtiene:

$$GG^t = (AD^{-\frac{1}{2}})(AD^{-\frac{1}{2}})^t = (AD^{-\frac{1}{2}})(D^{-\frac{1}{2}}A^t) = AD^{-1}A^t.$$

Los sistemas que tienen esta propiedad se llaman sistemas de ecuaciones normales. Por el cual, la dirección  $dy$ , en ese caso, viene dada por la solución de un sistema de ecuaciones normales. Con esas direcciones se obtiene el método primal-dual en la escala  $A$  [Coelho et al., 2011].

En este método no se necesita un punto de partida factible; interior. El método primario-dual a gran escala no converge o converge muy lentamente para varios problemas a medida que los productos  $x_i z_i$  se acercan a cero con tasas muy diferentes entre sí.

## Método Primal-Dual seguimiento de ruta

En el método Primal-Dual escala A, se obtuvo que los valores de  $x$  y  $z$  se acercan rápidamente a sus límites. Una solución a esta dificultad es alterar al lado derecho de las restricciones  $XZe = 0$ . El cual, el valor promedio de  $x_i z_i$  es  $\sum_{i=1}^n \frac{x_i z_i}{n} = \frac{\gamma}{n}$ . El cuál sería el valor ideal para cada  $x_i z_i$ , [Coelho et al., 2011].

La perturbación puede ser una función de este valor. Al mismo tiempo, se redujo el valor promedio de  $x_i z_i$  multiplicando  $\frac{\gamma}{n}$  por  $\sigma \in (0,1)$ . De esa manera se obtiene la perturbación  $\mu^k = \sigma^k \frac{\gamma^k}{n}$  donde  $\mu^k \rightarrow 0$ , [Coelho et al., 2011]. Si se usa  $\gamma = 0$  se obtiene el método en una escala. Con  $\gamma = 1$  se obtiene la dirección de centrado. Así se logra la solución del problema original cuando el método converge. Donde esta clase de métodos se llama método de seguimiento de ruta.

## Método predictor-corrector

El método predictor-corrector [Coelho et al., 2014] calcula dos direcciones en cada iteración para las variables  $(x, y, z)$  de programación lineal. Desde el método primal-dual hasta la escala, se puede construir el método predictor-corrector. Se calcula la residualidad de la complementariedad en la siguiente iteración cuando  $\alpha_p = \alpha_d = 1$  [Coelho et al., 2011], de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}x_{j+1} &= x_j + dx, \\z_{j+1} &= z_j + dz.\end{aligned}$$

En el método primal-dual, se tiene:

$$\begin{aligned}X_{j+1}Z_{j+1}e &= (X + Dx)(Z + Dz)e \\&= XZe + XDzeDxZe + DxDze \\&= -r_a + \underbrace{Xdz + Zdx}_{r_a} + DxDze \\&= DxDze = -r_{aj+1}.\end{aligned}$$

Usando ese resultado, el método predictor-corrector calcula dos direcciones: la primera hacia una escala y la segunda de dirección de correlación, que consiste en la correlación no lineal y en el disturbio (centrado) [Coelho et al., 2011].

La perturbación se calcula en la segunda dirección, ya que se puede ver la calidad de la primera dirección y se calcula la perturbación de acuerdo con ella.

La primera dirección y la dirección a escala  $(\tilde{d}x, \tilde{d}y, \tilde{d}z)$  se tiene de la siguiente manera:

$$\begin{cases} A\tilde{d}x = r_p \\ A^t\tilde{d}y + \tilde{d}z = r_d \\ X\tilde{d}z + Z\tilde{d}x = r_a. \end{cases}$$

La segunda dirección  $(\hat{d}x, \hat{d}y, \hat{d}z)$  se calcula asumiendo que  $\alpha_p = \alpha_d = 1$  y con disturbio  $\mu$  pero se usa la misma matriz que el sistema anterior, es decir, usando  $X$  y  $Z$  en lugar de  $X + \tilde{D}x$  y  $Z + \tilde{D}z$  [Coelho et al., 2011], es decir, de la siguiente manera:

$$\begin{cases} A\hat{d}x = 0 \\ A^t\hat{d}y + \hat{d}z = 0 \\ X\hat{d}z + Z\hat{d}x = \mu e - \tilde{D}x\tilde{D}ze. \end{cases}$$

La perturbación se puede calcular mejor según la dirección en la escala, lo cual lo estableció Mehrotra en [Mehrotra, 1992] el cual desarrolló la siguiente heurística: la segunda dirección  $(\hat{d}x, \hat{d}y, \hat{d}z)$  es calculada con la perturbación  $\mu = (\tilde{\gamma}/\gamma)^3(\gamma/n)$  [Coelho et al., 2011], donde  $\tilde{\gamma} = (x + \tilde{\alpha}_p\tilde{d}x)^t(z + \tilde{\alpha}_d\tilde{d}z)$ .

De esta forma, la dirección viene dada por la suma de las dos direcciones:

$$(dx, dy, dz) = (\tilde{d}x, \tilde{d}y, \tilde{d}z) + (\hat{d}x, \hat{d}y, \hat{d}z).$$

Se debe tener en cuenta que sumando los dos sistemas se obtiene:

$$\begin{cases} Adx = r_p \\ A^tdy + dz = r_d \\ Xdz + Zdx = r_a + \mu e - \tilde{D}x\tilde{D}ze = r_s. \end{cases}$$

el cual se puede calcular la dirección al resolver este sistema directamente.

El método predictor-corrector genera una secuencia de vectores  $(x_j, y_j, z_j)$  que se acerca a la solución del problema de programación lineal  $(x^*, y^*, z^*)$ . Se dice que esta secuencia converge [Coelho et al., 2011], es decir, que el método predictor-corrector converge cuando  $\lim_{j \rightarrow \infty} (\|(x_j, y_j, z_j) - (x^*, y^*, z^*)\|) = 0$  [Coelho et al., 2011], es decir, si hay un constante  $M \in [0, 1)$  y un entero  $\tilde{j} \geq 0$  tal que para todo  $j \geq \tilde{j}$ , se tiene:

$$\|(x_{j+1}, y_{j+1}, z_{j+1}) - (x^*, y^*, z^*)\| \leq M\|(x_j, y_j, z_j) - (x^*, y^*, z^*)\|.$$

Cuando el método converge como en la ecuación anterior, se dice que el método tiene convergencia lineal. Sin embargo, el método predictor-corrector tiene una tasa de convergencia más rápida, es decir, converge cuadráticamente:

$$\|(x_{j+1}, y_{j+1}, z_{j+1}) - (x^*, y^*, z^*)\| \leq M\|(x_j, y_j, z_j) - (x^*, y^*, z^*)\|^2.$$

Por lo tanto, el método predictor-corrector tiene una tasa de convergencia cuadrática ya que el cálculo de las direcciones se considera una única iteración [Wright, 1997]. Por sus características en la nomenclatura del programa no lineal, podría llamarse que el método Newton está perturbado  $\mu$ , modificado  $(x, z) > 0$ , de orden 1 (correlación no lineal).

El criterio de convergencia que se utiliza se basará en las siguientes condiciones de optimización [Coelho et al., 2011]:

$$\begin{aligned}\frac{\|b - Ax\|}{\|b\| + 1} &\leq \epsilon, \\ \frac{\|c - A^t y - z\|}{\|c\| + 1} &\leq \epsilon, \\ \frac{|c^t x - b^t y|}{|c^t x| |b^t y| + 1} &\leq \epsilon,\end{aligned}$$

donde, se toma como ejemplo  $\epsilon = 10^{-8}$  [Coelho et al., 2011]. Por ende, se utilizará el método predictor-corrector para obtener la solución de un problema de programación lineal.

## Método Gradiente Conjugado

El método del gradiente conjugado es un algoritmo para resolver numéricamente los sistemas de ecuaciones lineales cuyas matrices son simétricas y definidas positivas. Tiene como ventajas que utiliza poca memoria para problemas a gran escala, no requiere de la matriz de Hesse, por lo tanto, es más efectivo que otros métodos [Sauer and Murrieta, 2013].

Existen diferentes formas de resolver un sistema lineal con la matriz de coeficientes. Si la matriz es simétrica de definición positiva, uno de ellos es el método de gradiente conjugado. Una forma de obtener el método de gradiente conjugado se basa en el método de descenso máximo y las direcciones combinadas [Coelho et al., 2011, Sauer and Murrieta, 2013]. Estos métodos se basan en minimizar una función cuadrática, dado un sistema de ecuaciones lineales  $Ax = b$ , donde  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  es estricta y definida positiva, una forma cuadrática es una función  $f : \mathbb{R}^{n \times n} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por:

$$f(x) = \frac{1}{2}x^t Ax - b^t x + c,$$

con  $c$  constante.

Resolver un sistema  $Ax = b$  es equivalente a encontrar un punto estacionario en la función cuadrática  $f(x)$ . Dado un punto arbitrario  $x$ , la dirección de mayor crecimiento de la función  $f(x)$  es dada por la dirección del vector gradiente. Donde los puntos críticos de la función son los vectores  $x$  tal que  $\nabla f(\bar{x}) = A\bar{x} - b = 0$ . Donde cada vector  $\bar{x}$  es una solución del sistema  $Ax = b$ . Sin embargo, la matriz  $A$  es sí simétrica y positiva, por lo que el sistema  $Ax = b$  tiene una solución única y esta solución es el mínimo de  $f(x)$ . Luego se resuelve el sistema  $Ax = b$  donde se debe encontrar la solución que minimiza la función  $f(x)$  son cálculos equivalentes.

El método de descenso máximo, también llamado método de gradiente o Cauchy, tiene un enfoque en el que las iteraciones de  $x_j$  son elegidos en la dirección opuesta a la de gradiente, es

decir, en la dirección en que  $f$  disminuye más rápidamente. Por lo cual se tiene la iteración  $j$  a la siguiente relación:

$$d_j = -\nabla f(x_j) = b - Ax_j = r_j.$$

Si el residuo  $r_j$  no es nulo, entonces se toma  $\alpha_j = \frac{r_j^t r_j}{r_j^t A r_j}$  positivo, tal que,  $f(x_{j+1}) = f(x_j) + \alpha_j r_j < f(x_j)$ .

El método de direcciones conjugadas es un método muy similar al método de máxima descendencia. La diferencia entre los métodos ocurre en la elección de los vectores de dirección. En el método descenso máximo, estas direcciones son ortogonales y en el método de direcciones conjugadas las los vectores de dirección están conjugados con  $A$ , es decir,  $\langle Ad_j, d_k \rangle = d_k^t Ad_j = 0$  con  $k \geq 1, j \leq n$  y  $k \neq j$ .

Haciendo  $\alpha_j = \frac{d_j^t r_j}{d_j^t A d_j}$  se obtiene el valor de  $j$  que minimizará la función  $f$  en el punto  $x_{j+1}$ . Así se generarán direcciones conjugadas para que sean linealmente independientes usando el proceso de ortogonalización de Gram-Schmidt.

Dado que el método de gradiente conjugado será el método de direcciones, combinado con las direcciones de búsqueda que se construyen combinando los residuos. Ahora llamando a las direcciones de búsqueda por  $p$ , el vector  $x_j$  se puede expresar como:

$$x_{j+1} = x_j + \alpha_j p_j.$$

Por el cual, el vector residual puede calcularse recursivamente de la siguiente manera:

$$r_{j+1} = r_j + \alpha_j A p_j. \quad (13)$$

Como los vectores residuo  $r_j$ , son ortogonales, necesariamente se tiene que  $\langle r_j - \alpha_j A p_j, r_j \rangle = 0$  y como resultado se tiene:

$$\alpha_j = \frac{\langle r_j, r_j \rangle}{\langle A p_j, r_j \rangle}.$$

Las direcciones de búsqueda  $p_{j+1}$  son combinaciones lineales de  $r_{j+1}$  y  $p_j$ , de la siguiente manera:

$$p_{j+1} = r_{j+1} + \beta_j p_j.$$

Usando esta última relación se tiene que:

$$\langle A p_j, r_j \rangle = \langle A p_j, p_j \rangle,$$

ya que  $A p_j$  es ortogonal a  $p_{j-1}$ , entonces todavía se tiene que  $p_{j+1}$  debe ser ortogonal a  $A p_j$ . Imponiendo esta condición se obtiene que:

$$\beta_j = -\frac{\langle r_{j+1}, A p_j \rangle}{\langle p_j, A p_j \rangle}. \quad (14)$$

Combinando las ecuaciones (1) y (2) se obtiene:

$$\beta_j = \frac{1}{\alpha_j} \frac{\langle r_{j+1}, (r_{j+1} - r_j) \rangle}{\langle A p_j, p_j \rangle} = \frac{\langle r_{j+1}, r_{j+1} \rangle}{\langle r_j, r_j \rangle}.$$

Con estas relaciones se logra obtener el método de gradiente conjugado [Coelho et al., 2011].

## Métodos de pronóstico

Los métodos de pronósticos se utilizan para realizar enunciados sobre el valor futuro de una variable bajo estudio, ya que tener indicios de lo que va a suceder, permite reducir la incertidumbre [Gallegos, 2013]. El pronóstico sólo será útil si el costo de realizarlo es menor al beneficio obtenido a partir de la toma de decisiones bajo certidumbre.

Hay dos clasificaciones de los métodos de pronósticos: los cualitativos y los cuantitativos. Los métodos de pronósticos cualitativos parten generalmente de juicios de expertos y se usan cuando no existen datos históricos de la variable bajo estudio, en cambio, cuando sí existen, son más utilizados los métodos cuantitativos, que a través de sus procedimientos matemáticos y estadísticos buscan ofrecer pronósticos objetivos.

### Métodos de pronósticos cualitativos

Los métodos de pronósticos cualitativos se utilizan cuando no se cuenta con datos históricos a la mano y para realizar generalmente pronósticos de largo plazo. Estos métodos parten de las opiniones de expertos y los más recurrentes son:

- **Pronóstico visionario:** Es posible aprovechar la experiencia que se tiene en un mercado para incursionar en uno nuevo, por ejemplo, si una empresa introdujo en una ciudad una marca de panecillos de fresa y quiere lanzarlos a un nuevo público con características similares, es posible realizar una analogía con la historia que se tiene del primer mercado, para predecir las ventas en el nuevo.
- **Consenso de un panel:** Este método aprovecha la experiencia e información de un grupo de expertos para realizar pronósticos; para aplicarlo basta con seleccionar y juntar a un grupo de expertos para analizar la situación y en consenso llegar a un acuerdo sobre los valores futuros de las variables a predecir.
- **Método Delphi:** Es una alternativa al método de consenso de un panel, se busca a un grupo de expertos para realizar pronósticos de forma anónima (no debe existir contacto entre los participantes) en una serie de etapas iterativas. El objetivo de las etapas es retroalimentar a los expertos para disminuir la variabilidad en los pronósticos y llegar a un consenso.

### Métodos de pronóstico cuantitativos

Cuando se tienen datos históricos, los métodos de pronósticos más frecuentemente utilizados son los cuantitativos. Entre ellos se encuentran los métodos univariados y los multivariados. Los métodos univariados asumen que la variable bajo estudio depende de sus niveles pasados; en cambio, los métodos multivariados asumen que es posible determinar el comportamiento de la variable bajo estudio a partir de los niveles de otras variables bajo control [Gallegos, 2013].

Dentro de los métodos univariados que se nombrarán son los métodos de suavización y de descomposición utilizados para realizar pronósticos de corto y mediano plazo; y dentro de los métodos

multivariados se encuentran los de regresión lineal simple y múltiple, que son utilizados para realizar pronósticos de corto, mediano y largo plazo.

## Métodos de suavización

Los métodos de suavización utilizan el patrón histórico de la serie para proyectarlo al futuro y realizar pronósticos de la variable de interés; asumen que el valor futuro de la variable en el periodo  $t + 1$  está en función del valor de la serie en el periodo actual,  $t$ , del periodo anterior,  $t - 1$ , y de periodos pasados [Gallegos, 2013].

Una parte importante de estos métodos es determinar el patrón de la serie, de los cuales se identifican: el patrón horizontal (estacionario), el de tendencia, el cíclico, el estacional y la variación irregular (aleatoria).

Los métodos de suavización que se nombrarán se van a clasificar de acuerdo al patrón de la serie:

### 1. Patrón horizontal (estacionario)

- Promedio móvil simple.
- Promedio móvil de  $k$  periodos.
- Suavización exponencial simple.

### 2. Patrón de tendencia

- Promedio móvil doble.
- Suavización exponencial doble: Método de Brown.
- Suavización exponencial doble: Método de Holt.

### 3. Patrón estacional

- Suavización exponencial triple: Método de Holt-Winters.

## Métodos de suavizado exponencial

A menudo se puede pensar que un conjunto de datos consta de dos componentes distintos: señal y ruido. La señal representa cualquier patrón causado por la dinámica intrínseca del proceso del que se recopilan los datos. Estos patrones pueden tomar varias formas, desde un simple proceso constante hasta una estructura más complicada que no se puede extraer visualmente o con ninguna herramienta estadística básica. El proceso constante, por ejemplo, se representa como:

$$y_t = \mu + \epsilon_t \tag{15}$$

donde  $\mu$  representa el nivel constante subyacente de respuesta del sistema y  $\epsilon_t$  es el ruido en el tiempo  $t$ . A menudo se supone que  $\epsilon_t$  no está correlacionado con la media 0 y la varianza constante  $\sigma_\epsilon^2$

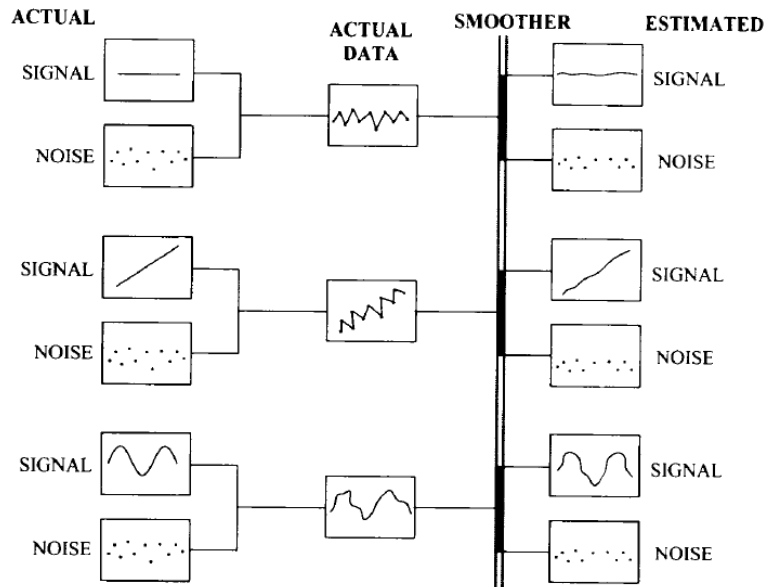


Figura 42: El proceso de suavizar un conjunto de datos.

El suavizado puede verse como una técnica para separar la señal y el ruido tanto como sea posible y en la que un suavizador actúa como un filtro para obtener una “estimación” de la señal. En la Figura 42 se muestra varios tipos de señales que con la ayuda de un suavizador se pueden “reconstruir el patrón subyacente de la señal se recupera en cierta medida. Los suavizadores que se discutirán en esta sección logran esto simplemente relacionando la observación actual con las anteriores. Para un conjunto de datos dado, se pueden idear suavizadores que miran hacia adelante y/o hacia atrás, pero en esta sección solo se considerará los suavizadores que miran hacia atrás. Es decir, en cualquier  $T$  dado, la observación  $y_T$  será reemplazada por una combinación de observaciones en  $T, T - 1, \dots, 1$ . Entonces intuitivamente tiene sentido usar algún tipo de “promedio” de las observaciones actuales y anteriores para suavizar los datos. Una opción obvia es reemplazar la observación actual con el promedio de las observaciones en  $T, T - 1, \dots, 1$ . De hecho, esta es la “mejor” opción en el sentido de mínimos cuadrados para un proceso constante dado en la ecuación 15.

Un proceso constante se puede suavizar reemplazando la observación actual con la mejor estimación de  $\mu$ . Usando el criterio de mínimos cuadrados, definimos la suma del error de cuadrados,  $SS$ , para el proceso constante como:

$$SS_E = \sum_{t=1}^T (y_t - \mu)^2 \quad (16)$$

La estimación de mínimos cuadrados de  $\mu$  se puede encontrar estableciendo la derivada de  $SS$  con respecto a  $\mu$  en 0. Esto da:

$$\hat{\mu} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T y_t \quad (17)$$

donde  $\hat{\mu}$  es la estimación de mínimos cuadrados de  $\mu$ . La ecuación 17 muestra que la estimación de mínimos cuadrados de  $\mu$  es de hecho el promedio de observaciones hasta el momento  $T$ .

## Métodos de descomposición

Los métodos de descomposición plantean que cualquier variable medida a través del tiempo se puede expresar en función de los patrones de estacionalidad, tendencia, componente cíclico y variación aleatoria [Gallegos, 2013].

Bajo esta premisa, y partiendo de que el periodo actual es el  $t$ , los métodos de descomposición proponen estimar por separado cada uno de los patrones de la serie para el periodo  $t + 1$ , con la intención de obtener el pronóstico de la variable en  $t + 1$ , agregando dichos patrones mediante un esquema multiplicativo o aditivo.

## Regresión lineal simple y múltiple

Los métodos de suavización y de descomposición utilizan el patrón de la serie para realizar pronósticos, sin embargo, mediante ellos no es posible identificar los factores que influyen en la variable bajo estudio, en cambio, en los métodos de regresión lineal sí es posible determinarlos con la intención de controlarlos y realizar pronósticos.

En estos métodos la variable bajo estudio se denomina variable dependiente, y los factores controlables, variables independientes o explicativas. La variable dependiente se asume que es aleatoria y se busca predecir o explicar mediante las variables independientes, las cuales no son aleatorias sino controlables por el investigador [Gallegos, 2013].

Existen dos alternativas en regresión lineal para predecir a la variable dependiente: el modelo de regresión simple, que incluye una sola variable independiente; y el modelo de regresión lineal múltiple, que incluye  $k$  variables independientes; tomando en consideración el poder de explicación de las variables independientes, se optará por un modelo simple o uno múltiple [Gallegos, 2013].

En este trabajo se basa en métodos de suavizado exponencial, en este caso, en el método de suavización exponencial doble.

## Suavización exponencial doble

El pronóstico de suavización exponencial doble es óptimo para patrones de demanda que presentan una tendencia, al menos localmente, y un patrón estacional constante, en el que se se pretende

eliminar el impacto de los elementos irregulares históricos mediante un enfoque en períodos de demanda reciente [Montgomery et al., 2015].

El método de suavización exponencial doble o método de Holt usa tres ecuaciones fundamentales:

- **Pronóstico del período  $t$**

$$\hat{X}_t = \hat{X}'_t + T_t. \quad (18)$$

- **La serie suavizada exponencialmente (primera suavización)**

$$\hat{X}'_t = \alpha(\hat{X}_{t-1}) + [(1 - \alpha)(\hat{X}'_{t-1} + T_{t-1})]. \quad (19)$$

- **El estimado de la tendencia**

$$T_t = \beta(\hat{X}'_t - \hat{X}'_{t-1}) + [(1 - \beta)(T_{t-1})]. \quad (20)$$

Donde,

- $\hat{X}_t$  es el pronóstico del periodo  $t$ .
- $\hat{X}_{t-1}$  es el pronóstico del periodo  $t - 1$ .
- $\hat{X}'_t$  es la suavización exponencial del periodo  $t$ .
- $\hat{X}'_{t-1}$  es la suavización exponencial del periodo  $t - 1$ .
- $T_t$  es la tendencia del periodo  $t$ .
- $T_{t-1}$  es la tendencia del periodo  $t - 1$ .
- $\alpha$  es el coeficiente de suavización (entre 0 y 1).
- $\beta$  es el coeficiente de suavización para la tendencia (entre 0 y 1).