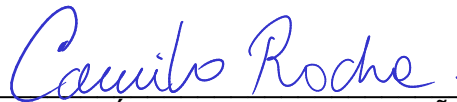


**Nota de Aceptación:**

**Proyecto de Diseño Aprobado**, en cumplimiento de los requisitos exigidos por la Pontificia Universidad Javeriana Cali para optar el título de Ingeniero Industrial.



---

HERNÁN CAMILO ROCHA NIÑO  
Decano de la Facultad de Ingeniería y Ciencias



---

JORGE ENRIQUE ÁLVAREZ PATIÑO  
Director Carrera Ingeniería Industrial



---

NOMBRE COMPLETO DEL DIRECTOR(A)  
Director(a) Proyecto de Diseño



---

Fabián Andrés Castaño  
Jurado 1



---

John Willmer Escobar  
Jurado 2

Cali, 09/12/2020

Señor:

Álvaro Figueroa  
Facultad de Ingeniería y Ciencia  
Pontificia Universidad Javeriana  
Sede Cali

Asunto: aval de documento final PD2

Cordial saludo,

Como director del proyecto de diseño con código **2020110**, titulado: “DISEÑO DE UN MODELO ECOLÓGICO DE OPTIMIZACIÓN APLICADO AL RUTEO DE VEHÍCULOS CON VENTANAS DE TIEMPO”, elaborado por los estudiantes, **Valentina González García, Maria Victoria Gutiérrez Padilla y Jhoan Manuel Mendoza Torres**, el cual en una primera instancia aprobé sujeto a correcciones, **certifico** que, conforme a la segunda revisión, los estudiantes han realizado las correcciones solicitadas y, teniendo en cuenta el estado actual del documento, **apruebo** el contenido del proyecto puesto que cumple con los requisitos mínimos estipulados en el reglamento vigente.

Gracia por la atención prestada.

Atentamente



--

Daniel Morillo Torres, Ph.D.  
Profesor Asistente  
Facultad de Ingeniería y Ciencia  
Pontificia Universidad Javeriana  
Sede Cali



# DISEÑO DE UN MODELO ECOLÓGICO DE OPTIMIZACIÓN APLICADO AL RUTEO DE VEHÍCULOS CON VENTANAS DE TIEMPO

Valentina González García <sup>a,c</sup>, Maria Victoria Gutiérrez Padilla <sup>a,c</sup>, Jhoan Manuel Mendoza Torres <sup>a,c</sup>

Daniel Morillo Torres <sup>b,c</sup>

<sup>a</sup>Estudiante de Ingeniería Industrial

<sup>b</sup>Profesor, director del Proyecto de Grado, Departamento de Ingeniería Civil e Industrial

<sup>c</sup>Pontificia Universidad Javeriana, Cali, Colombia

<sup>d</sup>Entidad y área donde realizó el estudio

---

## Resumen en español

El problema de enrutamiento de vehículos es conocido en la literatura académica como *Vehicle Routing Problem* (VRP), y es uno de los problemas de optimización combinatoria más importantes. El objetivo es determinar el conjunto óptimo de rutas que debe realizar una flota de vehículos para atender a un conjunto determinado de clientes, de forma que se minimicen los costos de transporte. Una de las variantes del VRP con mayor relevancia en la actualidad es el *Pollution Routing Problem* (PRP) que considera la minimización de los costos de transporte y la reducción de emisiones contaminantes. El presente proyecto propone el diseño de un modelo de programación lineal entera-mixta y una metaheurística de Búsqueda Tabú para la solución del *Pollution Routing Problem with Time Windows and Speed Decisions*. Para la validación de los diseños propuestos se adaptaron las instancias de Kramer, *et al.* y se compararon los resultados obtenidos con el algoritmo del vecino más cercano planteado como solución actual. Mediante la implementación se obtuvieron soluciones óptimas para instancias pequeñas (de 10 y 15 clientes) por medio del del modelo matemático, mejorando en promedio, un 62,08% los costos totales y un 81,23% las emisiones de CO<sub>2</sub>. Mientras que la Búsqueda Tabú demostró eficiencia en relación con los resultados obtenidos y el tiempo de cómputo para las instancias de todos los tamaños, obteniendo un porcentaje de mejora promedio para los costos totales de 66,04% y de 90,97% para las emisiones de CO<sub>2</sub>.

*Palabras claves:* VRP, PRP, metaheurística, contaminación, logística verde, programación lineal.

---

## Abstract (in English)

The vehicle routing problem is known in the academic literature as the *Vehicle Routing Problem* (VRP), and is one of the most important combinatorial optimization problems. The objective is to determine the optimal set of routes for a fleet of vehicles to serve a given set of customers, so as to minimize transportation costs. One of the most relevant variants of VRP at present is the *Pollution Routing Problem* (PRP) which considers the minimization of transport costs and the reduction of polluting emissions. This project proposes the design of a mathematical model and a metaheuristic taboo search for the solution of the *Pollution Routing Problem with Time Windows and Speed Decisions*. For the validation of the proposed designs, Kramer, *et al.* instances were adapted and the results obtained were compared with the nearest neighbor algorithm proposed as the current solution. Through the implementation, optimal solutions were obtained for small instances (10 and 15 clients) by means of the mathematical model, improving in average, 62.08% the total costs and 81.23% the CO<sub>2</sub> emissions. While Taboo Search showed efficiency in relation to the results obtained and the computation time for instances of all sizes, obtaining an average percentage of improvement for total costs of 66.04% and 90.97% for CO<sub>2</sub> emissions.

*Key Words:* VRP, PRP, metaheuristics, pollution, green logistics, linear programming.

---

## Tabla de contenido

I. PROJECT CHARTER .....	4
II. DEFINIR.....	7

A.	Contexto y Justificación .....	7
B.	Grupos de interés .....	12
C.	Requerimientos .....	15
1.	<i>Restricciones de diseño</i> .....	15
2.	<i>Especificaciones de diseño</i> .....	15
3.	<i>Leyes, normas y estándares</i> .....	16
III.	MEDIR .....	18
A.	Plan de recolección de datos .....	18
B.	Exploración del mercado .....	20
IV.	ANALIZAR .....	26
A.	Análisis de Oportunidad .....	26
B.	Revisión de literatura .....	28
C.	Exploración de ideas y selección de alternativa .....	30
D.	Objetivos .....	33
E.	Plan de trabajo (PdT) .....	33
V.	DISEÑAR .....	35
A.	Desarrollo del diseño de la solución .....	35
B.	Validación del diseño propuesto .....	44
VI.	VERIFICAR .....	54
A.	Medición de los impactos .....	54
VII.	GLOSARIO .....	60
VIII.	REFERENCIAS .....	61
IX.	ANEXOS .....	64

## Índice de Tablas

TABLA I	GRUPOS DE INTERÉS .....	13
TABLA II	REQUERIMIENTOS DE DISEÑO .....	16
TABLA III	INDICADORES DE DESEMPEÑO A MEDIR .....	19
TABLA IV	APLICABILIDAD DE ALGORITMOS PARA LA SOLUCIÓN DE VARIANTES DEL VRP .....	20
TABLA V	RESULTADOS DE INDICADORES DE DESEMPEÑO .....	23
TABLA VI	RESULTADOS DE INDICADORES DE DESEMPEÑO DEL VRP SPREADSHEET SOLVER Y VECINO MÁS CERCANO .....	27
TABLA VII	REVISIÓN DE LITERATURA .....	28
TABLA VIII	CRITERIOS DE EVALUACIÓN .....	32
TABLA IX	RESULTADOS A PARTIR DE LA VALORACIÓN DEL EXPERTO FABIAN CASTAÑO .....	33
TABLA X	RESULTADOS A PARTIR DE LA VALORACIÓN DEL EXPERTO JOHN WILMER ESCOBAR .....	33
TABLA XI	PLAN DE TRABAJO .....	34
TABLA XII	VALIDACIÓN DE RESTRICCIONES DE VENTANAS DE TIEMPO .....	46
TABLA XIII	RESULTADOS PRUEBA PILOTO MODELO DE PROGRAMACIÓN LINEAL ENTERA-MIXTA .....	48
TABLA XIV	RESULTADOS IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO DE PROGRAMACIÓN LINEAL ENTERA-MIXTA .....	49

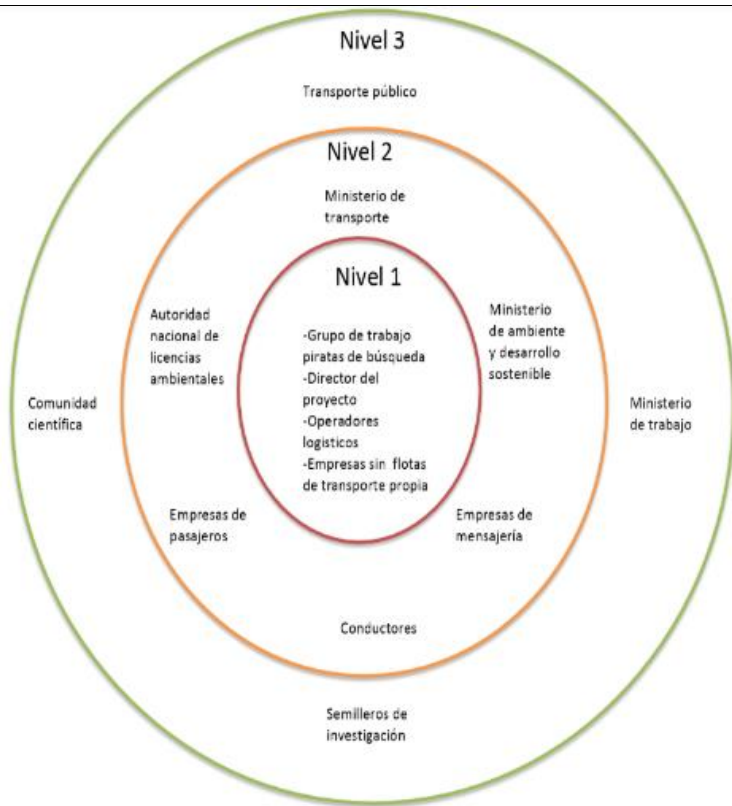
TABLA XV RESULTADOS DEL ALGORITMO DE BÚSQUEDA TABÚ .....	53
TABLA XVI RESULTADOS DESVIACIÓN PORCENTUAL DEL MODELO DE PROGRAMACIÓN LINEAL ENTERA-MIXTA VS VECINO MÁS CERCANO .....	54
TABLA XVII PERIODO DE RECUPERACIÓN DE LA INVERSIÓN DEL MODELO DE PROGRAMACIÓN LINEAL A PARTIR DEL AHORRO .....	55
TABLA XVIII RESULTADOS DESVIACIÓN PORCENTUAL DE LA BUSQUEDA TABU .....	56
TABLA XX TABLA DE ANEXOS .....	64

## Índice de Figuras

Fig. 1. Componentes de costo logístico .....	8
Fig.2. Componentes de costo logístico por actividad económica .....	8
Fig.3. Porcentaje de empresas que han implementado acciones de logística verde por actividad económica .....	9
Fig.4. Inversión de las industrias para la protección del medio ambiente.....	10
Fig.5. Diagrama de balance energético Colombia 2015 .....	10
Fig.6. Consumo y tipo de energía en el sector de transporte .....	11
Fig.7. Emisiones de CO2 del transporte carretero entre el año 2010 y el 2040 .....	11
Fig.8. Diagrama de arco para priorización de grupos interesados del proyecto .....	14
Fig.9. Matriz DOFA .....	21
Fig.10. Matriz estrategias de mercado .....	22
Fig.11. Formato de casos de prueba o instancias.....	23
Fig.12. Diagrama de recorrido instancia PB-UK20_03-B.txt .....	24
Fig.13. Diagrama de recorrido instancia PB-UK10_04-B.txt.....	25
Fig.14. Diagrama de recorrido para comparación de métodos de solución aplicados a la instancia PB-UK10_04-B.txt (ver anexo # 8).....	27
Fig.15. Diagrama del método Disney aplicado a los métodos de solución para el VRP .....	31
Fig. 16. Representación de una Búsqueda Tabú .....	40
Fig. 17. Estructura nodo.....	41
Fig. 18. Estructura vehículo .....	41
Fig. 19. Estructura solución .....	42
Fig. 20. Exchange de nodos .....	42
Fig. 21. Relocate de nodos.....	43
Fig. 22. Relocate velocidades .....	43
Fig. 23. Lista Tabú.....	44
Fig. 24. Fragmento de ruta para validación de restricciones de ventanas de tiempo .....	45
Fig.25. Ruta ejemplo para validación de restricciones de carga actual.....	47
Fig.26. Diagrama de líneas comparación de costos del modelo propuesto vs VRP Spreadsheet solver.....	49
Fig. 27. Ejemplo del criterio de parada usado en la Búsqueda Tabú. ....	53
Fig.28. Diagrama de líneas comparación de costos del modelo propuesto vs algoritmo del vecino más cercano.....	54
Fig. 29. Vecino más cercano vs búsqueda tabú .....	56
Fig. 30. Diagrama de comparación de emisiones del modelo propuesto vs algoritmo del vecino más cercano .....	57
Fig. 31. Diagrama de comparación de emisiones del modelo propuesto vs algoritmo del vecino más cercano .....	58
Fig. 32. Costos totales búsqueda tabú vs modelo matemático.....	58
Fig. 33. Emisiones de CO2 Búsqueda tabú vs Modelo de programación lineal .....	59

## I.PROJECT CHARTER

Descripción ( <i>Business case</i> )	Planteamiento del problema ( <i>Problem statement</i> )		
<p>El problema de enrutamiento es conocido en la literatura académica como VRP (<i>Vehicle Routing Problem</i>), y es uno de los problemas de optimización combinatoria más importantes. El objetivo es determinar el conjunto óptimo de rutas que debe realizar una flota de vehículos para atender a un conjunto determinado de clientes, de forma que se minimicen los costos de transporte. Una de las variantes del VRP con mayor relevancia en la actualidad es el PVRP, es un problema multiobjetivo que considera la minimización de los costos de transporte y la reducción de emisiones contaminantes. Por otra parte, los modelos más realistas del VRP consideran también las ventanas de tiempo, en las que cada cliente se encuentra asociado a un intervalo de tiempo que determina su disponibilidad para la recepción del producto. En este proyecto, se agrupa la velocidad de viaje en 3 valores (30, 55 y 80 km), de acuerdo con los límites de velocidad permitidos en carretera en Colombia. Consecuente con lo anterior, este proyecto tiene como finalidad el diseño de un algoritmo de optimización para resolver el problema de ruteo de vehículos de forma ecológica con ventanas de tiempo y flota homogénea. Para ello, se usarán instancias basadas en las de Kramer, <i>et all.</i>, comparando el algoritmo del vecino más cercano y el algoritmo propuesto.</p>	<p>Debido a que el transporte genera el 35,2% de los costos logísticos totales y se estima que en el 2040 el transporte de carga aportará un 41% de CO2, generando mayores emisiones el sector de carga interurbana, se considera oportuno mejorar los indicadores de costos y disminuir las emisiones en el sector del transporte terrestre de carga interurbana de las industrias de Colombia.</p>		
Impacto de los actores ( <i>Stakeholder's business needs</i> )	Restricciones	Especificaciones	Marco legal
	<p>Capacidad de carga de los vehículos</p> <p>Número de vehículos</p> <p>Tráfico</p> <p>Tiempo de viaje</p> <p>Limitante computacional</p> <p>Vías del país</p> <p>Tecnología de los vehículos</p> <p>Semáforos</p> <p>Estado de vehículos</p>	<p>Distancias euclidianas y asimétricas</p> <p>Ventanas de tiempo</p> <p>Flota homogénea</p> <p>Disminución de la polución asociada al uso de combustible fósil</p> <p>Modelo que logre la minimización de costos de transporte</p>	<p>Ley 769 de 2002</p> <p>Decreto 336 de 1996</p> <p>Ley 769 de 2002.</p> <p>Artículo 29 Resolución 4100 de 2004</p> <p>Ley 769 de 2002. Artículo 29</p> <p>Resolución 4100 de 2004</p> <p>Ley 1951 de 2019. Artículo 3</p> <p>Ley 1286 de 2009. Artículo 3</p> <p>Artículo 103. Código nacional de tránsito Resolución 0910 de 2008</p> <p>Resolución 005/1996</p>



**Indicadores de Desempeño (KPI's)**

Caso de prueba		Promedio						Variable
Grupo (por número de clientes)	Subgrupo (por clasificación de TW)	Emisión (g)	Distancia (m)	Número promedio de vehículos	Costo por emisiones (\$/g)	Costo por distancia total recorrida (\$/m)	Costo total	
10	B	2.933.626,08	819.867,70	4,55	\$ 2.610.927,21	\$ 1.041.559,93	\$ 3.652.487,13	<b>Actualidad</b>
10	C	2.340.392,01	657.767,80	2,95	\$ 2.082.948,89	\$ 835.628,21	\$ 2.918.577,10	
15	B	3.989.583,42	1.186.003,60	6,25	\$ 3.550.729,24	\$ 1.506.698,97	\$ 5.057.428,22	
15	C	3.395.874,21	953.481,85	4,05	\$ 3.022.328,05	\$ 1.211.303,34	\$ 4.233.631,39	
20	B	5.131.532,01	1.432.348,80	7,25	\$ 4.567.063,49	\$ 1.819.655,92	\$ 6.386.719,40	
20	C	4.329.999,22	1.269.115,55	5,4	\$ 3.853.699,30	\$ 1.612.284,39	\$ 5.465.983,70	
25	B	6.490.241,13	1.610.993,50	8,2	\$ 5.776.314,60	\$ 2.046.606,14	\$ 7.822.920,75	
25	C	4.833.358,54	1.245.173,45	5,3	\$ 4.301.689,10	\$ 1.581.868,35	\$ 5.883.557,45	

**Meta:** debido a que el costo total está directamente relacionado a las demás variables y es el principal indicador de desempeño, se estableció una única meta para esta variable de decisión. Se estima una disminución en los costos totales del 5%.

**Objetivo general (Goal statement)**

Diseñar un algoritmo que soporte la toma de decisiones en la gestión de operaciones de transporte en las empresas colombianas para solucionar el problema de enrutamiento de vehículos ecológico con flota homogénea.

<b>Objetivos específicos (Project scope)</b>					
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Analizar los modelos matemáticos y métodos de solución heurísticos de búsqueda local más utilizados en la literatura científica para el PRP con ventanas de tiempo y flota homogénea.</li> <li>2. Proponer un modelo matemático y/o heurística que permita a las empresas minimizar los costos logísticos asociados a fletes y a contaminación, cumpliendo con las restricciones de ventanas de tiempo exigidas por los clientes.</li> <li>3. Determinar la velocidad óptima de viaje, la distancia total recorrida, la cantidad de emisiones de CO2, el número promedio de vehículos y los costos totales, mediante el modelo matemático propuesto o mediante el diseño e implementación de una heurística de búsqueda local.</li> <li>4. Validar los resultados del modelo propuesto, mediante la comparación de los indicadores del sistema actual, demostrando que la alternativa de solución satisface con los requerimientos de los clientes.</li> </ol>					
<b>Plan de Trabajo (Project Plan)</b>				<b>Equipo de trabajo (Team members)</b>	
<b>Actividad</b>	<b>Fecha Inicio</b>	<b>Fecha Fin</b>	<b>Área IISE</b>	<b>Nombre</b>	<b>Rol</b>
Realizar una revisión de literatura, explorando las ideas de autores que abordan temas similares al objeto de estudio	27/07/20	3/08/2020	11. Information Engineering	Valentina González, Victoria Gutiérrez y Maria Jhoan Mendoza	Harmonizer, Setter estándar, Encourager
Indagar en la literatura los algoritmos de búsqueda local más eficientes y utilizados	3/08/2020	4/08/2020	11. Information Engineering	Valentina González, Victoria Gutiérrez y Maria Jhoan Mendoza	Harmonizer, Setter estándar, Encourager
Seleccionar un algoritmo de búsqueda local del listado de la actividad anterior	4/08/2020	10/08/2020	5. Quality and Reliability Engineering	Valentina González, Victoria Gutiérrez y Maria Jhoan Mendoza	Harmonizer, Setter estándar, Encourager
Elaborar el algoritmo de solución	10/08/2020	18/09/2020	2. Operation Research and analysis	Valentina González, Victoria Gutiérrez y Maria Jhoan Mendoza	Harmonizer, Setter estándar, Encourager
Revisión del modelo por parte del director	18/09/2020	21/09/2020	N. A	Daniel Morillo	Observer/comment ator
Corrección del modelo	21/09/2020	9/10/2020	2. Operation Research and analysis	Valentina González, Victoria Gutiérrez y Maria Jhoan Mendoza	Harmonizer, Setter estándar, Encourager
Aprobación del modelo por parte del director	9/10/2020	13/10/2020	N. A	Daniel Morillo	Observer/comment ator
Implementación del modelo con las instancias de la situación actual	13/10/2020	20/10/2020	2. Operation Research and analysis	Valentina González y Maria Victoria Gutiérrez	Harmonizer y Setter estándar
Elaborar una tabla resumen de los resultados de los KPI's arrojados por el método propuesto	20/10/2020	20/10/2020	N. A	Jhoan Mendoza	Encourager



Comparación de resultados de la situación actual y con el modelo propuesto	20/10/2020	22/10/2020	5. Quality & Reliability Engineering	Maria Victoria Gutiérrez	Setter estándar
Análisis de los resultados y medición del impacto financiero y ambiental	22/10/2020	23/10/2020	3. Engineering Economic Analysis y 5. Quality & Reliability Engineering	Valentina González	Harmonizer
Conclusiones y recomendaciones	23/10/2020	26/10/2020	8. Supply Chain Management	Jhoan Mendoza	Encourager

## II.DEFINIR

### A. Contexto y Justificación

La logística es uno de los factores más importantes para las organizaciones del mundo, debido a que permite que un producto o servicio se encuentre disponible y accesible para los clientes. De manera general, la logística es el proceso de planificación, implementación y control del flujo eficiente y efectivo de bienes, servicios e información desde el punto de origen hasta el punto de destino, con el fin de cumplir con los requerimientos del cliente [1].

En Colombia, la logística ha adquirido tanta relevancia que ya hace parte de los planes nacionales de desarrollo, como es el caso del plan 2018–2022, en el “Pacto por los recursos minero-energéticos para el crecimiento sostenible y la expansión de oportunidades en territorios” [2].

Según el Índice de Desempeño Logístico, realizado por el Banco Mundial en el 2018, Colombia ocupa el puesto 58 a nivel mundial y el 5 en Latinoamérica, con un puntaje de 2,94, sobre una escala de 1 a 5 [3]. Este índice tiene como objetivo clasificar, identificar retos y oportunidades a los que se enfrentan los países para mejorar su desempeño logístico. Por lo tanto, analizando los aspectos evaluados por el LPI en el campo logístico colombiano, se evidencia que hay una oportunidad de mejora en el indicador de desempeño si se compara con Chile, que ocupa el puesto 34 a nivel mundial y 1 en Latinoamérica con los mejores indicadores en precisión, aduana y envíos [3].

En Colombia en el 2018 solo el 69,1% de las empresas miden sus costos logísticos. De estas, las empresas dedicadas al comercio y la construcción tienen los índices de costos logísticos más altos, ambas con 15,2% del total de sus ventas, seguidas por la actividad agropecuaria con 12,8%, la industria con 11,5% y finalmente, la minería con 10,3%. Reportando un promedio nacional del 13,5% de costos logísticos como porcentaje de las ventas [4].

Por otra parte, el costo logístico se compone principalmente por costos de almacenamiento, transporte, administrativos y servicios al cliente.

Como se puede observar en la Fig. 1. en Colombia los costos de almacenamiento y de transporte son significativamente más altos con respecto a los otros costos, sumando un 81,7% del total de los costos logísticos. Es por esto que son los componentes de costos logísticos más importantes.

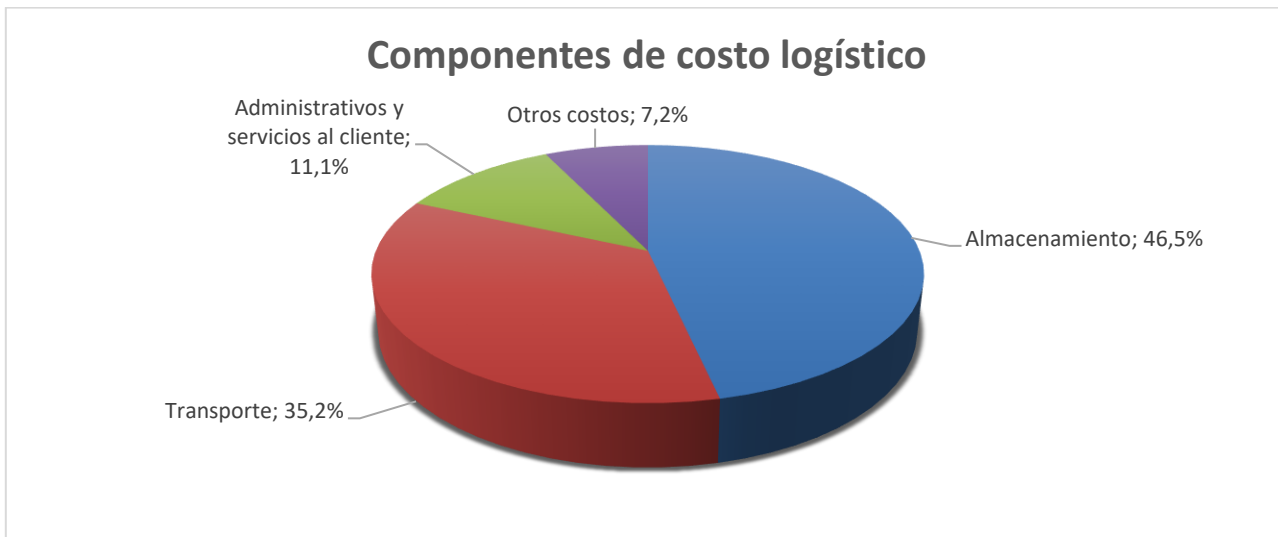


Fig. 1. Componentes de costo logístico [4]

En la Fig. 2. se desagrega el costo logístico en sus componentes por actividad económica y se puede apreciar que las actividades con mayores costos logísticos de transporte son la minería y la industria. Teniendo en cuenta lo anterior, este proyecto tiene como finalidad mejorar el componente de costo logístico de transporte, debido a que representa una posibilidad de lograr un beneficio económico para las organizaciones.

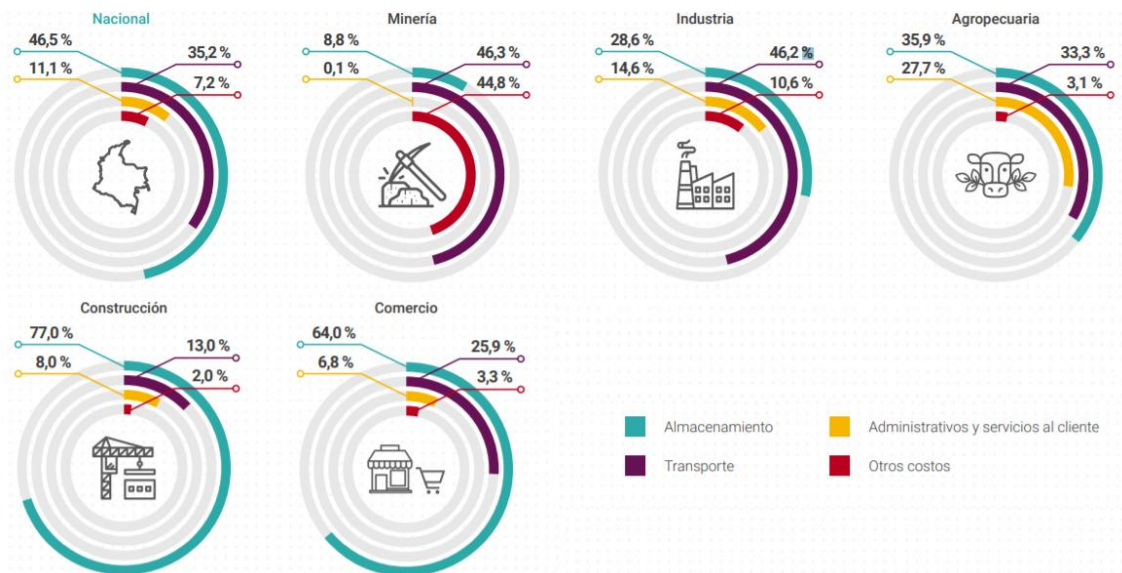


Fig.2. Componentes de costo logístico por actividad económica [4]

De manera formal, el transporte se define como el conjunto de actividades que se relacionan con la carga y movimiento de personas o bienes materiales. La gestión del transporte es el elemento más importante en la logística [5], una mala ejecución de estas actividades incurriría en costos innecesarios para una empresa, es por esto que las decisiones del transporte dentro de la logística juegan un papel fundamental.

Adicionalmente, en la actualidad las empresas colombianas han demostrado interés en la implementación de la logística verde. En el 2018 el 51% de las empresas señalaron que implementaron al menos una acción de logística verde [4]. En Colombia se rige el decreto 2811 de 1974 del Código Nacional de Recursos Naturales Renovables y de Protección al Medio Ambiente dictando en su primer artículo que “El ambiente es patrimonio común. El Estado y los particulares deben participar en su preservación y manejo, que son de utilidad pública e interés social” [6]. De esta forma, se exige con rigurosidad controles ambientales mínimos a las empresas con el fin de preservar el medio ambiente.

Como se observa en la Fig.3. en Colombia las actividades económicas que se han dedicado más a la implementación de acciones ecológicas en la logística fueron la agropecuaria y la industria. Debido a que la industria es una actividad que incurre en altos costos de transporte logístico y manifiestan gran interés por la logística verde, se considera un grupo de interés importante para el proyecto.

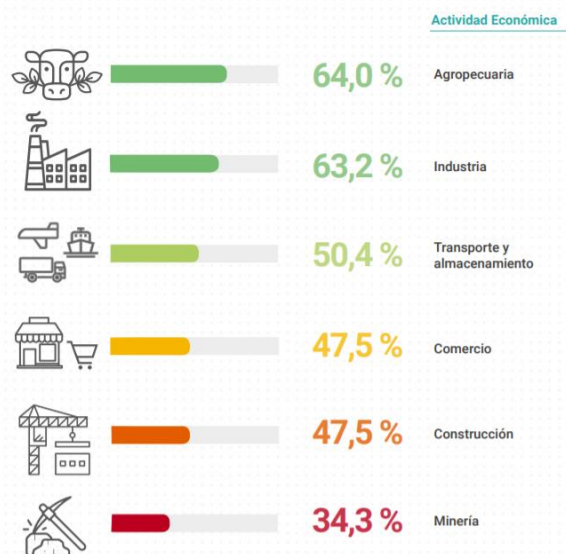


Fig.3. Porcentaje de empresas que han implementado acciones de logística verde por actividad económica [4]

En la Fig.4. se puede observar las inversiones de los establecimientos industriales hacia la protección del medio ambiente, en el año 2016 la inversión fue de \$236.243 millones de los cuales las categorías donde se efectuó mayor inversión fueron: protección del aire y clima (56,8%), gestión de aguas residuales (32,6%) y gestión de residuos (3,9%) [7]. El tercer puesto con mayores gastos en protección y conservación del ambiente es la categoría de protección del aire y del clima, con 72.493 millones de pesos. Adicionalmente, en el 2018 en Bogotá se mantuvo alerta amarilla por mala calidad del aire en la ciudad, multando por mil millones de pesos 17 empresas que fueron cerradas por contaminación ambiental [8]. Lo anterior indica grandes gastos para la industria, por lo tanto, es pertinente reducir las emisiones CO2 de los vehículos de tal manera que reduzca los gastos e inversiones de los establecimientos industriales.

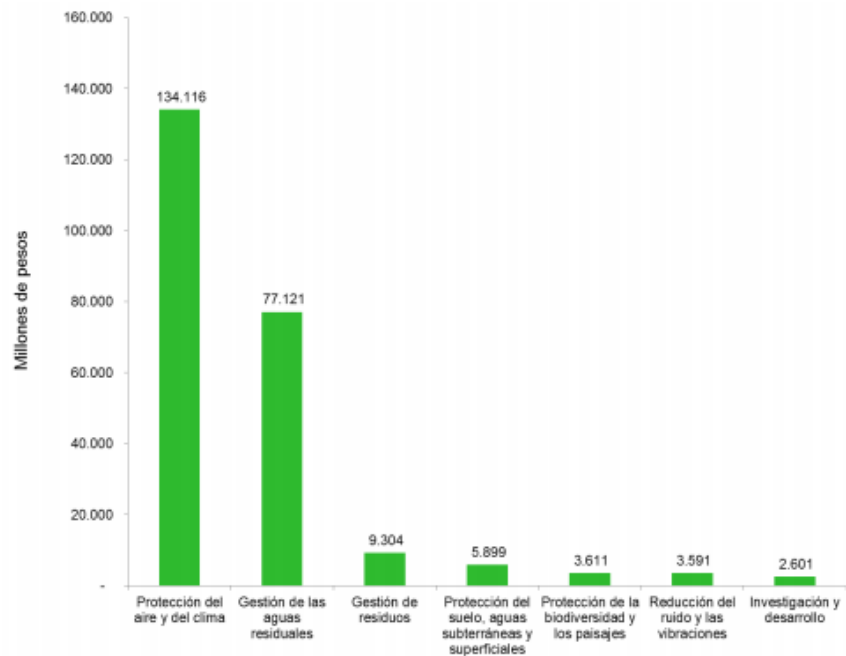


Fig.4. Inversión de las industrias para la protección del medio ambiente [7]

Un factor importante para lograr una logística ecológica es el transporte debido a que es uno de los principales responsables de gases de efecto invernadero por la quema de combustible que involucra altos porcentajes de emisiones de CO<sub>2</sub> [9]. Como se observa en la Fig.5. el sector con mayor consumo energético es el transporte con 11.812 kTEP/ año, lo que representa el 39% total del sector energético, una cifra alarmante para el medio ambiente, esto ocasiona una necesidad de reducir el consumo en este sector.

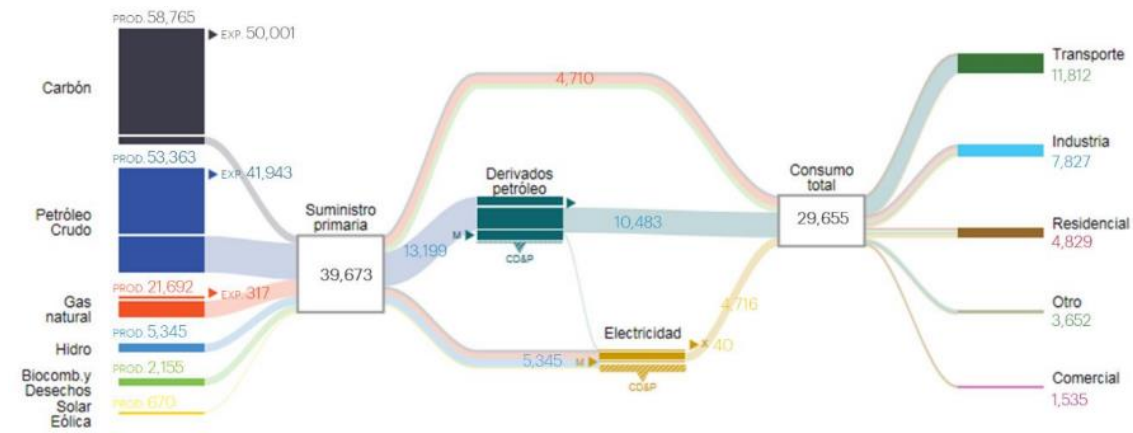


Fig.5. Diagrama de balance energético Colombia 2015 [10]

Como se aprecia en la Fig. 6. el 88% de los subsectores de transporte se movilizan por carretera, teniendo mayor participación el transporte de pasajeros. Sin embargo, el sector de transporte terrestre de carga y los vehículos de transporte público son los sectores que utilizan mayores cantidades de ACPM [10]. Esto se debe a que el ACPM es más económico, con un costo de \$9.056, en comparación con la gasolina que tiene un costo de \$9.269 [11]. Por otro lado, el ACPM es el combustible más contaminante causando el 80% de las emisiones de material particulado, 60% de las emisiones de óxidos de nitrógeno, 65% de las emisiones de óxidos de azufre y, típicamente, 50% de las emisiones de monóxido de carbono [12].

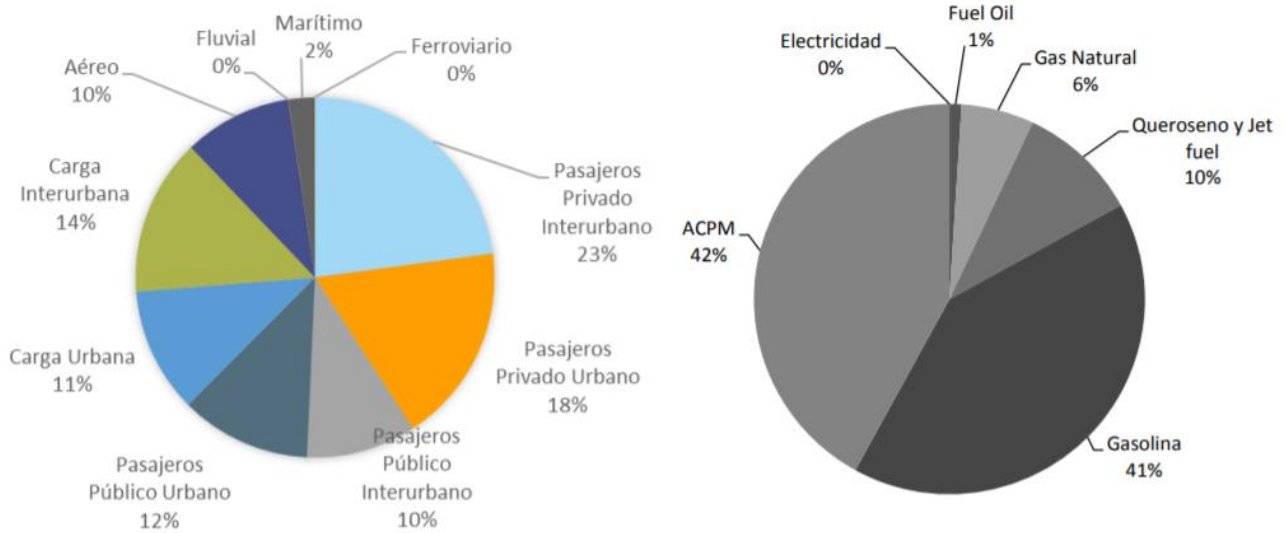


Fig.6. Consumo y tipo de energía en el sector de transporte [10]

Según la Fig. 7. el transporte de carga urbana e interurbana contribuye mayormente a las emisiones de CO<sub>2</sub> con un 43% de participación. Se estima que en el 2040 se movilizarán cerca de 600 millones de toneladas de carga en aproximadamente 700,000 camiones en Colombia, de forma que el transporte de carga continuará siendo el de mayor aporte con un 41%, ganando protagonismo el de carga interurbana [13].

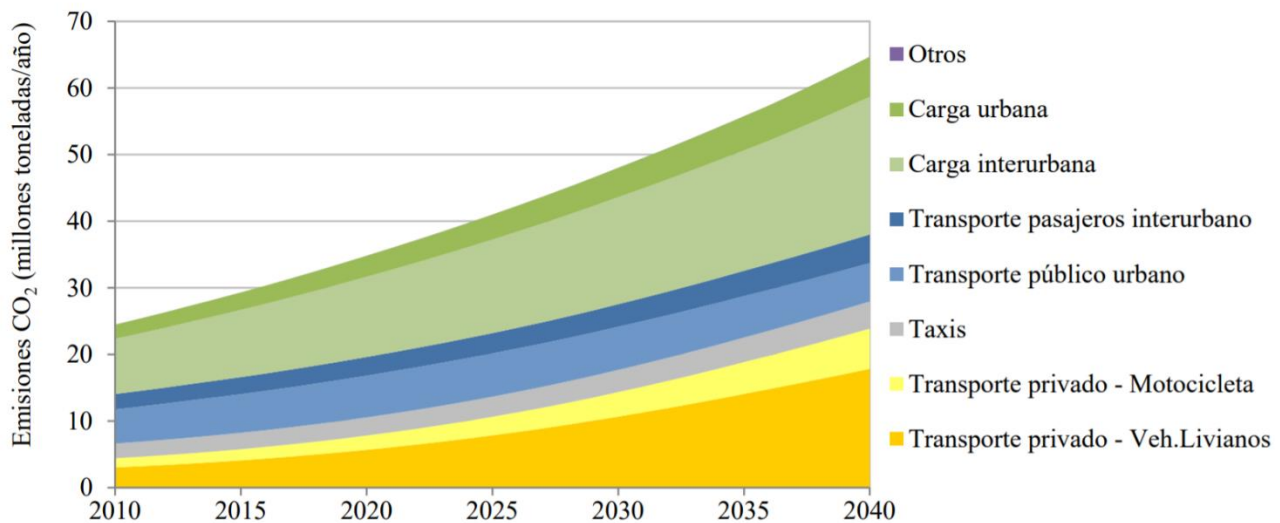


Fig.7. Emisiones de CO<sub>2</sub> del transporte carretero entre el año 2010 y el 2040 [13]

Debido a que el transporte genera el 35,2% de los costos logísticos totales y se estima que en el 2040 el transporte de carga aportará un 41% de CO<sub>2</sub>, generando mayores emisiones el sector de carga interurbana, se considera oportuno mejorar los indicadores de costos y disminuir las emisiones en el sector del transporte terrestre de carga interurbana de las industrias de Colombia.

Esta problemática de costos de transporte es conocida en la literatura académica como VRP (Vehicle Routing Problem), y es uno de los problemas de optimización combinatoria más importantes. El objetivo es determinar el conjunto óptimo de rutas que debe realizar una flota de vehículos para atender a un conjunto determinado de clientes, de forma que se minimicen los costos de transporte [14]. Una de las variantes del VRP con mayor relevancia en la actualidad es el Pollution Routing Problem (PRP), que considera la minimización de los costos de transporte y la reducción de emisiones contaminantes [15]. Esto permitiría que las empresas logren una ventaja competitiva mediante el mejoramiento de variables como: costos, rentabilidad, niveles de satisfacción, de la misma forma en que ayudaría con la disminución de la huella de carbono en el aire y la disminución de sanciones ambientales.

Por su naturaleza, el PRP, considera las ventanas de tiempo (Time Windows), en las que cada cliente se encuentra asociado a un intervalo de tiempo que determina su disponibilidad para la recepción del producto [14]. Por otra parte, se tendrá en cuenta la velocidad de viaje, lo que amplía el alcance de un VRP tradicional, ocasionando que la complejidad del problema aumente, debido al incremento de niveles de decisión. Adicionalmente, en este proyecto, se considerará una flota homogénea, lo que quiere decir que todos los vehículos cuentan con la misma capacidad de carga y tecnología.

Consecuente con lo anterior, este proyecto tiene como finalidad el diseño de un modelo de optimización para resolver el problema de ruteo de vehículos de forma ecológica con ventanas de tiempo y flota homogénea.

### *B. Grupos de interés*

Los grupos de interés se identificaron a partir de la utilidad que puede tener el proyecto sobre el grupo, el interés que tengan sobre el mismo, y la afectación.

- Grupo de trabajo: autores del proyecto.
- Director de proyecto: orientador.
- Transporte público: transporte público de pasajeros como el MIO.
- Ministerio de transporte: según el Decreto 087 de 2011, el ministerio de transporte es el encargado de crear y seguir las políticas, planes, programas, proyectos y regulación económica del transporte, tránsito e infraestructura [16].
- Ministerio de trabajo: encargado de la formulación e implementación de las políticas, planes generales, proyectos y programas relacionadas con el trabajo [17].
- Operadores logísticos: empresas encargadas de realizar la última milla de la cadena de suministro en cuanto al transporte desde planta y distribución al cliente final, de otras empresas, como por ejemplo la empresa DHL.
- Empresas con su propia flota de transporte: empresas que cuentan con vehículos propios para realizar la distribución al cliente. Como por ejemplo Coca-Cola.
- Empresas de mensajería: empresas de distribución de paquetería y mensajería por medio de transporte terrestre, como por ejemplo Servientrega.
- Empresas de pasajeros (público y privado): empresas cuya actividad económica se sabe en el transporte de pasajeros con rutas variables de acuerdo con el cliente, como por ejemplo las rutas escolares.
- Comunidad científica: conjunto académico definido por las relaciones entre docentes-investigadores y población estudiantil, interesados en temas a fin [18].
- Semilleros de investigación: grupos de formación y aprendizaje enfocados en la investigación formativa, conformado por estudiantes y docentes de las universidades.
- Conductores: empleados encargados de conducir vehículos de carga.
- Ministerio de ambiente y desarrollo sostenible: encargado de orientar y regular el ordenamiento ambiental del territorio y de definir las políticas y regulaciones [19].
- Autoridad nacional de licencias ambientales: unidad creada por el Decreto 3573 del 2011, encargada de los proyectos, obras o actividades sujetos de licenciamiento, permiso o trámite ambiental cumplan con la normativa.
- Proveedores de combustible: Entidades encargadas de proveer combustible a los vehículos públicos y privados, como por ejemplo estaciones de servicio
- Dagma: departamento administrativo de gestión del medio ambiente en la ciudad de Cali.
- Comunidad: población afectada por las emisiones de CO<sub>2</sub>.
- SDA: secretaria distrital de ambiente en la ciudad de Bogotá.

Para clasificar los grupos de interés, se optó por utilizar el diagrama de arco, con el cual se clasifica las partes interesadas en tres niveles 1,2 y 3, donde en el primer nivel se encuentran los grupos con mayor interés en el proyecto y el mayor impacto, en el

segundo nivel, se encuentran los actores con un interés intermedio al igual que el impacto, por último, en el tercer nivel, se encuentran los actores con poco o nulo interés, pero se ven afectados por el proyecto.

A continuación, en la Tabla I se encuentra los grupos de interés, con sus respectivos requerimientos determinados a partir de entrevistas, y sus impactos ponderados.

TABLA I  
GRUPOS DE INTERÉS

Grupo de interés	Interés	Afinidad (interés)	Impacto
Equipo de trabajo: autores del proyecto	Realizar un proyecto relevante para las partes interesadas y de acuerdo con los estándares de la materia proyecto de diseño.	1	1
Director del proyecto	Que el proyecto cumpla con los estándares exigidos	1	1
Transporte público	Modelo de ruteos eficientes y sostenibles	2	3
Ministerio de transporte	Cumplan con la normatividad exigida, velocidades mínimas y calles permitidas.	3	2
Ministerio de trabajo	Cumplimiento de la normatividad en cuanto a los derechos del trabajador	3	2
Operadores logísticos (terceros)	Ser proveedores sostenibles disminuyendo la huella de carbono, la heterogeneidad de las flotas por los diferentes tamaños y pesos de la carga, logrando una mejor versatilidad, el modelo de ruteo eficiente y la reducción de los costos de transporte (ver Anexo # 1).	1	1
Empresas sin propia flota de transporte	Aumentar utilidades con costos menores de transporte, como también la optimización de distancias, tiempos y sostenibilidad (ver Anexo # 2 y Anexo # 3).	1	1
Empresas de mensajería	Disminución de costos de transporte y rutas tanto eficientes como sostenibles.	2	2
Comunidad científica	Generación de un aporte para futuras investigaciones	3	3
Semilleros de investigación	iniciación de un tema para futuras investigaciones	3	3
Conductores	Tiempos de recorrido más cortos y óptimos (ver Anexo # 4).	2	2
Ministerio de ambiente y desarrollo sostenible	Cumplimiento de las normativas	2	1

Proveedores de combustible	Precios del combustible y cantidad de combustible a vender y tipo de combustible	3	1
Dagma	Reducción de emisiones de CO2 y cumplimiento de la normativa	2	2
Comunidad	Reducción de emisiones de CO2	2	1
SDA	Reducción de emisiones de CO2 y cumplimiento de la normativa	2	2
Autoridad nacional de licencias ambientales	Cumplimiento de las normativas	2	1

En la Fig. 8. se ilustra la priorización de los grupos de interés mediante un diagrama de arco.

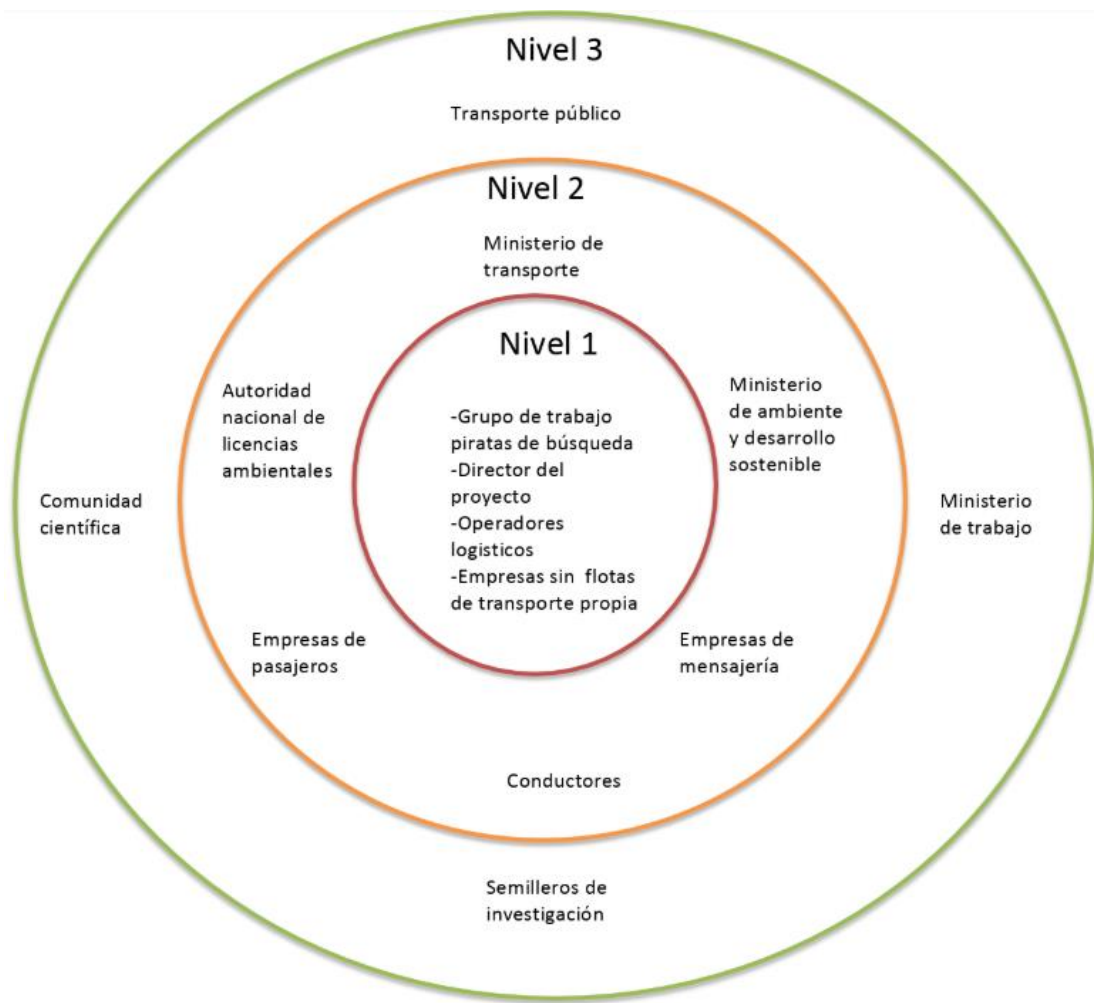


Fig.8. Diagrama de arco para priorización de grupos interesados del proyecto



## C. *Requerimientos*

### 1. *Restricciones de diseño*

- Capacidad de carga de los vehículos: restringe la cantidad de artículos a transportar, ya que el número de productos a introducir en el vehículo debe ser menor o igual a su capacidad de carga.
- Número de vehículos: el número de vehículos debe ser mayor o igual a la cantidad de rutas que se recorren en un mismo instante de tiempo, de lo contrario se incumpliría con la demanda del cliente.
- Número de conductores: el número de conductores debe ser igual o mayor al número de vehículos destinados a una ruta para que estos sean conducidos.
- Familia de producto: el tipo de producto demandado por los clientes determina el montaje y transporte del producto para su entrega final.
- Tráfico: el estado del tráfico podría afectar de forma positiva o negativa el tiempo de transporte del producto.
- Tiempo de viaje: influye en que la entrega de los productos se haga en las ventanas de tiempo determinadas por el cliente. Por otra parte, el tiempo de viaje afecta la cantidad de emisiones.
- Limitante computacional: el PRP es un problema NP- Hard [20]. Esto quiere decir que no se puede resolver en un tiempo polinomial para casos de prueba medianos o grandes.
- Vías del país: son los caminos, carreteras, autopistas, calles y puentes que comunican de forma terrestre los nodos de salida con los nodos de llegada y restringen el diseño debido a que un vehículo debe atravesarlos de forma obligatoria. Las condiciones de las vías es una restricción que no depende del equipo de trabajo ni de las empresas, sino de la infraestructura del país. Adicionalmente, el estado de las vías influye en el tiempo de viaje de los vehículos. En Colombia INVIAS es el instituto encargado de suministrar la información del estado de las vías [21].
- Tecnología de los vehículos: esta es una restricción de carácter ambiental, debido a que la tecnología de los vehículos es un factor importante para la emisión de gases contaminantes. La tecnología de los vehículos de las flotas de carga de las empresas podría impedir la crear una mejor solución a la oportunidad encontrada.
- Presupuesto de las empresas para adquisición de flotas ecológicas: no todas las empresas estarían dispuestas a cambiar sus vehículos de carga actuales por vehículos ecológicos, debido a los gastos que ocasionaría. Esto afectaría la polución emitida.
- Semáforos: las paradas en los semáforos podrían representar mayor consumo de combustible. Sin embargo, son necesarios para el control del tráfico y evitar accidentes.
- Estado de vehículos: el estado de los vehículos influye en la eficiencia de los mismos.

### 2. *Especificaciones de diseño*

- Distancias no euclidianas y asimétricas: las distancias no son rectilíneas, esto depende de las vías de comunicación entre el depósito y los clientes.
- Ventanas de tiempo: el cliente especifica los instantes de tiempo en los que puede recibir la mercancía.
- Flota homogénea: las capacidades de los vehículos de carga son iguales.
- Disminución de la polución asociada al uso de combustible fósil.
- Modelo que logre la minimización de costos de transporte.

### 3. Leyes, normas y estándares

A continuación, en la tabla II se muestran las partes interesadas relacionadas con los requerimientos, en los que se incluyen la voz del cliente, las restricciones, especificaciones del diseño, leyes, normas y estándares.

TABLA II  
REQUERIMIENTOS DE DISEÑO

Interesados	VoC	Restricciones de diseño	Especificaciones de diseño	Leyes, normas y estándares	
				Legalización y requisitos aplicables	Importancia o efecto
Equipo de trabajo	-Modelo funcional y aplicable para el sector escogido	-Conocimientos básicos de programación	N/A	N/A	N/A
Director del proyecto	-Postulación en congresos académicos -Obtener apropiación del conocimiento	-Fechas de entrega para correcciones	N/A	N/A	N/A
Usuario de transporte público	-Que los vehículos de carga interurbana lleguen a las paradas cuando lo indica la aplicación	-Cantidad de vehículos -Tráfico -Vías del país	-Ventanas de tiempo	Decreto 336 de 1996	Tiene un efecto en todas las consideraciones que debe tener el diseño para garantizar el cumplimiento de la norma
Ministerio de transporte	-Cumplimiento de la normativa impuesta por el ministerio	N/A	N/A	Ley 769 de 2002 -PESV (Plan Estratégico de seguridad vial)	Normas que rigen y regulan todo tipo de movilización en la ciudad (transporte)
Ministerio de trabajo	-Cumplimiento de la normativa impuesta por el ministerio	-Marco legal	N/A	N/A	N/A
Operadores logísticos	-Minimizar costos de transporte	-Capacidad de un software especializado -Política de la empresa para el área -Límitante computacional	-Diseñar un modelo que logre la minimización de costos de transporte	N/A	N/A
Empresas con su propia flota de transporte	- Reducción de distancia -Reducción de combustible	-Capacidad de carga de vehículos de transporte -Número de vehículos -Número de conductores -Tráfico -Tiempo de viaje -Vías del país -Tecnología de los vehículos - Marco legal	-Disminución de la polución asociada al uso de combustible fósil	Ley 769 de 2002. Artículo 29 Resolución 4100 de 2004	Permitirá establecer las restricciones de peso y tamaño para los diseños del transporte en nuestro diseño

Empresas mensajería	de -Cumplir con tiempos de entrega	-Capacidad de carga de vehículos de transporte público -Número de vehículos de conductores -Tráfico -Tiempo de viaje -Vías del país -Tecnología de los vehículos - Marco legal	-Ventanas de tiempo	Ley 769 de 2002. Artículo 29 Resolución 4100 de 2004	Permitirá establecer las restricciones respectivas a los tiempos y capacidades que debemos considerar para nuestro diseño
Comunidad científica	-Que el proyecto sea aplicable a la realidad	-Proyecto no logre asimilar a la realidad	-Diseñar un modelo aplicable a empresas del sector escogido	Ley 1951 de 2019. Artículo 3 Ley 1286 de 2009. Artículo 3	N/A
Semilleros investigación	de -Fomentar el acercamiento a la ciencia desde la ingeniería	-Nivel de motivación del grupo de trabajo	-Realizar un proyecto atractivo a nivel investigativo	N/A	N/A
Conductores	-Tiempos de recorrido más cortos	- Jornada laboral -Descansos -Cambios de turno -Turnos nocturnos -Límite de velocidad	-Minimizar tiempos de transporte -Minimizar la distancia entre nodos mediante la asignación de rutas	-Decreto 1042 de 1978. Artículo 33 -Decreto 15 de 2011. Artículo 106 y 107 -Decreto 1042 de 1978. Artículo 33	Permiten definir las restricciones con respecto al Green VRP a nivel de emisiones de contaminantes en la ciudad
Ministerio ambiente y desarrollo sostenible	-Cumplimiento de la normativa impuesta por el ministerio	N/A	-Componente ambiental del diseño	Artículo 103. Código nacional de tránsito Resolución 0910 de 2008 Resolución 005/1996 CONPES 3934 de 2018	Permiten definir las restricciones con respecto al Green VRP a nivel de emisiones de contaminantes en la ciudad
Autoridad nacional de licencias ambientales	-Cumplimiento de la normativa impuesta por el ministerio	-Que la empresa no cumpla con los estándares para que se le otorgue la licencia	-Componente ambiental del diseño	Decreto 2041 de 2014	Influye en el sector de transporte ya que este debe contribuir en los aspectos de reducción de emisiones de CO <sub>2</sub> y optimización de los recursos naturales
Proveedores combustible	de -Maximizar utilidades	La maximización de utilidades de las empresas proveedoras de combustible va en contra de lo que se quiere lograr en el proyecto. El objetivo es minimizar emisiones y se logra a partir de la disminución de utilización de combustible.	Las especificaciones de diseño no aplican para este requerimiento, los proveedores se verían impactados negativamente.	N/A	N/A

Comunidad	-Mejor aire para prevenir enfermedades respiratorias	-Tecnología de los vehículos - Combustible fósil	Disminución de las cantidades de contaminantes emitidas por los vehículos de carga	N/A	N/A
DAGMA	-Cumplimiento de la normativa ambiental en Cali	-Marco legal: en caso de que las empresas no cumplan con normativa se les impone sanción	-Componente ambiental del diseño	Ley 1383 de 2010 Resolución 2254 de 2017	Permitirá establecer restricciones para los vehículos, los cuales deben cumplir las condiciones mecánicas, ambientales y de seguridad.
SDA	-Cumplimiento de la normativa ambiental en Bogotá	-Marco legal: en caso de que las empresas no cumplan con normativa se les impone sanción	-Componente ambiental del diseño	Resolución 610 del 24 de marzo de 2010	Establece los parámetros que debe tener el diseño para que cumpla con la calidad del aire.

### III.MEDIR

#### A. Plan de recolección de datos

El presente proyecto surge a partir de las necesidades y oportunidades reales que se han evidenciado con las estadísticas logísticas en las empresas colombianas, centrándonos en el sector de transporte de carga interurbana. En este apartado se establecerán las variables necesarias para definir los indicadores de desempeño. Estos indicadores se seleccionaron mediante la voz de las partes interesadas y los datos estadísticos recolectados en el contexto y justificación del proyecto, las variables y su operacionalización se encuentran en el Anexo # 5. De esta forma, se estableció como objeto de medición cuantificar los costos asociados al ruteo de transporte y los costos asociados a la cantidad de contaminantes emitidos por los vehículos accionados con Diésel.

A su vez, para la medición de los costos de ruteo de vehículos y a los contaminantes asociados fue importante considerar otras variables de las que estos costos dependían, como la distancia recorrida por el vehículo, la cantidad de vehículos a usar y la cantidad de contaminantes emitidos en las rutas necesarias para atender a todos los clientes.

Se consideró que el contaminante a medir sería el CO<sub>2</sub>, debido a que en el 2017 representó un 82% del total de los gases de efecto invernadero, siendo la principal causante la quema de combustibles fósiles en la actividad del transporte [22]. Además, se establecieron los costos por metro recorrido basándose en un reporte del Mintransporte asignando un valor de COP 1,2704/m [23] y los costos por gramo de CO<sub>2</sub> emitido según la Universidad de Stanford como COP 0,89/g [24]. Para cuantificar los factores de emisiones de CO<sub>2</sub> se consideró la formulación propuesta por Naderipour y Alinaghian en 2016 [25] cuantificando la emisión de CO<sub>2</sub> producida en gramos, en función de la velocidad, el gradiente de carretera (inclinación de la carretera), coeficientes de corrección, la relación entre la carga actual del vehículo y su capacidad, y finalmente, la distancia recorrida.

Para medir y comparar la eficiencia del diseño que se desarrollará, se recurrió a la búsqueda de casos de prueba en la literatura científica. El propósito, es encontrar un conjunto diverso tanto en tamaño como en complejidad para poner a prueba la estrategia de ruteo actual usada por la mayoría de las empresas y los resultados del diseño que se propondrá. En el artículo científico de Kramer *et al.* en 2015 [26] se aborda una problemática similar a la del proyecto, en el que se propone un conjunto de casos de prueba que dependen del número de clientes, agrupando 20 casos de prueba en conjuntos de 10, 15, 20, 25, 50, 75, 100, 150 y 200 clientes, para un total de 360 casos de prueba, cada uno dividido en 2 conjuntos de ventanas de tiempo, clientes el conjunto B con ventanas de tiempo en un intervalo aleatorio comprendido entre [2000,5000] segundos de probabilidad uniforme, mientras que el conjunto C se seleccionó aleatoriamente entre el intervalo de [2000 y 15000] segundos, una ventana de tiempo menos ajustada. El formato de los casos de prueba (o instancias) se ilustra en la Fig.11. Además, se suministran datos de la capacidad de los vehículos, la velocidad, la distancia entre nodos, demanda de los clientes y el tiempo de servicio relacionado con la descarga del vehículo.

A continuación, en la Tabla III se presentan las variables, con sus objetivos de medición, sus descripciones y la presentación de los mismos mediante indicadores o unidades de medida.

TABLA III  
INDICADORES DE DESEMPEÑO A MEDIR

Variable	Objetivo	Descripción	Indicador o medida
Distancia recorrida	La medición de esta variable permitirá conocer las distancias que recorren los vehículos desde el depósito hasta cada uno de los clientes y su retorno.	Se consideran distancias euclidianas, teniendo en cuenta las inclinaciones de la carretera mediante el gradiente. Se medirá la distancia desde el centro de distribución, su recorrido hacia cada cliente y su retorno al centro de distribución	D [m] D: Distancia total recorrida
Emissiones de CO <sub>2</sub>	Determinar la cantidad de contaminante emitido en cada ruta de transporte, relacionada con la velocidad del vehículo, el porcentaje de utilización de carga, el gradiente de carretera y la distancia recorrida	Esta variable comprenderá la cantidad de contaminantes emitidos (medida en gramos) por cada vehículo en todos los recorridos que se realicen. La cantidad de emisiones dependerá de la velocidad empleada por el vehículo y de la distancia a recorrer	$e = \left( 110 + 0,000375v^3 + \frac{8702}{v} \right) * GC * LC$ <p>e: Factor de emisión, medido en cantidades de emisión por distancia recorrida [g/m] v: Velocidad del vehículo [km/h] GC: Coeficiente de corrección para el gradiente de carretera LC: Coeficiente de corrección para la carga del vehículo</p> <p>Cálculo de los coeficientes de corrección:</p> $GC = \exp((0,0059v^2 - 0,0775v + 11,936)\gamma)$ $LC = (0,27)x + 1 + 0,0614\gamma x - 0,0011\gamma^3 x - 0,0023vx - \left(\frac{1,33}{v}\right)x$ <p><math>\gamma</math>: Gradiente de carretera (inclinación de carretera) [%] x: Relación entre la carga actual del vehículo y su capacidad [%]</p> <p>Finalmente:</p> $E = e * D$ <p>E: Emisión de CO<sub>2</sub> producida [g]</p>
Número de vehículos a utilizar	Establecer el número mínimo de vehículos a utilizar para cada conjunto de clientes. Sin embargo, los vehículos a utilizar pueden ser mayor a esta cota debido a las restricciones asociadas a las ventanas de tiempo, por lo que solamente es un valor de referencia.	Esta variable cuantifica los vehículos de carga pesada a utilizar en el sistema [14]. Cada vehículo será destinado a recorrer una ruta establecida	$NumVehi = \frac{\sum_{i=1}^n Dem_i}{CapVehiculo}$ <p>NumVehi: Número de vehículos n: Número de clientes Dem<sub>i</sub>: Demanda del cliente i [kg] CapVehículo: Capacidad del vehículo [kg/ coche]</p>
Costo de transporte	Determinar los costos relacionados la distancia a la que se transporta la carga desde el depósito hacia los destinos.	Se cuantificarán los costos asociados a la distancia recorrida teniendo en cuenta los costos por m recorrido según Mintransporte como \$1,2704/m [23]	$C_T = D * \frac{\$1,2704}{m}$ <p>CT: Costos de transporte [COP] D: Distancia total recorrida [m]</p>
Costo por emisiones	Determinar los costos relacionados a las emisiones de CO <sub>2</sub> emitidas durante el transporte de carga desde el depósito hacia los destinos.	Se obtendrán los costos asociados a cada gramo de contaminante de CO <sub>2</sub> emitido, teniendo en cuenta el costo por contaminante como \$0,89/g [24]	$C_C = E * \frac{\$0,89}{g}$ <p>CC: Costos por contaminación [COP] E: Emisión producida [g]</p>
Costos totales	Conocer la situación actual de los costos totales	Se obtiene mediante la suma de los costos de transporte y los costos por contaminación	$C_{total} = C_T + C_C$

## B. Exploración del mercado

En este apartado se demostrará la aplicabilidad de la temática en estudio a partir de artículos científicos aplicados y se verificará la existencia de la oportunidad de mercado del proyecto a partir de un análisis DOFA. También, se definirá la estrategia actual de algunas empresas colombianas para las decisiones de ruteo y se medirá su desempeño a partir de los resultados de los KPIs definidos anteriormente.

Los diferentes atributos que tienen los clientes, la cantidad de vehículos, así como también las diferentes restricciones operativas que se presentan en determinada ruta, generan diferentes variantes al problema de ruteo de vehículos. Con el fin de demostrar la aplicabilidad en el mercado de las diferentes variantes del VRP en un contexto real, y como las metodologías de solución desarrolladas por científicos son herramientas de optimización logística para las compañías, se muestra a continuación la Tabla IV en donde se puede evidenciar los diferentes resultados que obtuvieron algunas compañías al momento de aplicar metodologías de solución para alguna extensión del VRP.

TABLA IV  
APLICABILIDAD DE ALGORITMOS PARA LA SOLUCIÓN DE VARIANTES DEL VRP

Autores	Título	Variante	Empresa Aplicada	Resultados	DOI
Grasas et al., 2013 [27]	Vehicle routing in a Spanish distribution company: Saving using savings-based heuristic	VRP con flota heterogénea y múltiples viajes	Empresa distribuidora española, con una cadena de 400 tiendas	-Reducción promedio del 11,86% en los costos de la compañía.	10.1057/ori.2013.2
Tunjongsirigul & Pongchairerks, 2010 [28]	A Genetic Algorithm for a Vehicle Routing Problem on a Real Application of Bakery Delivery	VRP con la aplicación de un algoritmo genético	Empresa Panadera Tailandesa	-Reducción de la distancia en 42 km y del uso de 3 camiones, para una demanda baja. -Reducción de la distancia en 22 km y del uso de 1 camión, para una demanda media. -Reducción de la distancia en 60 km y del uso de 3 camiones, para una demanda alta.	10.1109/icectech.2010.5479956
Aguirre & Villegas, 2017 [29]	A Two-Phase Heuristic for the Collection of Waste Animal Tissue in Colombian Rendering Company	VRP con periodicidad, consistencia, clientes agrupados y flota heterogénea	Empresa colombiana de renderizado	-Reducción del 33% en el tamaño de la flota. -Se puede obtener una distribución uniforme de los puntos de recolección visitados por una semana.	10.1007/978-3-319-66963-2_45
Soleimani et al., 2018 [30]	Collection and Distribution of Returned-Remanufactured Products in a Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery Considering Sustainable and Green Criteria	VRP con Pickup and Delivery considerando criterios verdes"	Periódico irani Hamshahri	-Reducción en los costos logísticos en un 10.5% -Reducción en los impactos ambientales en un 12.5%	10.1016/j.jclepro.2017.10.124

Karagul & Gungor, 2014 [31]	A case study of heterogeneous fleet vehicle routing problem: Touristic distribution application in Alanya	VRP con flota heterogénea	Empresa de distribución turística en Alanya	-Reducción de los costos hasta un 35.16%	10.11121/ijocta.01.2014.00185
De Oliveira da Costa et al., 2018 [32]	A Genetic Algorithm for a Green Vehicle Routing Problem	Green VRP	Empresa logística Xpreso en Bristol	-Reducción del 17.91% en la distancia recorrida -Reducción del 15.22% en las emisiones de CO2	10.1016/j.endm.2018.01.008
Liu et al., 2020 [33]	Vehicle routing problem in cold Chain logistics: A joint distribution model with carbon trading mechanisms	Green VRP con distribución conjunta	Empresas encargadas de la logística de cadena de frío en Chengdu, China	-Reducción de los costos en 6.8% -Reducción de las emisiones de Co2 en 25.27% -Reducción de la distancia recorrida en 34.91% -Reducción en el uso de 1 vehículo	10.1016/j.resconrec.2020.104715

A continuación, para comprobar la oportunidad de mercado del proyecto, se ilustra en la Fig. 9. la matriz DOFA. Este análisis contemplará factores internos y externos, en donde se podrán apreciar las debilidades, fortalezas, amenazas y oportunidades.

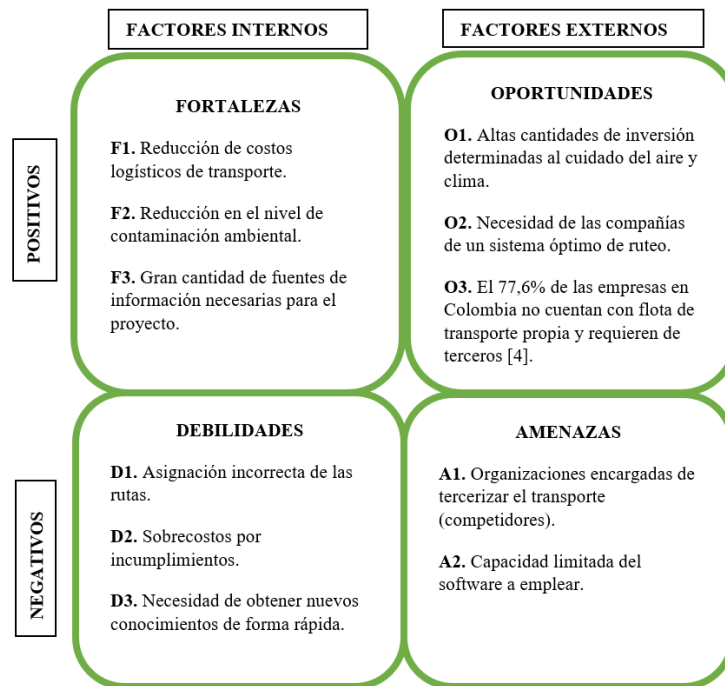


Fig.9. Matriz DOFA

A partir de la matriz anterior se logró identificar las estrategias de mercado que se ilustra en la Fig. 10. Estas estrategias ayudarán a cumplir con los objetivos del proyecto y a prevenir cualquier adversidad que se presente. Este análisis permitió reafirmar el planteamiento inicial realizado en el contexto y justificación y en los grupos de interés y seleccionar el mercado objetivo como aquellas empresas encargadas a la prestación de terceros para el transporte. Es decir, operadores logísticos, categorizados como grupos de interés de primer nivel en la Fig. 8.

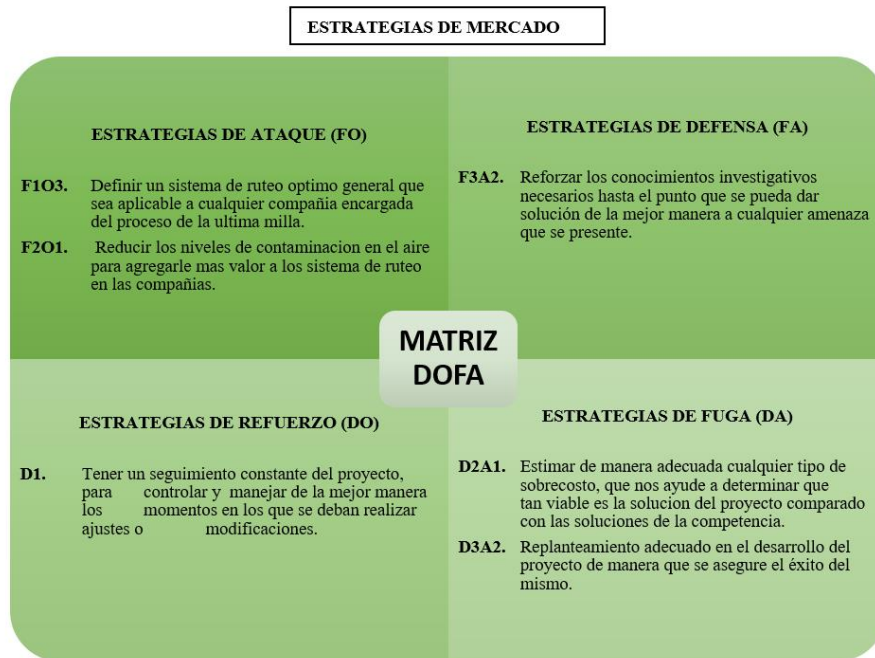


Fig.10. Matriz estrategias de mercado

Por otra parte, para determinar el estado actual del sistema, se tomaron los casos de prueba mencionados en la recolección de datos como base y se adaptaron por medio del lenguaje de programación C++ con el objetivo de dar respuesta a las oportunidades planteadas en el contexto y justificación. Las adaptaciones fueron las siguientes:

- 1) Velocidad: se discretizará la velocidad en 3 valores, velocidad máxima, mínima y promedio, asumiendo que por las condiciones del viaje en carretera se puede ir a una velocidad constante. Debido a que en Colombia el Ministerio de transporte establece en el decreto 000 015 de 2011 que el límite de velocidad máxima para carreteras nacionales y departamentales para servicios de transporte de carga es de 80 km/h [34].Adicionalmente se estableció una velocidad mínima de 30 km/h y un promedio entre la velocidad máxima y mínima de 55 km/h.
- 2) Tipo de vehículo y capacidad de carga del vehículo: se estableció contacto con la empresa Innova Soluciones Logísticas, para determinar las especificaciones del vehículo con base en las especificaciones del cliente, quién estableció una la capacidad máxima del vehículo de 4500 kg y el uso de camiones clasificados en la resolución 004100 de 28 de diciembre del 2004 de Colombia, como vehículos de designación 2, con un peso bruto de 16000 kg [35].
- 3) Número de vehículos: se adicionó a los datos de los casos de prueba el número de vehículos a utilizar, con base en la definición de la literatura y se estableció como la relación entre la suma de la demanda de todos los clientes a atender y la capacidad de carga de los vehículos [14].
- 4) Gradiente de carretera: se estableció el gradiente de carretera como valores entre -0,1 y 0,1, teniendo en cuenta la información suministrada en la literatura [25]. Sin embargo, se adaptaron datos respecto al gradiente, asumiendo que la carretera durante el viaje desde un nodo a otro y su retorno son iguales en magnitud, pero en sentidos diferentes. Por ejemplo, si el gradiente de A a B es 0,019, el gradiente de B a A es -0,019.
- 5) Clientes: solo se tomarán los conjuntos de 10, 15, 20 y 25 clientes, para un total de 160 casos de prueba.
- 6) El formato de los casos de prueba basados en el formato de Kramer et al. en 2015 [26] y adaptados por el equipo de trabajo se ilustran en la Fig. 11.



10	← Número de clientes					
16000	4500	← Peso del vehículo con carga completa y peso del vehículo neto (kg)				
30	55	80	← Velocidad mínima, promedio y máxima (km/hr)			
2	← Número de vehículos					
0	0	1	2	3	4	← Distancia entre nodos (m), siendo 0 la bodega
0	0	41150	25680	54200	95380	
1	40660	0	51980	32800	99870	
2	25010	51780	0	61520	74050	
3	54270	32750	61560	0	77030	
4	94930	100030	74070	76930	0	
No de nodo	Ciudad	Demanda (kg)	hora de apertura (s)	hora de cierre (s)	Tiempo de servicio (s)	
0	Ciudad_0	0	0	32400	0	
1	Ciudad_1	721	16298	19703	1442	
2	Ciudad_2	814	22946	26858	1628	
3	Ciudad_3	620	8674	12807	1240	
4	Ciudad_4	311	19460	21987	622	
i\j	0	1	2	3	4	← Inclinación de la carretera (Gradiente) del nodo i (fila) al nodo j (columna)
0	0,00	-0,09	-0,14	-0,18	-0,11	
1	0,09	0,00	0,12	0,16	0,02	
2	0,14	-0,12	0,00	0,01	0,13	
3	0,18	-0,16	-0,01	0,00	0,04	
4	0,11	-0,02	-0,13	-0,04	0,00	

Fig.11. Formato de casos de prueba o instancias.

Posterior a la selección y adaptación de los casos de prueba, se eligió el método de solución actual. Teniendo en cuenta que la metodología más común para la selección de rutas en las empresas colombianas es el diseño de soluciones manuales, en las que personas experimentadas toman la decisión [36] y que la heurística más natural para determinar el ruteo es el conocido algoritmo del vecino más cercano [37] [38], se seleccionó dicho algoritmo para el planteamiento de la situación actual.

Debido a la gran cantidad de casos de prueba (160 instancias), se dividieron los resultados en grupos según la cantidad de clientes a atender (10, 15, 20 y 25) y en subgrupos de acuerdo a las ventanas de tiempo clasificadas en dos secciones. El subgrupo B con ventanas de tiempo en un intervalo aleatorio comprendido entre [2000,5000] segundos de probabilidad uniforme, mientras que el subgrupo C se seleccionó aleatoriamente entre el intervalo de [2000 y 15000] segundos, una ventana de tiempo menos ajustada. Cada división de grupo y subgrupo constaba de 20 casos de prueba, para los que se promediaron los resultados de la emisión total de las rutas, las distancias totales recorridas, el número de vehículos usados.

Los resultados actuales de los KPI's se observan en la Tabla V. Adicionalmente, debido a que el costo total está directamente relacionado a las demás variables y es el principal indicador de desempeño, se estableció una única meta para esta variable de decisión. Se estima una disminución en los costos totales del 5%. En la etapa Validar se determinará la eficiencia del diseño mediante la comparación del sistema actual y el mejorado.

TABLA V  
RESULTADOS DE INDICADORES DE DESEMPEÑO

Caso de prueba		Promedio					
Grupo (por número de clientes)	Subgrupo (por clasificación de TW)	Emisión (g)	Distancia (m)	Número promedio de vehículos	Costo por emisiones (\$/g)	Costo por distancia total recorrida (\$/m)	Costo total
10	B	2.933.626,08	819.867,70	4,55	\$ 2.610.927,21	\$ 1.041.559,93	\$ 3.652.487,13
10	C	2.340.392,01	657.767,80	2,95	\$ 2.082.948,89	\$ 835.628,21	\$ 2.918.577,10
15	B	3.989.583,42	1.186.003,60	6,25	\$ 3.550.729,24	\$ 1.506.698,97	\$ 5.057.428,22
15	C	3.395.874,21	953.481,85	4,05	\$ 3.022.328,05	\$ 1.211.303,34	\$ 4.233.631,39
20	B	5.131.532,01	1.432.348,80	7,25	\$ 4.567.063,49	\$ 1.819.655,92	\$ 6.386.719,40

20	C	4.329.999,22	1.269.115,55	5,4	\$ 3.853.699,30	\$ 1.612.284,39	\$ 5.465.983,70
25	B	6.490.241,13	1.610.993,50	8,2	\$ 5.776.314,60	\$ 2.046.606,14	\$ 7.822.920,75
25	C	4.833.358,54	1.245.173,45	5,3	\$ 4.301.689,10	\$ 1.581.868,35	\$ 5.883.557,45

Para el cálculo de los resultados anteriores se resolvieron los 160 casos de prueba, obteniendo las rutas, distancias recorridas, emisiones y vehículos usados para cada caso de prueba. Para más información ver Anexo # 6.

Para ejemplificar los resultados de las instancias, en los diagramas de recorrido ilustrados en la Fig. 12. y en la Fig. 13. se muestran los resultados de las instancias PB-UK20\_03-B.txt y PB-UK10\_04-B.txt de 20 y 10 nodos, respectivamente. Estas instancias se seleccionaron de forma aleatoria de la hoja Resultados y rutas del Anexo # 6.

En los diagramas se observan las rutas resultantes de acuerdo al número de vehículos, la ventana de tiempo en horas de cada nodo, y la inclinación de la carretera (gradiente) entre nodos. Se diferenciando tres ángulos por color, el color gris significa que la inclinación de la carretera es en bajada o plana, el color verde significa que la carretera tiene una inclinación baja-media, y el color rojo significa que la carretera tiene una alta inclinación.

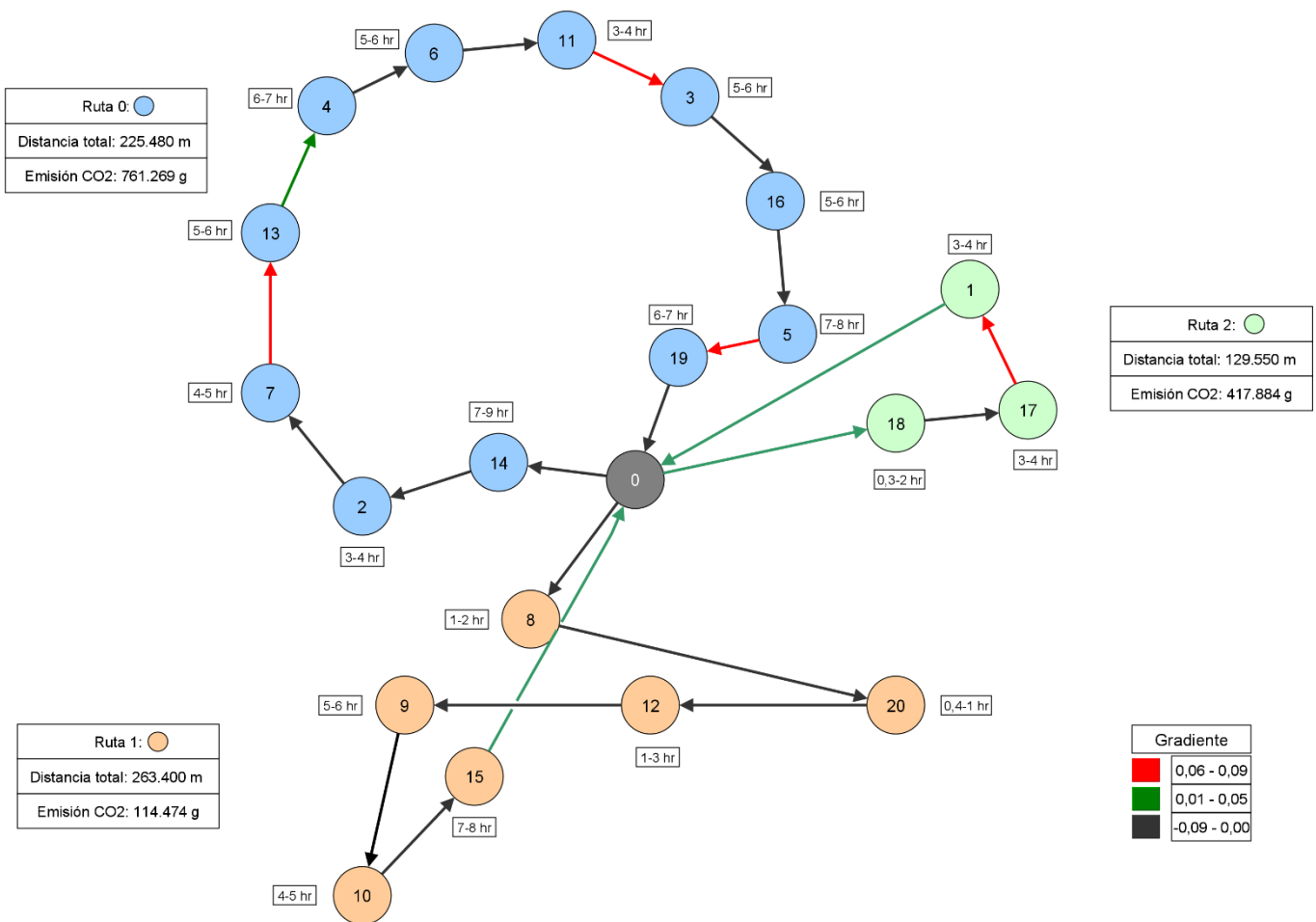


Fig.12. Diagrama de recorrido instancia PB-UK20\_03-B.txt

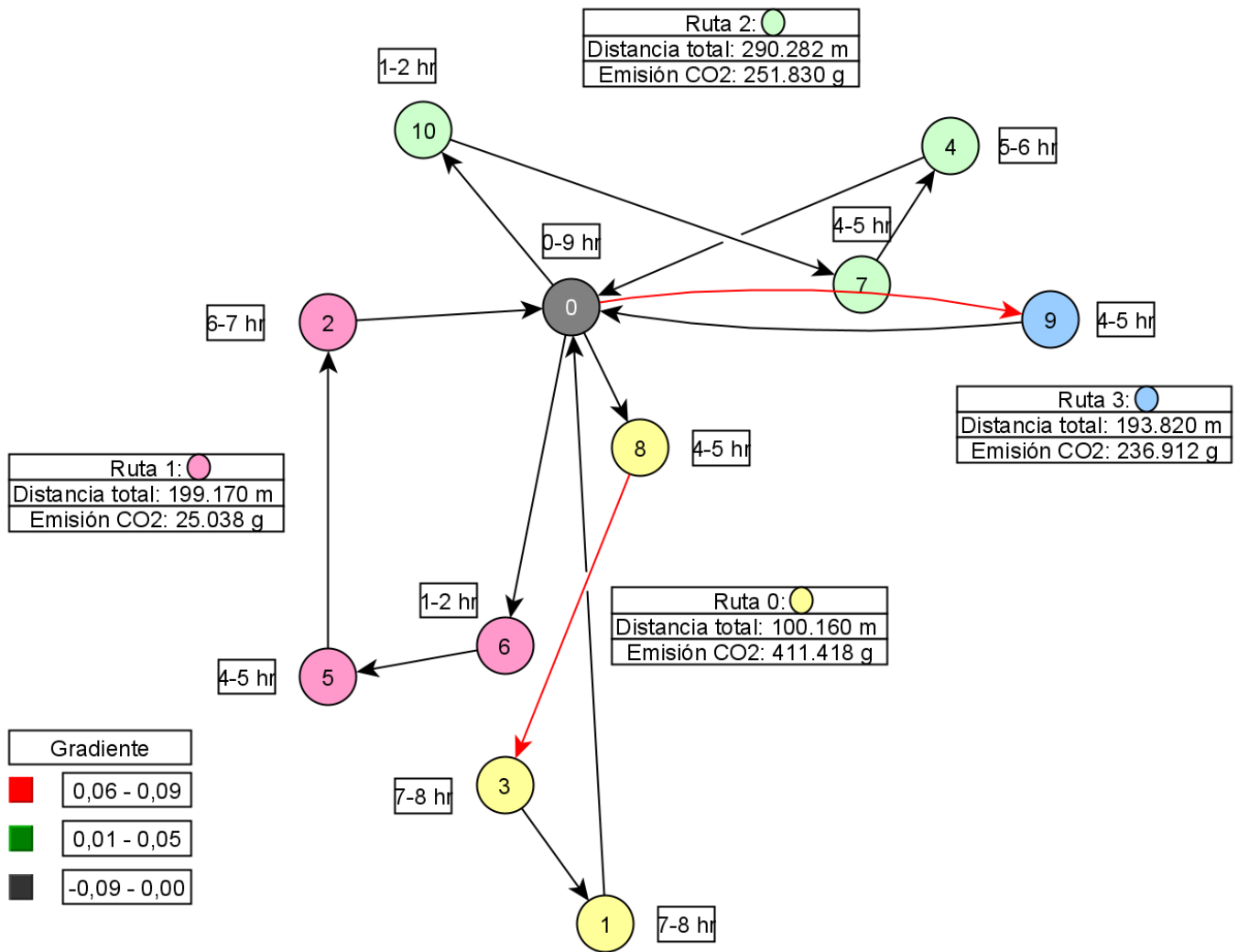


Fig.13. Diagrama de recorrido instancia PB-UK10\_04-B.txt

La elección del nodo más cercano a la ubicación actual del vehículo no garantiza una distancia mínima de la ruta completa, puesto que esta regla explora un fragmento muy pequeño del espacio de búsqueda factible. Este método de solución tampoco disminuye las emisiones ya que la inclinación de las carreteras y la velocidad de viaje afectan directamente a la emisión de CO<sub>2</sub>. Debido a lo anterior, es necesario establecer otra estrategia de ruteo y también seleccionar la velocidad de viaje apropiada para que los vehículos cumplan con las ventanas de tiempo exigidas por los clientes y se disminuyan las emisiones de CO<sub>2</sub> y los costos totales.

## IV. ANALIZAR

### A. Análisis de Oportunidad

#### Demostración de la existencia del problema

A partir de la búsqueda de información realizada en la etapa Medir para caracterizar el método de ruteo del estado actual, se observó que muchas empresas en Colombia realizan la gestión de procesos de transporte mediante procedimientos empíricos y de forma manual, basados en la subjetividad de gerentes. De esta forma, a pesar de que se piensa que se está realizando un ruteo eficiente, no se están minimizando los costos de transporte asociados, siendo este uno de los objetivos principales de los grupos de interés.

En este apartado se demostrará la existencia de la problemática planteada y la oportunidad de mejorar mediante un contraejemplo. Este consiste en comparar el método usado para encontrar una solución en la situación actual (vecino más cercano), con un método distinto para la selección de rutas. Sin perder generalidad, ambos métodos se aplicarán a una instancia seleccionada de forma aleatoria para cada grupo de cliente y subgrupo de ventana de tiempo de la etapa II Medir, para un total de 8 instancias para evaluar y comparar sus resultados.

Para comparar con la situación actual se escogió como método de solución un solucionador de hojas de cálculo de código abierto en Excel para diferentes variantes del VRP de Günes Erdogan [39]. Este solucionador llamado VRP Spreadsheet solver puede resolver más de 64 variantes del VRP relacionadas a visitas de diferentes clientes, puntos de recolección y entrega simultánea, ventanas de tiempo, especificaciones del vehículo, restricciones de distancia y el destino final del vehículo. Posee una capacidad de resolver instancias de hasta 200 clientes en 1 hora de tiempo CPU. Este código abierto funciona por medio de un modelo matemático en el que la función objetivo maximiza las ganancias, teniendo en cuenta el costo de viaje entre los nodos, el costo fijo asociado al uso de vehículos y una penalización por infringir las ventanas de tiempo. Adicionalmente, funciona por medio de una variante de búsqueda adaptativa de grandes vecindarios de Pisinger y Ropke [40].

A continuación, en la Fig. 14 se ilustra la solución para la instancia PB-UK10\_04-B.txt mediante el VRP Spreadsheet solver (a la izquierda) y el vecino más cercano (a la derecha). Se observa que a pesar de que en la solución de ambos métodos se utiliza el mismo número de camiones, el VRP Spreadsheet solver logra minimizar el costo proporcionado en la situación actual (resuelto con el vecino más cercano). En la Tabla VI se muestra un resumen de los resultados de la aplicación de ambos criterios en las 8 instancias escogidas al azar, uno de cada grupo de clientes y de los subgrupos de la clasificación de ventanas de tiempo. Para más información de los resultados ver Anexo 7.

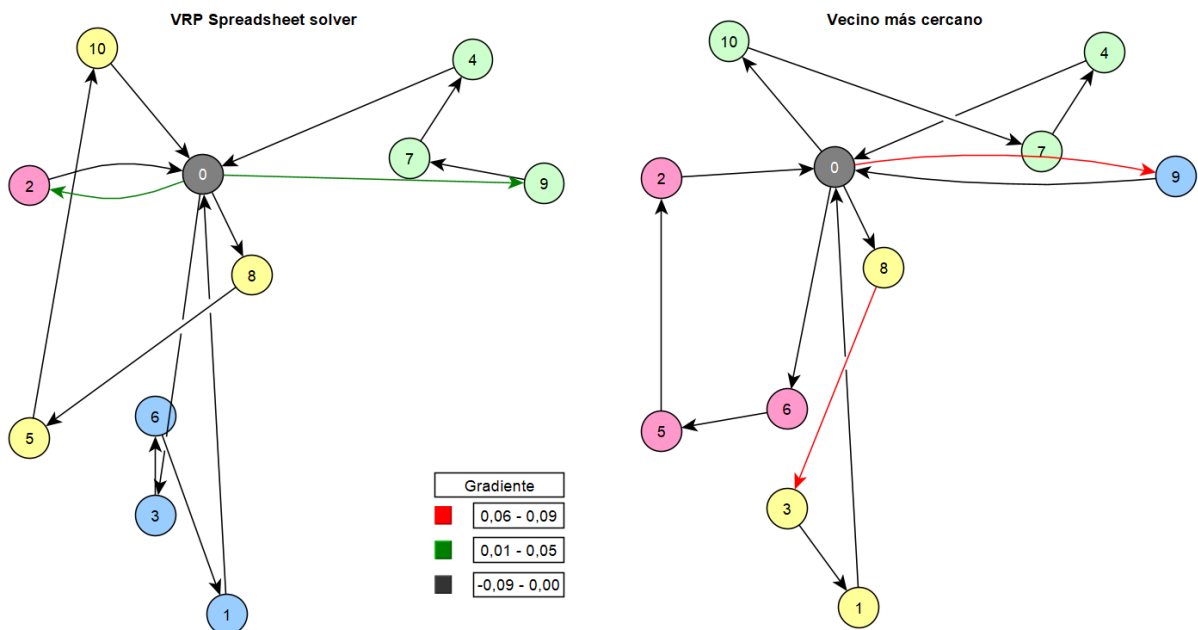


Fig.14. Diagrama de recorrido para comparación de métodos de solución aplicados a la instancia PB-UK10\_04-B.txt (ver Anexo 8)

TABLA VI  
RESULTADOS DE INDICADORES DE DESEMPEÑO DEL VRP SPREADSHEET SOLVER Y VECINO MÁS CERCANO

Caso de prueba	Solver			Vecino más cercano		
	Costo por emisiones (\$/g)	Costo por distancia total recorrida (\$/m)	Costo total	Costo por emisiones (\$/g)	Costo por distancia total recorrida (\$/m)	Costo total
10_11B	\$ 4.466.727,93	\$ 1.370.380,48	\$ 5.837.108,41	\$ 8.298.975,82	\$ 1.569.426,75	\$ 9.868.402,57
10_10C	\$ 137.036,80	\$ 913.927,03	\$ 1.050.963,83	\$ 2.042.223,84	\$ 941.774,20	\$ 2.983.998,04
15_06B	\$ 370.313,26	\$ 978.779,68	\$ 1.349.092,94	\$ 1.051.166,18	\$ 1.197.999,90	\$ 2.249.166,08
15_10C	\$ 120.807,84	\$ 812.522,43	\$ 933.330,27	\$ 1.728.213,28	\$ 1.152.215,96	\$ 2.880.429,23
20_14B	\$ 421.828,15	\$ 1.873.423,31	\$ 2.295.251,45	\$ 3.939.289,83	\$ 1.859.128,77	\$ 5.798.418,60
20_02C	\$ 211.718,10	\$ 1.557.469,75	\$ 1.769.187,85	\$ 2.516.330,96	\$ 1.607.128,41	\$ 4.123.459,38
25_19B	\$ 2.976.179,81	\$ 2.934.691,33	\$ 6.138.261,49	\$ 8.253.217,87	\$ 2.409.266,60	\$ 10.662.484,47
25_02C	\$ 502.124,16	\$ 1.989.371,45	\$ 2.491.495,60	\$ 4.560.215,17	\$ 1.443.776,57	\$ 6.003.991,74

A partir de los resultados de cada método, se puede concluir que los criterios de solución fueron evaluados bajo las mismas condiciones, es decir se evaluaron los mismos casos de prueba, en los que las características de los clientes a atender como el número de clientes, sus ventanas de tiempo, demandas, distancias y gradientes son exactamente iguales. Sin embargo, se demostró que la aplicación del VRP *Spreadsheet solver*, a pesar de no garantizar una solución óptima, genera mejores resultados que los de la aplicación del vecino más cercano. Esto prueba que la variante de búsqueda adaptativa de grandes vecindarios usado en la hoja de cálculo es más eficiente para estas instancias en específico, que, a pesar de recorrer un mayor kilometraje, minimiza las emisiones de CO<sub>2</sub> y al mismo tiempo los costos totales.

Por lo tanto, se comprueba que la aplicación del vecino más cercano para la selección de rutas de transporte en las empresas colombianas no es óptima y existe una oportunidad para mejorar el ruteo a partir de otro criterio de solución.

### Complejidad de resolución del problema

Determinar y plantear la problemática de decisión del ruteo de vehículos es sencillo, sin embargo, encontrar una solución óptima es una tarea altamente compleja. Esto se debe a que todas las variantes del VRP tienen una complejidad de naturaleza NP – Hard y, por lo tanto, es poco probable que se puedan encontrar soluciones de forma óptima en tiempo polinómico [41]. Es por esto que el VRP es un problema combinatorio difícil de resolver, especialmente cuando el número de clientes crece [42]. El VRP es una generalización del Travelling Salesman Problem (TSP), en la que cada vehículo deberá recorrer una determinada ruta, cada una de ellas con un número de soluciones factibles definidas por la expresión  $\frac{(n-1)!}{2}$ , siendo  $n$  el número de nodos [43]. Así, un TSP con tan solo 10 clientes tiene 181.440 soluciones factibles, mientras que uno de 20 clientes tiene aproximadamente  $6,08 \cdot 10^{16}$  soluciones factibles y uno de 50 clientes tiene alrededor de  $3,04 \cdot 10^{62}$  soluciones factibles. De manera que a medida que el espacio de búsqueda factible crece de forma exponencial, el tiempo de solución del problema por medio de métodos exactos también lo hace. Además, al tratarse de problemas de programación entera (binarias) los métodos a utilizar no son los tradicionales que consisten en la búsqueda de espacios factibles continuos, dejando como alternativa métodos basados en ramificación y acotamiento, que aún son altamente ineficientes para problemas tan complejos y grandes. Adicionalmente, la complejidad del problema crece frente a la decisión de la selección de velocidad discretizada en 3 valores (30, 55 y 80 km), seccionada desde un nodo a otro, debido a que aumentan las alternativas de soluciones factibles.

### Tendencia de oportunidad de mejora

Posterior al análisis del problema tratado se concluye que existe una oportunidad de mejora frente a la gestión de operaciones de transporte en las empresas colombianas, ya que emplean métodos para el ruteo de vehículos poco eficientes, como el ruteo manual [36]. Adicionalmente, enfrentan una problemática vinculada a varios niveles de decisión en sus procesos de logística de transporte, en cuanto a la determinación del conjunto de clientes que serán recorridos por un vehículo, la secuenciación de dichos clientes y la velocidad de recorrido con el objetivo de minimizar sus costos totales logísticos asociados a fletes y a contaminación.

## B. Revisión de literatura

El VRP (Vehicle Routing Problem) parte de las problemáticas relacionadas con la distribución de bienes entre un depósito y clientes finales, que requiere la determinación de un conjunto de  $n$  rutas, recorridas por  $n$  vehículos para su solución [14]. Cada ruta consta de un subconjunto de nodos (clientes) a visitar. La selección de la secuencia de los nodos que hacen parte de una ruta, visitados por un vehículo, es conocido en la literatura como TSP (Travelling Salesman Problem). El TSP busca minimizar el costo total asociado a completar una ruta en la que se atienda la totalidad de una agrupación de clientes, comenzando y finalizando en el depósito [44]. En definitiva, el VRP es una extensión del TSP.

El objeto de estudio de este documento es la resolución de la variante ecológica del VRP con ventanas de tiempo (VRPTW, por sus siglas en inglés), que surge de la preocupación de las empresas por la protección del medio ambiente y el desarrollo sostenible en la gestión de la cadena de suministro y en los procesos de transporte, mediante la reducción del CO<sub>2</sub>, uno de los mayores causantes de la contaminación atmosférica [15]. Esta variante es conocida en la literatura como Green VRP o PRP (Pollution Routing Problem), presentada por Bektas y Laporte en el 2011 [45]. El problema abordado tiene como objetivo minimizar la distancia total recorrida y la disminución de contaminantes emitidos por los vehículos que recorren el conjunto de rutas a determinar para atender a los clientes en su totalidad y dentro de sus ventanas de tiempo, para ello, se requiere tener en cuenta además de la distancia, factores como la carga del vehículo, el tipo de vehículo, la velocidad y el gradiente de la carretera [25].

En la literatura científica se encuentra una gran variedad de métodos de solución para el VRP. Estos métodos pueden clasificarse en exactos y aproximados [14]. Los métodos exactos proporcionan soluciones óptimas, en tanto el problema sea pequeño (alrededor de 50 – 70 clientes), mientras que los métodos aproximados a pesar de no garantizar soluciones óptimas no están limitados por el tamaño del problema [46]. En la Tabla VII se expone de forma resumida autores que plantearon métodos de solución para el mismo objeto de estudio o similar al de este proyecto.

TABLA VII  
REVISIÓN DE LITERATURA

Autores	Problema tratado	Método de solución propuesto	Aporte
Dabia et al., 2016 [47]	PRP	Solución exacta: branch-and-price	El problema maestro se resuelve mediante la generación de columnas, y se utiliza un algoritmo Branch-and-Price (Tailored Labeling Algorithm) para una variante del PRP. Se desarrollan nuevos criterios para descartar soluciones poco prometedoras mediante la explotación de la estructura del tiempo de preparación cuando se completa un servicio y las funciones de consumo de combustible. Obtuvieron resultados computacionales para un nuevo conjunto de instancias basadas en la librería de Solomon con hasta 100 clientes obtenidos modificando las instancias originales y para instancias pequeñas con hasta 20 clientes tomados del PRPLIB. Aunque algunas instancias con hasta 100 clientes pueden resolverse de manera óptima, varias instancias con solo 25 clientes permanecen sin resolver.
Fukasawa et al., 2016 [48]	PRP	Solución exacta: optimización convexa disyuntiva de enteros mixtos	Se presentan las primeras formulaciones basadas en el arco para el PRP con velocidad continua. Las formulaciones modelan directamente la relación no lineal entre el consumo de combustible y la velocidad del vehículo, sin discreción de velocidad. Se comparan las cotas inferiores proporcionados por las relajaciones continuas de las formulaciones. Además, se derivan varias familias nuevas de desigualdades válidas diseñadas para que la formulación del PRP se fortalezca.
Hsueh, 2017 [15]	GVRP	Solución exacta: modelo matemático Heurística: algoritmo genético personalizado	Se propuso un modelo matemático para tratar el GVRP, en donde su objetivo es minimizar la suma de los costos fijos y los costos de consumo de combustible esperados. Se utiliza un algoritmo genético para resolver el GVRP, en el que se propone un nuevo método de codificación para generar un cromosoma de dos partes. Los experimentos computacionales confirman la eficiencia del algoritmo, sugieren que una empresa use vehículos livianos para atender a los clientes ubicados en terrenos más altos. El modelo y el algoritmo propuesto puede sugerir una guía para proveedores con el fin de lograr eventualmente un bajo nivel económico y costo ambiental.
Bravo et al., 2016 [49]	multi-objective pick-up and delivery PRP	Solución exacta: modelo de optimización bi-objetivo Modelo de programación matemática y algoritmo evolutivo	El modelo propuesto se aborda con una técnica de $\epsilon$ -restricciones que permite resolver pequeñas instancias y se propone un algoritmo evolutivo para tratar instancias más complejas. Para la prueba de los métodos de solución, se utilizaron instancias propuestas por Demir et al. (2014) la cual considera una red de 16 clientes. Las soluciones encontradas en la prueba del modelo matemático propuesto muestran que el consumo de combustible es mayor en aquellas soluciones que tienen menos tiempo total de viaje vehicular. Tanto el método exacto como el algoritmo evolutivo encontraron soluciones factibles. Los resultados sugieren que la herramienta adecuada para enrutamientos simples es la técnica de $\epsilon$ -restricciones para el modelo matemático propuesto.

			mientras que para casos complejos el algoritmo evolutivo propuesto es más apropiado.
Poonthilir & Nadarajan, 2018 [50]	F-GVRP	Solución exacta: modelo de optimización bi-objetivo Heurística: optimización de enjambre de partículas con el operador de mutación codiciosa y el coeficiente de aceleración variable en el tiempo	El problema se resuelve utilizando la optimización de enjambre de partículas con el operador de mutación codiciosa y el coeficiente de aceleración variable en el tiempo, logrando una reducción sustancial en el consumo de combustible con el uso de dichas restricciones (hasta un 20%). Se utilizaron un conjunto de instancias propuestas por Erdogan y Miller Hooks (2012), para la prueba del algoritmo. Adicionalmente, los resultados de la optimización de enjambre se comparan con los conjuntos de datos de referencia (G-VRP), probando la eficiencia del algoritmo.
Rodríguez, 2019 [51]	VRP	Solución aproximada: algoritmo híbrido entre la optimización por colonia de hormigas y el algoritmo de barrido	Se pudo observar que la combinación de heurísticas y metaheurísticas, como la integración del algoritmo híbrido propuesto entre el método de barrido y ACO (Ant Colony Optimization)-TSPTW, permite encontrar buenas soluciones en tiempos muy cortos para problemas como los de VRP con múltiples restricciones. Se realiza un caso de estudio aplicado a una empresa de mensajería colombiana, en donde se redujo la cantidad de vehículos a utilizar en las rutas.
Daza et al., 2009 [52]	CVRP	Solución aproximada: algoritmo metaheurístico de dos fases: diseño de rutas y planificación de la flota	En la primera fase se implementó el método de barrido y la lista tabú, en la segunda etapa se implementó un modelo de minimización de costos y planeación de transporte. Al comparar el método propuesto contra los métodos de búsqueda tabú y el método de inserción más próxima multipunto, se encontró que la solución propuesta logra minimizar el número de vehículos a utilizar, así como también la distancia total recorrida.
Orrego et al., 2016 [53]	CVRP	Solución aproximada: heurística de barrido de dos fases y el problema del agente viajero con el algoritmo genético modificado de Chu-Beasley (AGCB).	La solución por medio del AGCB mostro resultados satisfactorios en tiempos de cómputo cortos y GAP'S menores al 10%. Se utilizaron 4 tipos de instancias de diferentes autores: Augerat et al. 1998, Fisher 1994, Christofides et al. 1979 y Christofides & Eilon 1969.
Abdi et al., 2019 [54]	GVRP	Solución exacta: modelo integral lineal mixto Solución aproximada algoritmos híbridos como el algoritmo genético y Kernel Adratron (GA-KA), como también la combinación del genérico con optimización por enjambre de partículas (GA-PSO), y metaheurísticas como algoritmo de recocido simulado (SA) y algoritmo Red Deer (RDA).	Se utilizaron 4 métricas para evaluar los algoritmos propuestos, incluyen métrica de diversificación (DM), difusión de la solución de no dominancia (SNS), análisis de envoltura de datos (DEA) y porcentaje de dominación (POD). Los algoritmos GA-KA y GA-PSO propuestos utilizan el algoritmo GA para generar una solución inicial y, en la etapa de mutación, emplean algoritmos KA y PSO respectivamente para obtener mejores soluciones en los pasos del algoritmo GA. Los mejores resultados con respecto al GAP se obtuvieron por medio de los métodos de solución GAKA y RDA, mientras que SA Y GAPSO no mostraron buenos resultados. Finalmente, el método de solución aproximada que más se acercó al resultado del modelo exacto fue GAKA, la cual mostro su superioridad entre todos los híbridos y metaheurísticos propuestos y su valor medio es más cercano a 1 en lugar de los otros algoritmos.
Teng & Zhang, 2016 [55]	LDGVRP	Solución aproximada: algoritmo de recocido simulado (SA)	La metodología para resolver el problema es el recocido simulado (SA), ya que puede evitar caer en los óptimos locales para promover la eficiencia de la búsqueda de la optimización global. Los resultados computacionales muestran que SA es un algoritmo adecuado para resolver el modelo Green Vehicule Problem Load Factor (LDGVRP) cuando son problemas pequeños. Se utilizaron un conjunto de datos de 20 clientes propuestos por Erdogan y Miller-Hooks 2012.
Hsu et al., 2014 [56]	VRP	Solución aproximada: algoritmo híbrido entre los sistemas inmunes artificiales (AIS) y algoritmos genéticos (GA), para resolver el problema VRP con capacidad limitada de árbol	Utilizaron un algoritmo inmune artificial en lugar de una función de penalización, con una técnica de cruce de puntos aleatorios e hipermutación con el método de selección de clones. Según los resultados computacionales encontraron que cuando el tamaño del grupo es superior a 60, el ASIG-VRPCT produce un mejor rendimiento que otros algoritmos, así como también un tiempo de ejecución menor gracias a la aplicación del algoritmo genético híbrido.
Kramer et al., 2015 [57]	PRP with flexible departure times	Solución aproximada: algoritmo de tiempo cuadrático simple para la optimización de la velocidad y el tiempo de salida	Se resuelve un Speed Optimization Subproblem (SOP), dentro de un PRP. Proponen un algoritmo integrado en una metaheurística iterativa basada en búsquedas locales para lograr una optimización combinada de velocidad, programación y enrutamiento. Se calcula la mejor velocidad de viaje para una determinada ruta. Demostraron que los retrasos en los horarios de salida del depósito pueden generar ahorros de hasta un 8,36% de costos operativos para los conjuntos de referencia considerados.
Kramer et al., 2015 [26]	PRP	Solución aproximada: algoritmo Híbrido llamado ILS-SP-SOA, que integra efectivamente la Búsqueda local iterada (ILS) con un procedimiento de Particionamiento de conjunto (SP) y un Algoritmo de	Demostraron que el algoritmo propuesto es capaz de generar soluciones de alta calidad de una manera muy consistente, superando a los métodos anteriores de la literatura. También, tiene la ventaja de realizar una optimización conjunta de ruta y velocidad dentro de varios componentes locales de búsqueda y programación de enteros, y por lo tanto funciona mucho mejor en instancias difíciles que los algoritmos disponibles anteriormente.

		optimización de velocidad (SOA).	
Behrouz & Alireza Afshar-Nadjaf, 2014 [58]	Time depend MDVRP TW	Algoritmo Constructivo Heurístico	La heurística propuesta consta de cinco pasos: construcción de la secuencia de los clientes, asignación de vehículos, construcción de rutas, determinación de depósitos de inicio y finalización, y búsquedas locales. El rendimiento del algoritmo propuesto se comparó con los resultados de Lingo basada en 180 problemas de prueba. Demostraron que cuando el número de clientes es 30, mientras que Lingo no lo puede resolver, la heurística propuesta tiene una solución con una desviación relativa promedio baja, que muestra que la heurística propuesta ofrece soluciones sólidas.
Figliozzi et al., 2010 [47]	EVRP	Solución aproximada: Heurística de dos fases, algoritmo de construcción y mejora de rutas iteradas, y un algoritmo de búsqueda adaptativa aleatoria.	Es la primera formulación que minimiza las emisiones de los vehículos durante el diseño de rutas, en entornos congestionados con velocidades de viaje dependientes del tiempo, períodos de tiempo difíciles y limitaciones de capacidad. Utilizan un algoritmo de construcción y mejora de rutas iteradas (IRCI), en donde emplean una fase construcción de las rutas y otra fase de mejora de estas. Para la reducción de emisiones adaptan un enfoque heurístico desarrollado por Kontoravdis y Bard utilizando un codicioso concepto de búsqueda adaptativa aleatoria (GRASP) para el VRP con ventanas de tiempo. El escenario experimental se basa en las instancias clásicas del VRPTW propuestas por Solomon. Se propone nuevos problemas de prueba que capturan las variaciones de velocidad típicas de entornos urbanos congestionados, los cuales se dividen en tres categorías de estudio: no congestionados, algo congestionados y congestionados.

### C. Exploración de ideas y selección de alternativa

Como alternativa base se plantea el uso de la modelación lineal debido a que representa al problema de forma matemática y garantiza obtener soluciones óptimas, basándose en la numeración sistemática de todas las secuencias posibles de las rutas [59], lo que es ideal solo para instancias con un número pequeño de clientes, debido a la complejidad del problema [60]. En este caso, el proyecto presenta un número máximo de 25 clientes, lo que podría considerarse pequeño. Sin embargo, conocer si la solución de un VRP por medio de un método exacto es posible solo puede determinarse mediante la experimentación, y, en el peor de los casos, la aplicación de la modelación matemática podría resultar poco eficiente con tiempos de cómputo extremadamente largos. Debido a lo anterior, en caso de que el método escogido resulte ser ineficiente, se realizará una exploración de ideas para determinar una alternativa de solución por medio de métodos aproximados, que, aunque no garantizan optimalidad producen buenos resultados en la práctica [60].

Con el objetivo de encontrar una alternativa de solución para el problema de ruteo, se utilizó el método de Disney, dada su facilidad de aplicación en cualquier problemática. El método consiste en delimitar ideas de solución pasando por un filtro de tres fases: soñador, realista y crítico, de tal manera que se trabajen por separado, evitando así, que los sueños sean interferidos por la realidad y por la crítica [61].

La primera fase (soñador) representa ¿qué pasaría si...? y consiste en la realización de una lluvia de ideas. En la segunda fase (realista), se responde el cómo de las ideas iniciales. En este caso el realista evaluó las ideas del soñador mediante el criterio de eficiencia, descartando la programación lineal entera mixta y la dinámica, catalogados como métodos exactos. Finalmente, la tercera fase (crítico), se responde el ¿por qué?, evaluando las debilidades de las alternativas propuestas, en este caso se descartó el algoritmo constructivo debido a que es el método de solución usado en la situación actual y el algoritmo de dos fases, ya que su primera fase de agrupación reduce el espacio de búsqueda factible, ocasionando que se pierda conexión entre algunos nodos, lo que podía ocasionar la eliminación de la solución óptima. La Fig. 15 se presenta de manera gráfica el desarrollo del método Disney.





Fig.15. Diagrama del método Disney aplicado a los métodos de solución para el VRP

A continuación, con el fin de determinar el método aproximado como alternativa de contingencia, se definirán los cuatro métodos que atravesaron con éxito el filtro del método Disney, y posteriormente serán sometidos a evaluación mediante un AHP guiado por expertos en el tema.

Los métodos aproximados se dividen en dos: heurísticas y meta heurísticas, las heurísticas “son métodos que buscan buenas soluciones (cercanas al óptimo) a un costo computacional razonable sin poder garantizar optimalidad” [62], y por su lado, las meta-heurísticas son metodologías que guían y modifican otras heurísticas para crear nuevas soluciones de las que son normalmente generadas, evadiendo de esta manera posibles óptimos locales [63]. Las heurísticas para el VRP se dividen en tres categorías: constructivas (método del ahorro), dos fases (agrupar primero y enrutar después) y mejoramiento (intercambios Or-Opt). Por su parte, las Meta-heurísticas se dividen en algoritmos de búsqueda local (RS, BT, VNS), algoritmos de enjambre (ACO, PSO) y algoritmos evolutivos (GA) [52].

1. Algoritmos evolutivos: dentro de esta clasificación se encuentran los algoritmos genéticos (GA, por sus siglas en inglés), una de las metaheurísticas con mayor rendimiento en comparación con otros algoritmos. Muchas soluciones del VRP del mundo real se han hecho con algoritmos GA [64]. Este método consiste en modelar la evolución natural por medio de herencia genética, en el que existe un conjunto de soluciones (cromosomas), un operador de cruzamiento (crossover)

encargado de generar soluciones nuevas, un operador de mutación que realiza los cambios aleatorios en las soluciones y un operador de reemplazo que es el encargado de seleccionar la siguiente generación de soluciones, desechando algunas de ellas en el proceso. [32].

2. Algoritmos de enjambre: son inspirados en las colonias de insectos y en el trabajo en equipo. Funcionan a partir de las feromonas que dejan los insectos al pasar por un camino, esto atrae a otros insectos aumentando probabilidad de atravesar por el mismo trayecto, generando un proceso iterativo en el que los insectos serán atraídos a buscar el camino más corto. Dentro de las aplicaciones del VRP se encuentra la metodología ACO, en el que los vehículos son las hormigas y el alimento los clientes, las hormigas buscarán diferentes rutas, pero aquellas con menor distancia aumentarán su nivel de feromonas, atrayendo más hormigas [65].
3. Algoritmos de búsqueda local: se basan en el principio de optimalidad próxima, apoyándose en una solución inicial, para seguir una estructura de vecindario en la que de forma iterativa se exploran los vecindarios evaluando su función objetivo y de esta manera descartar o tomar soluciones como buenas o de calidad. Un ejemplo de este algoritmo es la búsqueda tabú, que pretende que las soluciones no caigan en óptimos locales utilizando una memoria de corto y largo plazo iterar de vecino en vecino con un criterio de finalización establecido, como número máximo de iteraciones o un valor de la función objetivo a optimizar [66].
4. Algoritmos híbridos: son combinaciones de métodos heurísticos o exactos, de esta manera se obtienen mejores soluciones y reducen la complejidad de los problemas [67]. Se dividen principalmente en cuatro esquemas de cooperación: Low-Level relay hybrid (LRH) propone que la heurística mejore los resultados de los métodos exactos, en la combinación entre dos meta heurísticas, se recomienda primero un algoritmo evolutivo y luego un algoritmo de búsqueda local de tal manera que intensifique la búsqueda, por su lado, Low-Level Team work hybrid (LTH) consiste en mejorar el rendimiento de la meta heurística, de tal manera que un elemento de un método específico se reemplaza por otro método, por ejemplo, el operador de mutación de un algoritmo genético se reemplaza por un operador de búsqueda local. Por otro lado, High-Level Relay Hybrid (HRH) considera los métodos de solución autónomos y se ejecutan secuencialmente. Por último, High-Level Teamwork Hybrid (HTH) considera los métodos autónomos, pero a diferencia del anterior, se ejecutan en paralelo [68].

Los criterios para la evaluación de las alternativas de solución fueron: el costo que implica el software para la implementación del algoritmo, el tiempo de cómputo, es decir cuánto tiempo tarda el programa en resolverse, facilidad de planteamiento del algoritmo, capacidad de solución de acuerdo al tamaño del problema y la precisión de la solución, como se muestra en la Tabla VIII.

TABLA VIII  
CRITERIOS DE EVALUACIÓN

Criterio	Calificación				
	1	2	3	4	5
Costo	Muy costoso	Relativamente costoso	Costoso	Económico	Muy económico
Tiempo de computo	Demasiado tiempo	Mucho tiempo	Tiempo considerable	Poco tiempo	Muy poco tiempo
Facilidad de planteamiento	Muy difícil	Difícil	Regular	Fácil	Muy fácil
Precisión	Impreciso	Poco preciso	Medianamente preciso	Preciso	Muy preciso
Capacidad Clientes (nodos)	10-20	20-30	30-40	40-50	50 o más

Posteriormente, se realizó una entrevista (ver Anexo # 9) a John Wilmer Escobar y Fabián Castaño, doctores expertos en el tema, quienes establecieron las calificaciones a los criterios de cada alternativa de solución en una escala del 1 (calificación más baja) a 5 (calificación más alta). Finalmente, se realizó el análisis jerárquico (AHP), los resultados generados por la calificación de cada experto se ilustran en la Tabla IX y la Tabla X.

TABLA IX  
RESULTADOS A PARTIR DE LA VALORACIÓN DEL EXPERTO FABIAN CASTAÑO

Alternativa	Total	Mejor Alternativa
Algoritmo de búsqueda local	31%	Algoritmo de búsqueda local
Algoritmos de enjambre	27%	
Algoritmos evolutivos	27%	
Algoritmos híbridos	15%	

TABLA X  
RESULTADOS A PARTIR DE LA VALORACIÓN DEL EXPERTO JOHN WILMER ESCOBAR

Alternativa	Total	Mejor Alternativa
Algoritmo de búsqueda local	39%	Algoritmo de búsqueda local
Algoritmos de enjambre	25%	
Algoritmos evolutivos	19%	
Algoritmos híbridos	17%	

A partir del proceso de selección, se concluye que la mejor alternativa de contingencia es la implementación de la metaheurística de algoritmo de búsqueda local.

#### D. Objetivos

##### Objetivo general

Diseñar un algoritmo que soporte la toma de decisiones en la gestión de operaciones de transporte en las empresas colombianas para solucionar el problema de enrutamiento de vehículos ecológico con flota homogénea.

##### Objetivos específicos

1. Analizar los modelos matemáticos y métodos de solución heurísticos de búsqueda local más utilizados en la literatura científica para el PRP con ventanas de tiempo y flota homogénea.
2. Proponer un modelo matemático y/o heurística que permita a las empresas minimizar los costos logísticos asociados a fletes y a contaminación, cumpliendo con las restricciones de ventanas de tiempo exigidas por los clientes.
3. Determinar la velocidad óptima de viaje, la distancia total recorrida, la cantidad de emisiones de CO<sub>2</sub>, el número promedio de vehículos y los costos totales, mediante el modelo matemático propuesto o mediante el diseño e implementación de una heurística de búsqueda local.
4. Validar los resultados del modelo propuesto, mediante la comparación de los indicadores del sistema actual, demostrando que la alternativa de solución satisface con los requerimientos de los clientes.

#### E. Plan de trabajo (PdT)

En la Tabla XI se muestra el plan de trabajo, soportado con un cronograma en Project (ver Anexo # 10), con las diferentes actividades asociadas a cada uno de los objetivos específicos y los entregables que verifican el cumplimiento de cada una de las actividades. Cada entregable tiene una fecha máxima de entrega que deberá cumplirse.

TABLA XI  
PLAN DE TRABAJO

Objetivo General						
Diseñar un algoritmo que soporte la toma de decisiones en la gestión de operaciones de transporte en las empresas colombianas para solucionar el problema de enrutamiento de vehículos ecológico con flota homogénea.						
Objetivo específico	Actividades	Área IISE	Herramienta	#	Entregable	Fecha
1. Analizar los modelos matemáticos y métodos de solución heurísticos de búsqueda local más utilizados en la literatura científica para el PRP con ventanas de tiempo y flota homogénea.	Realizar una revisión de literatura, explorando las ideas de autores que abordan temas similares al objeto de estudio	11. Information Engineering	N. A	B	Tabla revisión de literatura	3/08/2020
	Indagar en la literatura los algoritmos de búsqueda local más eficientes y utilizados	11. Information Engineering	N. A	B	Listado de algoritmos de solución de búsqueda local	4/08/2020
	Seleccionar un algoritmo de búsqueda local del listado de la actividad anterior	5. Quality and Reliability Engineering	Estadísticas	B	Algoritmo de búsqueda local seleccionado	10/08/2020
2. Proponer un modelo matemático que permita a las empresas minimizar los costos logísticos asociados a fletes y a contaminación, cumpliendo con las restricciones de ventanas de tiempo exigidas por los clientes.	Elaborar el algoritmo de solución	2. Operation Research and analysis	Programación lineal	B.2	Modelo	18/09/2020
	Revisión del modelo por parte del director	N. A	N. A	N. A	N. A	21/09/2020
	Corrección del modelo	2. Operation Research and analysis	Programación lineal	B.2	Correcciones del modelo	9/10/2020
	Aprobación del modelo por parte del director	N. A	N. A	N. A	N. A	13/10/2020
3. Determinar la velocidad óptima de viaje, la distancia total recorrida, la cantidad de emisiones de CO2, el número promedio de vehículos y los costos totales, mediante el modelo matemático propuesto o mediante el diseño e implementación de una heurística de búsqueda local.	Implementación del modelo con las instancias de la situación actual	2. Operation Research and analysis	AMPL	B.2	Modelo en AMPL	20/10/2020
4. Validar los resultados del modelo propuesto, mediante la comparación de los indicadores del sistema actual, demostrando que la alternativa de solución satisface con los requerimientos de los clientes.	Elaborar una tabla resumen de los resultados de los KPI's arrojados por el método propuesto	N. A	Exel	N. A	Tabla de resultados	20/10/2020
	Comparación de resultados de la situación actual y con el modelo propuesto	5. Quality & Reliability Engineering	Yed Graph	D.4	Tabla comparativa y diagrama de rutas de situación actual vs propuesta	22/10/2020
	Análisis de los resultados y medición del impacto financiero y ambiental	3. Engineering Economic Analysis y 5. Quality Reliability Engineering	Herramientas estadísticas	B.3 B.6	Documento etapa Verificar	23/10/2020

	Conclusiones y recomendaciones	8. Supply Chain Management	Plantilla DMAVD	D.4	Recomendaciones para proyectos futuros	26/10/2020
--	--------------------------------	----------------------------	-----------------	-----	--	------------

## V.DISEÑAR

### A. Desarrollo del diseño de la solución

Como se mencionó en la etapa anterior, se planteó como principal alternativa la elaboración de un modelo de programación lineal entera-mixta, debido a que es una forma de representar matemáticamente el problema en cuestión y, garantiza soluciones óptimas [59]. Para su formulación, se utilizó como herramientas el lenguaje de modelado algebraico AMPL y el lenguaje de programación C++. El segundo permitió la resolución automatizada de los 160 casos de prueba.

Debido a que, como se estableció anteriormente, el modelo matemático está limitado al tamaño de la instancia para obtener resultados en un tiempo eficiente, se propuso como segunda alternativa una meta heurística de búsqueda local a partir de la valoración de expertos. Para esto, se realizó una revisión de la literatura de las mejores herramientas de búsqueda local para problemas de VRPTW y se encontró que el procedimiento de búsqueda tabú ha sido la metaheurística más exitosa en resolver problemas de VRP en general y ha tenido grandes avances a lo largo de los años [69]. Además, Glover y Laguna en su libro *Tabu Search*, presentan una discusión de la aplicación del algoritmo en problemas de optimización reales como en las telecomunicaciones, el transporte, la computación paralela y planificación y programación [63].

La búsqueda tabú es una meta heurística que surge de la búsqueda local. Con el fin de escapar de óptimos locales, no requiere que cada nueva solución sea la mejor encontrada anteriormente, es decir, que tiene en cuenta la soluciones que no muestran los mejores resultados siempre permitiendo mayor exploración del espacio de búsqueda. Dentro de sus estrategias, se encuentra la lista tabú, esta consiste en una estructura de memoria que prohíbe movimientos pasados con el fin de evitar regresar a una solución visitada recientemente. Tiene tanto un componente de memoria a corto y largo plazo, suele estar relacionada con residencia de soluciones (la más reciente) o su frecuencia (número de utilización). Por otro lado, cuenta con estrategias de intensificación y diversificación, en donde la primera explora una región factible con mayor intensidad para encontrar buenas soluciones; mientras que la segunda estrategia busca ampliar el área de búsqueda donde que no se han explorado [70].

### *Modelo de programación lineal entera-mixta*

El objetivo del modelo propuesto es minimizar los costos totales asociados a la distancia recorrida y a la contaminación emitida en cada viaje. El modelo se formuló con base en el VRP Capacited de Toth & Vigo [14] y el VRPTW de Quila [71], y se adaptó a las especificaciones de un PRP time windows and speed decisions, cuantificando los factores de emisiones de CO<sub>2</sub> con la formulación propuesta por Naderipour y Alinaghian en 2016 [25]. En esta sección se describirá primero los conjuntos, después los parámetros y variables de decisión, y, finalmente, el modelo de programación lineal entera mixta para resolver el **Pollution Routing Problem time windows and speed decisions**.

#### *Conjuntos*

- $N$ : Conjunto de nodos (vértices).
- $PN$ : Conjunto de posibles combinaciones de parejas de nodos  $i \in N, j \in N: i \neq j$  (arcos).
- $K$ : Conjunto de vehículos.
- $V$ : Conjunto de velocidades, discretizado en tres valores.

Sea  $PN$  el conjunto de arcos que representa todas las posibles conexiones que pueden existir entre los nodos (clientes)  $i$  y  $j$ , pertenecientes al conjunto de nodos  $N$ , es decir, un subconjunto del producto cartesiano de la combinación de los nodos  $V \times V$ . Adicionalmente, para cada  $i \in N$  existen dos sets,  $PN_i^+ = \{j: (i, j) \in PN\}$  y  $PN_i^- = \{j: (j, i) \in PN\}$ , el primer conjunto define los nodos que pueden ser alcanzados desde el nodo  $i$ , y el segundo conjunto los nodos que pueden alcanzar directamente a  $i$ .

## Parámetros

- $Dem_j$ : Demanda en kg del cliente  $j \in N$ .
- $CAP$ : Capacidad en kg de cada vehículo.
- $t_{ijv}$ : Tiempo de viaje en segundos desde el nodo  $i$  hasta el nodo  $j$  con la velocidad  $v \in V$ ,  $(i,j) \in PN$ .
- $S_i$ : Tiempo de servicio en segundos del cliente  $i \in N$ .
- $a_i$ : Ventana de tiempo de llegada más temprana en segundos del cliente  $i \in N$ .
- $b_i$ : Ventana de tiempo de llegada más tardía en segundos del cliente  $i \in N$ .
- $E$ : Ventana de tiempo de llegada más temprana en segundos del depósito.
- $L$ : Ventana de tiempo llegada más tardía segundos del depósito.
- $Grad_{ij}$ : Gradiente de carretera del nodo  $i$  hasta el nodo  $j$ ,  $(i,j) \in PN$ .
- $d_{ij}$ : Distancia en km desde el nodo  $i$  hasta el nodo  $j$ ,  $(i,j) \in PN$ .
- $C$ : Costo por km recorrido, de COP 1270,4/km basados en la información de MinTransporte [23].
- $CE$ : Costo por gramo de CO<sub>2</sub> emitido, de COP 0,89/g basados en la Universidad de Stanford [24].
- $Vel_v$ : Velocidad de viaje  $v \in V$ , discretizada en tres posibles valores: 30 km/h, 50 km/h y 80 km/h.
- $M$ : Valor muy grande utilizado para penalización.
- $GC_{ijv}$ : Coeficiente de corrección del gradiente de carretera desde el nodo  $i$  hasta el nodo  $j$ ,  $(i,j) \in PN, v \in V$ .

## Variables de decisión.

- $X_{ijkv}$ :  $\begin{cases} 1, & \text{Si el vehículo } k \text{ viaja del nodo } i \text{ hasta el nodo } j \text{ con la velocidad } v, k \in K, (i,j) \in PN, v \in V. \\ 0, & \text{En otro caso.} \end{cases}$
- $W_{ik}$ : Tiempo en segundos en el que empieza a ser atendido el cliente  $i$  por el vehículo  $k$ ,  $i \in N, k \in K$ .
- $Y_{ik}$ : Carga actual en kg del vehículo  $k$  en el cliente  $i$ ,  $i \in N, k \in K$ .
- $U_{ik}$ : Acumulado de las demandas satisfechas por el vehículo  $k$  hasta el cliente  $i$ ,  $i \in N, k \in K$ . (Variable del MTZ).
- $Em_{ijkv}$ : Cantidad de CO<sub>2</sub> emitido desde el nodo  $i$  al nodo  $j$  en el vehículo  $k$  a la velocidad  $v$ ,  $(i,j) \in PN, k \in K, v \in V$ .
- $CLE_{ijkv}$ : Costo linealizado de emisión de CO<sub>2</sub> desde el nodo  $i$  al nodo  $j$  en el vehículo  $k$  a la velocidad  $v$ ,  $(i,j) \in PN, k \in K, v \in V$ .
- $LC_{ijkv}$ : Coeficiente de corrección del gradiente de carretera desde el nodo  $i$  hasta el nodo  $j$  en el vehículo  $k$  a la velocidad  $v$ ,  $(i,j) \in PN, k \in K, v \in V$ .
- $CapU_k$ : Carga con la que sale el vehículo  $k$  del depósito,  $k \in K$ .

- CostDist: Costo total de distancia en COP.
- CostTotalEmi: Costo total de emisión de CO<sub>2</sub> en COP.
- DistTotal: Distancia total recorrida en km.
- EmiTotal: Emisión total de CO<sub>2</sub> en g.

*Función objetivo.*

$$\text{Min } z: \text{CostDist} + \text{CostTotalEmi} \quad (1)$$

*Restricciones.*

$$\sum_{(i,j) \in PN} \sum_{v \in V} X_{ijkv} Dem_j \leq CAP, \quad \forall k \in K \quad (2)$$

$$\sum_{j \in PN_i^+} \sum_{k \in K} \sum_{v \in V} X_{ijkv} = 1, \quad \forall i \in N \setminus \{0\} \quad (3)$$

$$\sum_{i \in PN_j^-} \sum_{k \in K} \sum_{v \in V} X_{ijkv} = 1, \quad \forall j \in N \setminus \{0\} \quad (4)$$

$$\sum_{j \in N_0^+} \sum_{v \in V} X_{0jkv} \leq 1, \quad \forall k \in K \quad (5)$$

$$\sum_{i \in PN_0^-} \sum_{v \in V} X_{i0kv} \leq 1, \quad \forall k \in K \quad (6)$$

$$\sum_{i \in PN_j^-} \sum_{v \in V} X_{ijkv} = \sum_{i \in PN_j^+} \sum_{v \in V} X_{jikv}, \quad \forall j \in N, \quad \forall k \in K \quad (7)$$

$$W_{jk} \geq \sum_{v \in V} X_{0jkv} t_{0jv} - M * \left( 1 - \sum_{v \in V} X_{0jkv} \right), \quad \forall j \in N \setminus \{0\}, \quad \forall k \in K \quad (8)$$

$$W_{0k} \geq W_{ik} + s_i + \sum_{v \in V} X_{i0kv} t_{i0v} - M * \left( 1 - \sum_{v \in V} X_{i0kv} \right), \quad \forall i \in N \setminus \{0\}, \quad \forall k \in K \quad (9)$$

$$W_{jk} \geq W_{ik} + s_i + \sum_{v \in V} X_{ijkv} t_{ijv} - M * \left( 1 - \sum_{v \in V} X_{ijkv} \right), \quad \forall k \in K, \quad \forall (i,j) \in PN : i \setminus \{0\} \wedge j \setminus \{0\} \quad (10)$$

$$W_{ik} \geq \sum_{(i,j) \in PN} X_{ijkv} a_i, \quad \forall i \in N, \quad \forall k \in K \quad (11)$$

$$W_{ik} \leq \sum_{(i,j) \in PN} X_{ijkv} b_i, \quad \forall i \in N, \quad \forall k \in K \quad (12)$$

$$LC_{ijkv} = \left( \frac{Y_{ik}}{CAP} \right) * (0,27 + 0,0614 * Grad_{ij} - (0,0011 * (Grad_{ij})^3) - 0,00235 * Vel_v - \left( \frac{1,33}{Vel_v} \right) + 1, \quad \forall (i,j) \in PN : i \setminus \{0\}, i \neq j, \quad \forall k \in K, \quad \forall v \in V \quad (13)$$

$$LC_{0jkv} = \left( \frac{CapU_k}{CAP} \right) * (0,27 + 0,0614 * Grad_{0j} - (0,0011 * (Grad_{0j})^3) - 0,00235 * Vel_v - \left( \frac{1,33}{Vel_v} \right) + 1, \quad \forall j \in PN, i \neq j, \quad \forall k \in K, \quad \forall v \in V \quad (14)$$

$$U_{ik} - U_{jk} + CAP * \sum_{v \in V} X_{ijkv} \leq CAP - Dem_j, \quad \forall (i,j) \in PN : i \setminus \{0\} \wedge j \setminus \{0\}, \quad \forall k \in K \quad (15)$$

$$Dem_j \sum_{i \in PN_j^-} \sum_{v \in V} X_{ijkv} \leq U_{jk}, \quad \forall j \in N \setminus \{0\}, \quad \forall k \in K \quad (16)$$

$$U_{jk} \leq CAP \sum_{i \in PN_j} \sum_{v \in V} X_{ijkv}, \quad \forall j \in N \setminus \{0\}, \quad \forall k \in K \quad (17)$$

$$Emi_{ijkv} \geq d_{ij} * \left( 110 + 0,000375 * Vel_v^3 + \left( \frac{8702}{Vel_v} \right) \right) * GC_{ijv} * LC_{ijkv} + (X_{ijkv} - 1) * M, \quad (18)$$

$$CLE_{ijkv} = CE * Emi_{ijkv}, \quad \forall (i,j) \in PN : i \neq j, \quad \forall k \in K, \quad \forall v \in V \quad (19)$$

$$CapU_k = \sum_{(i,j) \in PN} \sum_{v \in V} X_{ijkv} Dem_j, \quad \forall k \in K \quad (20)$$

$$Y_{jk} = CapU_k - U_{jk}, \quad \forall j \in N, \quad \forall k \in K \quad (21)$$

$$DistTotal = \sum_{(i,j) \in PN} \sum_{k \in K} \sum_{v \in V} X_{ijkv} * d_{ij} \quad (22)$$

$$CostDist = DistTotal * C \quad (23)$$

$$CostTotalEmi = \sum_{(i,j) \in PN} \sum_{k \in K} \sum_{v \in V} CLE_{ijkv} \quad (24)$$

$$EmiTotal = \sum_{(i,j) \in PN} \sum_{k \in K} \sum_{v \in V} Emi_{ijkv} \quad (25)$$

$$X_{ijkv} \in \{0,1\} \forall (i,j) \in PN, \quad \forall k \in K, \quad \forall v \in V \quad (26)$$

$$W_{ik}, Y_{ik}, U_{ik} \geq 0 \forall i \in N, \quad \forall k \in K \quad (27)$$

$$Emi_{ijkv}, CLE_{ijkv}, LC_{ijkv} \geq 0, \forall (i,j) \in PN, \quad \forall k \in K, \quad \forall v \in V \quad (28)$$

$$CapU_k \geq 0, \forall k \in K \quad (29)$$

$$DistTotal, CostDist, CostTotalEmi, EmiTotal \geq 0 \quad (30)$$

La ecuación (1) representa la función objetivo del modelo, que se encarga de minimizar los costos basados en 2 componentes, costos asociados a la distancia recorrida y a la emisión de CO<sub>2</sub>. Las unidades de la función objetivo están en COP.

La restricción (2) permite que los vehículos no excedan su capacidad en cada una de sus rutas. Las restricciones (3) y (4) aseguran que los clientes sean visitados una sola vez, de forma que solo exista un arco de entrada y uno de salida en cada nodo. Las restricciones (5) y (6) garantizan que los vehículos partan en el nodo origen (depósito) y retornen a él, una vez terminado el recorrido. Adicionalmente, permiten usar solo los vehículos necesarios, debido a que minimiza el uso de vehículos respecto a los que se le entregan al modelo. La restricción (7) determina el balance entre cada cliente, garantizando que, si un vehículo ingresa a un nodo, sea el mismo que salga de él. Las restricciones (8), (9) y (10) establecen la viabilidad de atención entre un nodo y otro, teniendo en cuenta que el tiempo de inicio de atención de un cliente debe ser mayor al tiempo de inicio de atención del cliente antecesor más su tiempo de atención. Las restricciones (11) y (12) establecen que el tiempo de inicio de atención de un cliente debe encontrarse dentro de las ventanas de tiempo de este. Las restricciones (13) y (14) cuantifican el coeficiente de corrección de emisiones de CO<sub>2</sub> de los nodos, distinguiendo el depósito de los clientes, debido a que los vehículos salen del depósito con una carga igual a la suma de la demanda de todos los clientes, mientras que, para los clientes, la carga se modificará a medida que sean atendidos. Las restricciones (15), (16) y (17) conocidas tradicionalmente como las restricciones del modelo MTZ adaptadas al VRP, se encargan de la eliminación de subtours. Sin embargo, en este modelo se emplean para calcular la demanda acumulada satisfecha hasta el cliente  $j$ , con el fin de, posteriormente, calcular la carga actual de los vehículos.

La restricción (18) parte de la ecuación (31) que cuantifica el cálculo de las emisiones de CO<sub>2</sub> de cada trayecto de  $i$  a  $j$ , en cada vehículo y a cada velocidad, siempre y cuando  $X_{ijkv}$  sea igual a 1.

$$Emi_{ijkv} \geq d_{ij} * \left( 110 + 0,000375 * Vel_v^3 + \left( \frac{8702}{Vel_v} \right) \right) * GC_{ijv} * LC_{ijkv} * X_{ijkv} \quad (31)$$

Debido a que la ecuación (31) es no lineal por la multiplicación de dos variables,  $LC_{ijkv}$  y  $X_{ijkv}$ , se linealiza mediante la expresión (18), donde  $M$  es un número muy grande en comparación a los datos del modelo. Cuando el arco  $i, j$  existe,  $X_{ijkv}$  toma un valor de 1, y la emisión toma el siguiente valor:



$$Emi_{ijkv} \geq d_{ij} * \left( 110 + 0,000375 * Vel_v^3 + \left( \frac{8702}{Vel_v} \right) \right) * GC_{ijv} * LC_{ijkv}$$

Por otro lado, cuando el arco  $i, j$  no existe,  $X_{ijkv}$  toma un valor de 0, y la emisión debe ser 0, como se demuestra a continuación:

$$Emi_{ijkv} \geq d_{ij} * \left( 110 + 0,000375 * Vel_v^3 + \left( \frac{8702}{Vel_v} \right) \right) * GC_{ijv} * LC_{ijkv} - M$$

Como  $M$  es un valor muy grande en comparación con los demás valores, entonces:

$Emi_{ijkv} \geq -M$ , dada las restricciones de no negatividad,  $Emi_{ijkv} \geq 0$ ; permitiendo tomar el valor de cero cuando no existe dicho arco en la ruta.

La restricción (19) cuantifica el costo linealizado de emisión de CO<sub>2</sub> entre cada arco. La restricción (20) garantiza que el vehículo parta del depósito con una carga igual a la demanda de los clientes que atenderá, de esta forma el vehículo no viajará cargado a su capacidad máxima en caso de que no lo requiera. La restricción (21) calcula la carga actual del vehículo  $k$  en el cliente  $j$ . Las restricciones (22) a (25) miden los indicadores asociados al cálculo de costo de distancia total y al costo de emisión de CO<sub>2</sub>. Las restricciones (25) a (30) representan la naturaleza de las variables.

### **Metaheurística Búsqueda Tabú**

#### *Estructura General*

La búsqueda tabú surge como un intento de dotar inteligencia a los algoritmos de búsqueda local, el primer autor en definirla fue Fred Glover en los años 70 [72], quien la definió como una guía al procedimiento de búsqueda local que tiene como finalidad explorar el espacio de soluciones más allá del óptimo local. La búsqueda tabú se aplica a problemas que van desde secuenciación, balance de canales de computación, análisis de clúster y planteamiento de espacio.

Esta meta-heurística toma el concepto de memoria de la inteligencia artificial y lo implementa en la búsqueda de vecindarios para obtener información de lo que ha sucedido y así actuar en consecuencia a esta memoria. Una de las características principales de la Búsqueda Tabú es que permite tener movimientos sin mejora, es decir que puede continuar su búsqueda con soluciones que no mejoren el resultado conseguido anteriormente lo que le permite escapar de un óptimo local y llegar a explorar regiones antes no consideradas buscando camino hacia las mejores soluciones que puedan escalar a un óptimo global.

Las estrategias de escape de óptimos locales corren el riesgo de verse contenida en un ciclo y regresar al mismo óptimo local (estancando la búsqueda). Para evitar este ciclo, el algoritmo hace uso de una Lista Tabú, la cual prohíbe en forma temporal los movimientos o atributos que puedan hacer regresar la búsqueda a una solución ya evaluada [70].

La lista tabú puede ser pasada por alto, solo si el valor proveniente de esa solución mejora la solución factible encontrada anteriormente, a esto se le llama Criterio de Aspiración y se introducen en la búsqueda tabú para determinar cuándo pueden ser reemplazados estas restricciones tabúes, eliminando así una clasificación tabú aplicada a un movimiento en otro caso [72].

De forma esquemática, un algoritmo básico de Búsqueda Tabú puede representarse como se ilustra en la Fig. 16.

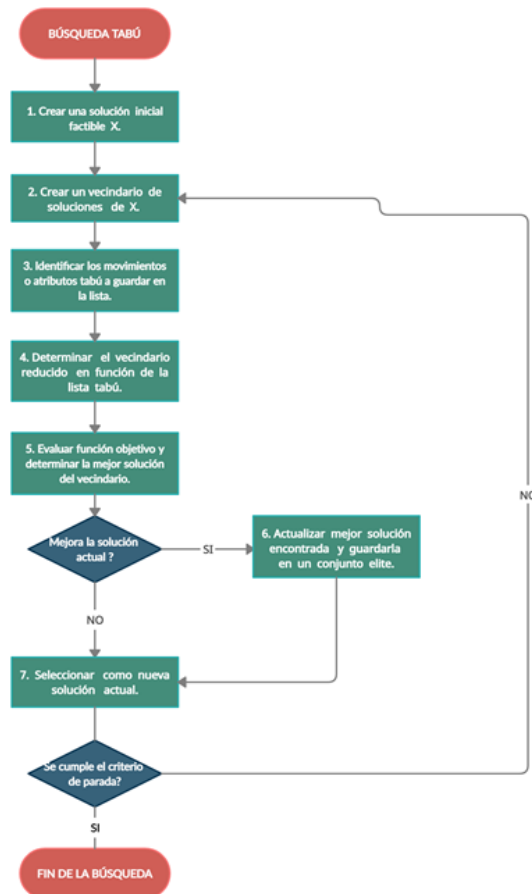


Fig. 16. Representación de una Búsqueda Tabú

Siguiendo esta estructura, el diseño de una búsqueda tabú para el **Pollution Routing Problem time windows and speed decisions** es la siguiente: inicialmente, se crea una solución inicial factible utilizando un método codicioso que busca seleccionar siempre la ruta con menor gradiente de carretera a una velocidad aleatoria. En cada iteración del algoritmo de búsqueda tabú, se crean cuatro tipos de vecindarios partiendo de la solución actual, luego se evalúan estas soluciones en la función objetivo y se elige el movimiento que arroje el mejor resultado para una solución del vecindario. El movimiento no debe estar incluido en la lista tabú, a menos que al evaluar esta solución se encuentre un resultado mejor que el de la solución global (criterio de aspiración), si la mejora, se almacena la nueva solución en un conjunto de mejores soluciones. En cualquier caso, la solución actual se desplaza a la mejor de las cuatro estructuras de vecindarios. Este proceso se repite hasta alcanzar un criterio de parada. A continuación, se muestra un pseudocódigo del algoritmo propuesto.

Algoritmo 1. Búsqueda Tabú.

**INICIO**

- 1: Generar una solución inicial factible  $X$ .
- 2:  $X_{GLOBAL} \leftarrow X$
- 3: Conjunto  $X_{mejor} \leftarrow \emptyset$
- 4:  $T(x) \leftarrow \emptyset$
- 5: Mientras no se cumpla el criterio de finalización hacer
  - 6:  $N(x) \leftarrow$  Generar conjunto de vecindarios de la solución
  - 7: Evaluar la Función Objetivo en el conjunto de vecindarios
  - 8:  $m \leftarrow$  Movimiento de  $N(x)$  que genera el mejor resultado en la función objetivo.
  - 9:  $MejorVecino \leftarrow$  Solución con el mejor resultado en la función objetivo.
  - 10: **Si**  $MejorVecino < X_{GLOBAL}$  entonces
  - 11:  $X_{GLOBAL} \leftarrow MejorVecino$

```

12:         Agregar  $m$  al conjunto  $T(x)$ 
13:     SI no
14:     Seleccionar el mejor Vecino como nueva solución actual
15:     Si  $X_{GLOBAL}$  mejora
16:         Continuo con la búsqueda
17:     Si  $X_{GLOBAL}$  no mejora en 10 iteraciones consecutivas
18:         Stop
19:         Imprimir  $X_{GLOBAL}$ 
FIN

```

A continuación, se describirán los principales componentes del algoritmo propuesto para este proyecto:

### Codificación

Para la codificación del algoritmo se plantearon tres tipos de estructuras encargadas de almacenar toda la información pertinente a una solución. Primero, tenemos la estructura con toda la información de los nodos a visitar (Fig 17), con su respectivo número de identificación, valor de la demanda, tiempo de servicio y de ventanas de tiempo.

```

struct nodo {
    int id, demanda, tw1, tw2, tServ;
    string ciudad;
    nodo() : id(-1), demanda(-1), tw1(-1), tw2(-1), tServ(-1), ciudad("None") {};
};

```

Fig. 17. Estructura nodo

La estructura de vehículos, contiene todos los datos relacionados a la cantidad de vehículos a utilizar en cada solución, en donde cada vehículo contiene su número de identificación, la capacidad máxima que puede llevar, la carga actual y dos variables que acumulan la distancia total recorrida y la cantidad de emisiones producidas, como se ilustra en la Fig. 18.

```

struct vehiculo {
    int IDcarro, CapMax, CapActual, distAcum;
    double emiAcum;
    vector<pair<nodo, double>> vNodos; // vector nodo = pair<nodo, tiempo>
    vector<int> vNodosVel; //vector velocidad
    vector<double> x; //realcion carga_actual / cap_total
    vehiculo(nodo Ori);
};

```

Fig. 18. Estructura vehículo

Por último, en la Fig. 19, se muestra la estructura de la solución donde se contiene toda la información total de la solución, la distancia total recorrida, el total de emisiones y los costos asociados a estos.

```

struct solucion { //codificación
    vector<vehiculo> vVehiculos;
    double z;
    double emisionTotal;
    double distaTotal;
    double costoEmiTotal;
    double costoDistaTotal;
    solucion() : z(800000000), emisionTotal(-1), distaTotal(-1), costoDistaTotal(-1), costoEmiTotal(-1) {}
};

```

Fig. 19. Estructura solución

### Solución inicial

Para establecer una solución como punto de partida, se definió un algoritmo codicioso que consta en escoger el nodo con el mínimo gradiente de carretera desde la posición actual del vehículo. Para esto, se definió un componente aleatorio en la selección de la velocidad, entre 30,55 y 80 km/h para cada arco  $(i, j)$ . Posteriormente, se valida que el vehículo cumpla con las restricciones de capacidad máxima y ventanas de tiempo para cada recorrido en el arco  $(i, j)$ , de ser así, se incluye el nodo  $j$  en la ruta del vehículo, de lo contrario, se repetirá la selección aleatoria de velocidad y el siguiente nodo con el menor gradiente, hasta que se cumpla con las restricciones mencionadas.

### Estructuras de vecindario

Las estructuras de vecindarios se crean utilizando procedimientos de búsqueda local, con base en modificaciones a la solución actual. Dada la complejidad del problema y a los diversos niveles de decisiones, se crearon cuatro estructuras de vecindarios, los primeros dos: *Node Exchange* y *Node Relocate*, se tomaron y adaptaron de Teodor, Toulouse and Phuong [73]; los dos restantes: *Speed Exchange* y *Speed Switch* fueron creados por los integrantes del grupo.

1. El primer vecindario *Node Exchange*, consiste en seleccionar dos nodos (uno de cada vehículo) e intercambiarlos entre sí, en la misma posición que estos ocupan; pero este movimiento solo puede llevarse a cabo si se cumple con la restricción de que el nodo  $i$  del vehículo  $W_u$  tenga una ventana de tiempo de apertura (TW1) que se encuentre en el rango de la ventana de tiempo del nodo  $j-1$  y  $j+1$  del vehículo  $W_v$ , y a su vez la ventana de tiempo de apertura del nodo  $j$  este dentro del rango de la ventana de tiempo del nodo  $i-1$  e  $i+1$ , como se puede observar en la Fig. 20.



Fig. 20. Exchange de nodos, adaptado de [73]

2. El segundo vecindario *Node Relocate*, consiste en tomar el nodo  $i$  del vehículo  $W_u$ , y evaluar en el vehículo  $W_v$ , en qué posición se puede insertar, de tal manera que cumplan con la restricción de que la ventana de apertura (TW1) del nodo  $i$ , se encuentre entre el TW1 de los nodos  $j$  y  $j+1$  del vehículo  $W_u$ , por lo tanto, si este cumple con la restricción establecida se elimina del vehículo  $W_u$  y se ubica entre el nodo  $j$  y  $j+1$  del vehículo  $v$ , el procedimiento se muestra en la Fig. 21.

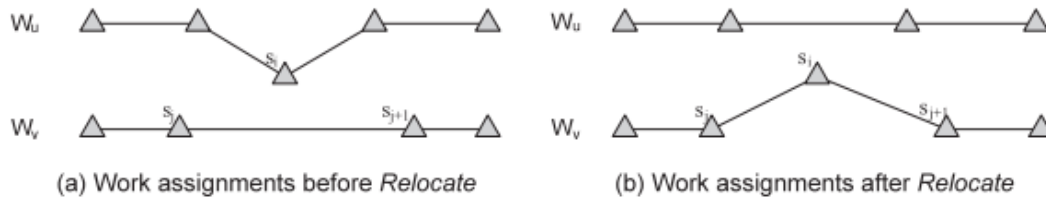


Fig. 21. Relocate de nodos, adaptado de [73]

- En el tercer vecindario *Speed Exchange*, funciona de la misma manera al vecindario Exchange de nodos, con la diferencia de que el intercambio no se realiza a los nodos sino a las velocidades con la cual el vehículo llega de un nodo  $i$  a un nodo  $i+1$ , el intercambio se realiza también solo si cumple con las restricciones de ventana de tiempo de apertura, el procedimiento se muestra en la Fig. 22.

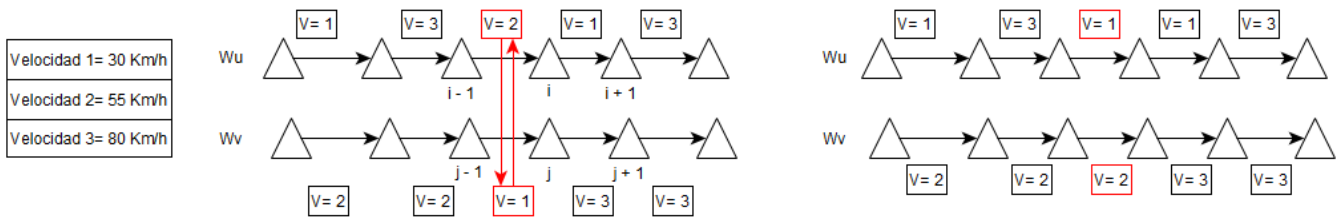


Fig. 22. Relocate velocidades

- En el cuarto vecindario *Speed Switch*, consiste en cambiar la velocidad inicial de cada nodo del vehículo por las velocidades restantes, este proceso se realiza por medio de un vector el cual contiene las tres velocidades en km/h (30,55,80), el proceso inicia con la selección de la primera velocidad que se encuentre en la posición derecha de la velocidad inicial que tenía el nodo anteriormente, después de elegirla se le aplica la nueva velocidad al nodo y se elimina de la posición actual del vector y se ubica al final del vector, la nueva velocidad debe cumplir con la restricción de ventana de tiempo de apertura (TW1), dado que si se le asigna una velocidad menor puede que no alcance a cumplir la ventana de tiempo, si no cumple, cambia a la velocidad restante, o no se le realiza el cambio de velocidad y se procede al siguiente nodo del vehículo.

### Decodificación

Es la etapa encargada de calcular las variables de una determinada solución generada por las diferentes estructuras de vecindarios (es decir una ruta real representada por la codificación), dentro de estas variables se encuentra la emisión total de CO2, la distancia total recorrida, los costos por emisiones, los costos por distancia y los costos totales (z). Su principal objetivo es traducir las estructuras de la codificación en las rutas reales y calcular los KPIs. Por otro lado, se encarga de revisar la factibilidad de las rutas revisando que cumpla con los requerimientos de capacidad, tiempo y ventanas de tiempo de los clientes. De encontrarse una solución infactible, el valor de la función objetivo se penaliza con un valor suficientemente grande para ser considerada una solución de baja calidad.

### Diseño de la lista tabú

La lista tabú consiste en almacenar los movimientos considerados prohibidos, dado que ya fueron utilizados en el proceso de búsqueda para generar una solución, es una lista en orden FIFO, donde el primer elemento en entrar, es el primero en salir, el principal objetivo de este elemento es prevenir ciclos en la búsqueda [74]. En el diseño de la lista tabú, se creó una lista tabú para cada tipo de vecindario, la lista solo aplica para el movimiento que genera el mejor vecino de cada iteración del vecindario. El tamaño de la lista tabú, es decir, el tiempo máximo que un movimiento está prohibido, se adaptó de los autores Fan, Li, Zhang y Liu [75], que propusieron que el tamaño de la lista sea igual a la raíz cuadrada del número total de clientes,  $\sqrt{n}$  dado que el número de clientes da una escala del tamaño del problema, cuando la lista tabú se llena, se procede a borrar el movimiento tabú más antiguo en orden de agregar el nuevo movimiento tabú, lo cual permite que los siguientes movimientos puedan volver a realizar el mismo intercambio y no se quede en un óptimo local.

1. En la lista tabú del vecindario *Node Exchange*, se prohíbe el ID de los nodos con los cuales se realizó el intercambio, estos se guardan como un vector de parejas de enteros como se muestra en la Fig. 23. Lo cual quiere decir que no se puede volver a realizar el mismo intercambio mientras el movimiento sea tabú.

```
pair<int, int> vTabuTemp;
vTabuTemp.first = sol.vVehiculos[i].vNodos[j].first.id;
vTabuTemp.second = sol.vVehiculos[i2].vNodos[k].first.id;
```

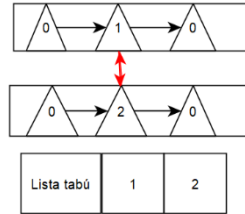


Fig. 23. Lista Tabú

2. En la lista tabú del vecindario *Node Relocate*, se prohíbe el ID del nodo que elimine del vehículo Wu y la posición en el que lo inserte en el vehículo Wv, se guarda en un vector de enteros, es decir, que en el próximo movimiento no se podrá eliminar el mismo nodo para ubicarlo en la misma posición anterior.
3. En la lista tabú del vecindario *Speed Exchange*, se prohíbe la velocidad inicial que tenía el arco entre los dos nodos del vehículo Wu y la velocidad del arco entre los dos nodos del vehículo Wv, se guarda en un vector de pares de enteros, tanto el ID del nodo final del arco, como la velocidad inicial, para cada par de vehículos, por lo cual, en los próximos movimientos no se podrá realizar el mismo intercambio entre los mismos nodos con la misma velocidad inicial.
4. En el vecindario *Speed Switch*, se prohíbe la velocidad inicial que tenía el nodo y el nodo al que se le cambio la velocidad del vehículo, esta información se guarda en un vector de pares, por lo tanto, no se le puede cambiar la velocidad al mismo nodo por la velocidad inicial.

#### Criterio de aspiración

El criterio de aspiración es un criterio ligado a la lista tabú, se encarga de definir la forma en que reemplaza o elimina el estatus tabú de un movimiento particular, en la literatura se encuentran dos criterios de aspiración por defecto o por objetivo, por defecto es aquel que todos los movimientos disponibles son tabú, entonces el movimiento “menos tabú” o más antiguo, se selecciona; por objetivo, tenemos que es un movimiento tabú que se admite si produce una mejor solución a la mejor encontrada [74], este es el criterio utilizado en este algoritmo, después de encontrar el mejor vecino, se verifica si el movimiento por medio del cual se encontró el mejor vecino se encuentra en la lista tabú y si el resultado es positivo, se procede a verificar si mejora el z de la solución global, y si lo mejora, se selecciona el movimiento y se elimina el primer movimiento de la lista tabú.

#### Criterio de parada

El criterio de parada de la búsqueda tabú se definió cuando la función objetivo, es decir el Z global de todos los vecindarios no mejora después de 500 iteraciones seguidas, por lo tanto, el algoritmo para la búsqueda tabú arroja el mejor Z global como la mejor solución encontrada. Este valor fue probado experimentalmente.

### B. Validación del diseño propuesto

#### Modelo de programación lineal entera-mixta

Para la validación del modelo de programación lineal entera-mixta, es importante tener en cuenta que las restricciones del modelo permiten el cumplimiento de las especificaciones del problema. Por tanto, la validación del diseño surge al mismo tiempo que se modelan las restricciones, permitiendo coherencia entre la programación y los resultados esperados. Para ello, fue necesario realizar un análisis mediante pruebas numéricas, en esta sección presentaremos las más relevantes.

### Restricciones de ventanas de tiempo

Las restricciones (11), (11) y (12) garantizan que el tiempo de llegada de un vehículo a un cliente se encuentre dentro de su horario de atención. El horario de atención consta de un límite inferior, la hora de apertura del cliente, y de un límite superior, a hora de llegada más tardía. En caso de que el vehículo llegue después de la hora de cierre, el cliente no lo recibirá, activando la restricción (11), como  $W_{ik}$  excede al límite superior, entonces  $X_{ijkv}$  será obligada a tomar un valor de 0, por lo tanto, el arco del cliente  $i$  hacia el cliente  $j$  no existirá. Por otro lado, si el vehículo arriba antes de la hora de apertura, se verá obligado a esperar hasta que el cliente de inicio a su horario de atención. Para determinar la hora de llegada del vehículo, ambas restricciones deben trabajar en conjunto con la restricción (11), que tiene en cuenta la hora de llegada del cliente  $i$ , su tiempo de servicio y el tiempo de recorrido desde  $i$  hasta  $j$ .

Para mostrar la validación, se toma como ejemplo una fracción de ruta del vehículo 1, ilustrada en la Fig. 24, donde se asume que dicho vehículo se encuentra en el nodo 3, llegó a él a las 7:30 am y tiene un tiempo de servicio de 30 minutos.

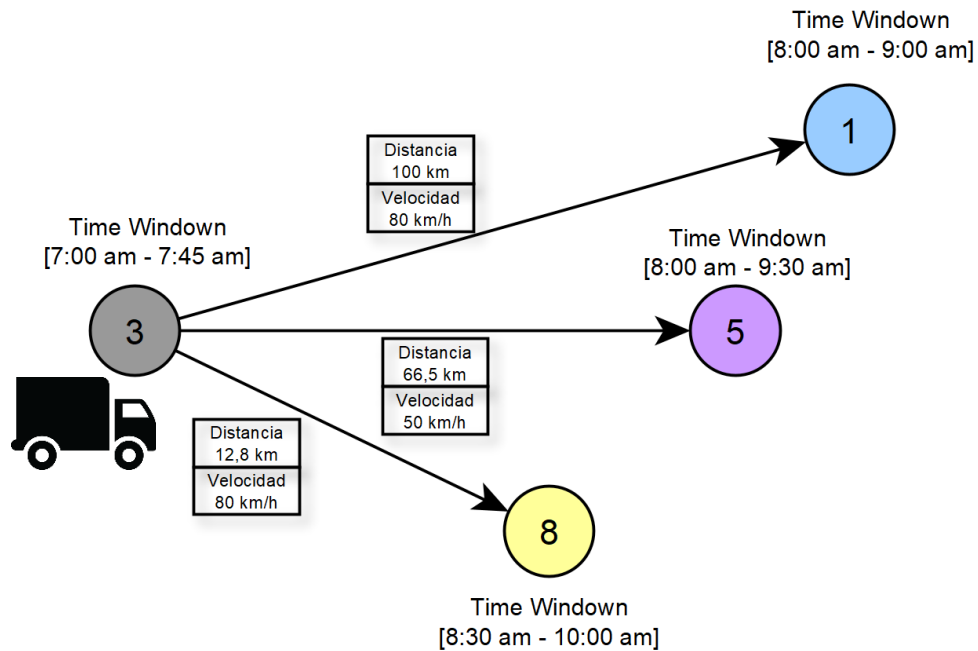


Fig. 24. Fragmento de ruta para validación de restricciones de ventanas de tiempo

Asumiendo que el arco (3,1) existe para el vehículo 1, se comprueba si las restricciones (11), (12) y (13) son viables:

- Restricción 11: cálculo del tiempo de llegada del vehículo para el arco  $i=3$  y  $j=1$ , donde el tiempo de recorrido de  $i$  a  $j$  es igual a la relación entre distancia y velocidad ( $t_{ijv} = \frac{d_{ij}}{vel_v}$ ).

$$\begin{aligned}
 W_{11} &\geq W_{31} + s_3 + X_{3113} * t_{313} - M * (1 - X_{3113}) \\
 W_{11} &\geq 7:30 + 0:30 + \frac{100 \text{ km}}{80 \frac{\text{km}}{\text{h}}} - M * (1 - 1) \\
 W_{11} &\geq 7:30 + 0:30 + 1:15 \\
 W_{11} &\geq 9:15
 \end{aligned}$$

- Restricción 12: para el arco  $i=3$  y  $j=1$ , donde el tiempo de llegada del vehículo es  $W_{11} = 9:15$ .

$$\begin{aligned}
 W_{ik} &\geq \sum_{j \in A_i} X_{ijkv} a_i \quad \forall i \in N, \quad \forall k \in K \\
 W_{11} &\geq 1 * 8:00
 \end{aligned}$$

$$9:15 \geq 8:00$$

Se comprueba que el vehículo llegó después de la ventana de tiempo de apertura del cliente 1.

- Restricción 13: para el arco  $i = 3$  y  $j = 1$ , donde el tiempo de llegada del vehículo es  $W_{11} = 9:15$ .

$$W_{ik} \leq \sum_{j \in A_i^-} X_{ijkv} b_i \quad \forall i \in N, \quad \forall k \in K$$

$$W_{11} \leq 1 * 9:00$$

$$9:15 \leq 8:00$$

Como el tiempo de llegada del vehículo 1 al cliente 3 es mayor que el horario de cierre, el viaje de  $i = 3$  a  $j = 1$  no debe existir. Para que se cumpla la desigualdad de la restricción 13,  $X_{3111} = 0$ , como se muestra a continuación:

$$W_{ik} \leq \sum_{j \in A_i^-} X_{ijkv} b_i \quad \forall i \in N, \quad \forall k \in K$$

$$W_{11} \leq 0 * 9:00$$

$$9:15 \leq 0$$

De esta forma, se valida que el tiempo de llegada hacia cada nodo sea coherente a la velocidad de viaje, a la hora de llegada del vehículo a los nodos anteriores y al tiempo de atención de cliente anterior. De igual forma, se garantiza que un vehículo no tenga acceso a un cliente que no se encuentre en su tiempo de atención.

Realizando el procedimiento anterior para cada uno de los nodos accesibles desde el cliente 3, obtenemos los resultados que se muestran en la Tabla XII.

TABLA XII  
VALIDACIÓN DE RESTRICCIONES DE VENTANAS DE TIEMPO

Nodo	Tiempo de llegada del vehículo	¿Llegó a tiempo?	$X_{ijkv}$
1	9:15 am	NO	0
5	9:20 am	SÍ	1
8	8:10 am	SÍ	1

Debido a que los clientes 5 y 8 pueden ser sucesores del cliente 3, el modelo de programación lineal entera-mixta determinará el arco que genere un menor costo.

#### *Restricciones para la cuantificación de la carga actual*

Debido a que las emisiones de CO<sub>2</sub> dependen de la carga del vehículo en un determinado trayecto, la carga actual se considera fundamental para el PRP. Las restricciones (17), (21) y (21) permiten calcular la carga actual del vehículo en el cliente  $i$ .

Para su validación, se asume una ruta, como se ilustra en la Fig. 25, se supondrá que el vehículo 2 tiene una capacidad de 250 unidades.



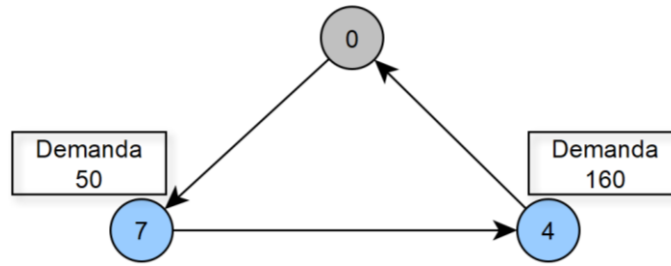


Fig.25. Ruta ejemplo para validación de restricciones de carga actual

- Restricción 15: calcula el acumulado de la demanda satisfecha hasta el cliente j en el vehículo k.

- Arco  $i = 0, j = 7$ .

$$U_{02} - U_{72} + CAP * \sum_{v \in V} X_{172v} \leq CAP - Dem_7$$

$$0 - U_{72} + 250 * 1 \leq 250 - 50$$

Para que se cumpla la desigualdad  $U_{72} = 50$ , entonces

$$- 50 + 250 \leq 250 - 50$$

$$200 \leq 200$$

- Arco  $i = 7, j = 4$ .

$$U_{72} - U_{42} + CAP * \sum_{v \in V} X_{742v} \leq CAP - Dem_4$$

$$50 - U_{42} + 250 * 1 \leq 250 - 160$$

Para que se cumpla la desigualdad  $U_{42} = 210$ , que es igual a  $Dem_7 + Dem_4$ , entonces

$$50 - 210 + 250 \leq 250 - 50$$

$$90 \leq 90$$

- Arco  $i = 4, j = 0$ .

$$U_{42} - U_{02} + CAP * \sum_{v \in V} X_{402v} \leq CAP - Dem_0$$

$$210 - U_{02} + 250 * 1 \leq 250 - 0$$

Para que se cumpla la desigualdad  $U_{02} = 210, Dem_7 + Dem_4 + Dem_0$ , entonces

$$210 - 210 + 250 \leq 250 - 0$$

$$250 \leq 250$$

- Restricción 20: determina la carga con la que el vehículo sale del depósito.

$$CapU_2 = \sum_{(i,j) \in PN} \sum_{v \in V} X_{ijkv} Dem_j$$

$$CapU_2 = \sum_{v \in V} X_{072v} Dem_7 + \sum_{v \in V} X_{742v} Dem_4 + \sum_{v \in V} X_{402v} Dem_0$$

$$CapU_2 = 1 * (50 + 160 + 0)$$

$$CapU_2 = 210$$

- Restricción 21: calcula la carga actual con la que sale el vehículo del nodo j, con base en la demanda satisfecha hasta el cliente j en el vehículo k.

- Arco  $i = 0, j = 7$ .

$$Y_{72} = CapU_2 - U_{72}$$

$$Y_{72} = 210 - 50$$

$$Y_{72} = 160$$

El vehículo 2 sale del nodo 7 hacia el 4 con una carga de 160 unidades

- Arco  $i = 7, j = 4$ .

$$Y_{42} = CapU_2 - U_{42}$$

$$Y_{72} = 210 - 210$$

$$Y_{72} = 0$$

El vehículo 2 sale del nodo 4 hacia el 0 con una carga de 0 unidades

De esta forma, se valida que la carga actual de los vehículos dependa de la demanda satisfecha de los clientes. También, se asegura que los vehículos no salgan del depósito al máximo de su capacidad si no se requiere, evitando la emisión innecesaria de CO<sub>2</sub> ocasionada por el peso del vehículo y su contenido.

Es importante aclarar que las comprobaciones matemáticas deben realizarse para cada restricción al momento de modelar. Por lo tanto, la validación fue realizada para cada una de las 25 restricciones ilustradas anteriormente.

Por otra parte, para probar la eficiencia del modelo de programación lineal entera-mixta, se corrió una prueba piloto en las 8 instancias escogidas de forma aleatoria en la etapa Analizar aplicados al contraejemplo para la demostración de la existencia del problema. La prueba piloto se realizó en un equipo con un procesador Intel® Core™ i5-8250U CPU @ 1,60GHz 1,80 GHz 8<sup>th</sup> Gen, con una memoria RAM de 8,00 Gb, con un tiempo límite de cómputo de 300 segundos (5 minutos). Para ello, se elaboró un código en el lenguaje de programación C++, que permite la conexión con AMPL para resolver los problemas en lote. Los resultados de la prueba piloto, con el tiempo de cómputo de cada prueba, que se muestran en la Tabla XIII y serán comparados con los resultados del solucionador de hojas de cálculo de código abierto en Excel VRP Spreadsheet solver que se ilustró en la Tabla XIII de la sección Analizar.

TABLA XIII  
RESULTADOS PRUEBA PILOTO MODELO DE PROGRAMACIÓN LINEAL ENTERA-MIXTA

Caso de prueba	Datos						
	Emisión (g)	Distancia (m)	Número promedio de vehículos	Costo por emisiones (\$/g)	Costo por distancia total recorrida (\$/m)	Costo total	Tiempo de cómputo (s)
10_11B	360.186,0	892,2	4	\$ 320.566	\$ 1.133.400	\$ 1.453.970*	0,75
10_10C	140.076,0	589,4	2	\$ 124.668	\$ 748.813	\$ 873.481*	15,766
15_06B	181.827,0	770,5	3	\$ 161.826	\$ 978.780	\$ 1.140.610*	9,171
15_10C	140.356,0	627,9	3	\$ 124.917	\$ 797.697	\$ 922.614	307,5
20_14B	294.095,0	1.268,3	5	\$ 261.744	\$ 1.611.200	\$ 1.872.940	302,297
20_02C	400.530,0	1.015,8	5	\$ 356.472	\$ 1.290.510	\$ 1.646.990	300,328
25_19B	377.039,0	1.425,3	5	\$ 335.565	\$ 1.810.650	\$ 2.146.220	300,5
25_02C	327.999,0	1.170,2	6	\$ 291.919	\$ 1.486.610	\$ 1.778.530	300,672

(\*) representa las soluciones óptimas

La Fig.26 compara los costos totales de la aplicación de la prueba piloto y el VRP Spreadsheet solver. A partir de la comparación, se puede concluir que los costos mejoraron significativamente con la aplicación del modelo, que alcanzó resultados óptimos para las instancias de 10 clientes con las ventanas de tiempo B y C, y, la instancia de 15 clientes con la ventana de tiempo B. Para los demás casos de prueba, se obtuvieron los mejores resultados encontrados en el límite de tiempo establecido, que, aunque no son óptimos, ofrecen una mejor solución.

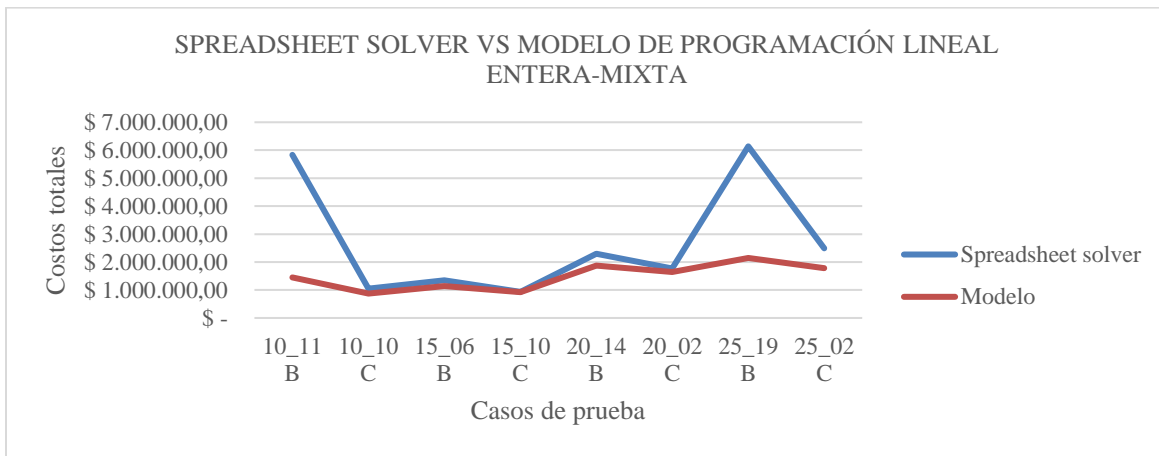


Fig.26. Diagrama de líneas comparación de costos del modelo propuesto vs VRP Spreadsheet solver

Posterior a la prueba piloto, se implementó el diseño propuesto a los 160 casos de prueba en un equipo con un procesador Intel® Core™ i5-8250U CPU @ 1,60GHz 1,80 GHz 8<sup>th</sup> Gen, con una memoria RAM de 8,00 Gb, con un tiempo límite de cómputo de 300 segundos (5 minutos), obteniendo resultados favorables, ya que, en promedio, los casos de prueba de 10 y 15 clientes para la clasificación de ventanas de tiempo B y C, y el caso de prueba de 20 clientes para la clasificación de ventanas de tiempo B, fueron solucionados de forma óptima como se observan en la Tabla XIV.

TABLA XIV  
RESULTADOS IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO DE PROGRAMACIÓN LINEAL ENTERA-MIXTA

Caso de prueba		Promedio						
Grupo (por número de clientes)	Subgrupo (por clasificación de TW)	Emisión (g)	Distancia (m)	Número promedio de vehículos	Costo por emisiones (\$/g)	Costo por distancia total recorrida (\$/m)	Costo total	Tiempo de cómputo promedio (s)
10	B	223.350,20	616.117,80	3,05	\$ 198.781,57	\$ 782.716,20	\$ 981.497,50	1,05
10	C	127.491,03	531.071,05	2,30	\$ 113.466,98	\$ 674.672,70	\$ 788.139,75	115,49
15	B	322.741,25	828.713,80	3,95	\$ 287.239,84	\$ 1.052.798,40	\$ 1.340.038,40	26,97
15	C	191.117,32	758.177,45	3,50	\$ 170.094,61	\$ 963.188,90	\$ 1.133.284,00	295,88
20	B	373.708,14	1.076.989,10	4,75	\$ 332.600,10	\$ 1.368.207,75	\$ 1.700.806,80	248,43
20	C	1.082.839,55	1.217.256,35	5,30	\$ 963.727,10	\$ 1.546.404,30	\$ 2.510.131,90	300,39
25	B	2.534.111,15	1.507.021,05	7,20	\$ 2.255.358,70	\$ 1.914.521,50	\$ 4.169.879,70	300,46
25	C	2.516.783,95	1.497.783,55	6,90	\$ 2.239.938,50	\$ 1.902.786,15	\$ 4.142.724,00	300,74

(\*) representa las soluciones óptimas

Se observa que con la implementación del diseño propuesto se obtienen mejores resultados que los obtenidos con la metodología del Vecino más cercano y el VRP Spreadsheet solver. De esta manera, se concluye que el diseño de la propuesta seleccionada cumple con los requerimientos de KPI's definido previamente.

### Metaheurística Búsqueda Tabú

Para la validación de la Búsqueda Tabú, es importante tener en cuenta que la lógica del programa es la que permite el cumplimiento de las especificaciones del problema. Por tanto, la validación del diseño surge al mismo tiempo en el que se realiza

el código de programación (con la lógica algorítmica) y se realizan pruebas de coherencia entre dicha programación y los resultados esperados. Para ello, fue necesario realizar un análisis en las distintas etapas del código, en esta sección presentaremos las más relevantes.

### *Codificación*

Para la validación de la codificación se debe asegurar que se generen todas las estructuras necesarias para el funcionamiento correcto de la heurística. En este caso, se consideraron tres estructuras, que almacenaran la información de los nodos, vehículos y la solución, detallados en la sección Diseño.

### *Decodificación*

Esta etapa es la encargada de calcular las variables, tales como la emisión total de CO<sub>2</sub>, la distancia total recorrida y los costos totales (z), de cada ruta obtenida en la creación de vecindarios. Para la validación de estas rutas, es necesario comprobar que la solución cumpla con los requerimientos de capacidad, el tiempo y las ventanas de tiempo, y, por tanto, sea factible. En el presente trabajo, las soluciones no factibles son penalizadas (descartadas) y no se tomarán en cuenta para la generación de vecindarios. Las comprobaciones de factibilidad se realizan en los fragmentos de código que se ilustran a continuación:

- Cumplimiento de la capacidad de los vehículos

```
if (sol.vVehiculos[i].CapActual <= sol.vVehiculos[i].CapMax) {  
    .  
    .  
    .  
} else {  
    sol.z = 200000000;}
```

Este condicional penaliza aquellos vehículos en los que la carga actual, en un determinado arco, excedan la capacidad máxima. De esta forma, cuando la solución z toma un valor muy grande no será tenido en cuenta por la heurística, que busca minimizar el costo total, descartando la solución.

- Cumplimiento de las ventanas de tiempo

```
double tiempo = sol.vVehiculos[i].vNodos[j - 1].second + sol.vVehiculos[i].vNodos[j - 1].first.tServ +  
dist[sol.vVehiculos[i].vNodos[j - 1].first.id][sol.vVehiculos[i].vNodos[j].first.id] /  
double(sol.vVehiculos[i].vNodosVel[j - 1]);  
if (tiempo <= sol.vVehiculos[i].vNodos[j].first.tw1) tiempo = sol.vVehiculos[i].vNodos[j].first.tw1;  
if (tiempo > sol.vVehiculos[i].vNodos[j].first.tw2) {  
    sol.z = 100000000; }
```

Este fragmento de código calcula el tiempo en el que el vehículo llega hacia un nodo determinado, mediante el acumulado del tiempo hasta el nodo predecesor más su tiempo de servicio y el tiempo de recorrido entre dicho predecesor y el nodo actual.

Posteriormente, a partir del cálculo del tiempo de llegada, se valida que el nodo que será atendido por un vehículo obedezca las ventanas de tiempo. Para ello, se ejecutan 2 condicionales. El primero, asegura que, si el vehículo llega a un nodo anticipando su horario de apertura, el vehículo pueda esperar hasta que el cliente se encuentre disponible. Por otro lado, el segundo condicional garantiza que la solución de aquellos vehículos en el que su tiempo de llegada hacia un cliente que exceda el horario de cierre de atención del mismo, se descarte, por medio de la asignación de un valor muy grande al z.

### *Estructura de vecindarios*

Para la validación de la estructura de los cuatro vecindarios, se procedió a hacer pruebas para observar el cumplimiento de las restricciones de los movimientos de búsqueda local, estas pruebas se realizaron durante la elaboración del código en c++, revisando en las instancias cómo se realizaban los movimientos entre los vehículos.

- Vecindario *Node Exchange*:

```
for (int j = 1; j < len1 - 1; j++) {
for (int k = 1; k < len2 - 1; k++) {
    if ((sol.vVehiculos[i].vNodos[j].first.tw1 >= sol.vVehiculos[i2].vNodos[k - 1].first.tw1) &&
(sol.vVehiculos[i].vNodos[j].first.tw1 <= sol.vVehiculos[i2].vNodos[k + 1].first.tw1)) {
        if ((sol.vVehiculos[i].vNodos[j - 1].first.tw1 <= sol.vVehiculos[i2].vNodos[k].first.tw1)
&&(sol.vVehiculos[i].vNodos[j + 1].first.tw1 >= sol.vVehiculos[i2].vNodos[k].first.tw1))
```

Por medio de este fragmento de código se verifica que si la ventana de tiempo de apertura (tw1) del nodo j del vehículo i se encontraba dentro de las ventanas de apertura (tw1) del vehículo i2, entre k-1 y k+1, entonces se procedía a realizar el intercambio de nodos. De no cumplir con esta condición, se procedía a revisar el nodo j+1 del vehículo i con el nodo k-1 y k+1 hasta revisar todos los posibles intercambios de nodos entre los vehículos.

- Vecindario *Node Relocate*:

```
if ((sol.vVehiculos[i].vNodos[j].first.tw1 >= sol.vVehiculos[i2].vNodos[k].first.tw1) && (sol.vVehiculos[i].vNodos[j].first.tw1
<= sol.vVehiculos[i2].vNodos[k + 1].first.tw1) && valido1)
```

El fragmento de código, verifica si el nodo j del vehículo i su ventana de tiempo de apertura (tw1) se encuentra dentro de las ventanas de tiempo de apertura del vehículo i2 de los nodos k-1 y k+1, para así proceder a eliminarlo del vehículo i y ubicarlo en el vehículo i2 entre los nodos antes mencionados. Por otro lado, también verifica que el vehículo sea válido, es decir, que al hacer la eliminación del nodo el vehículo no quede vacío solo con los nodos 0 que representan el depósito, dejando así un vehículo sin nodos a visitar.

- Vecindario *Speed Exchange*:

```
for (int j = 1; j < len1 - 1; j++) {
for (int k = 1; k < len2 - 1; k++) {
    if ((sol.vVehiculos[i].vNodos[j].first.tw1 >= sol.vVehiculos[i2].vNodos[k - 1].first.tw1) &&
(sol.vVehiculos[i].vNodos[j].first.tw1 <= sol.vVehiculos[i2].vNodos[k + 1].first.tw1)) {
        if ((sol.vVehiculos[i].vNodos[j - 1].first.tw1 <= sol.vVehiculos[i2].vNodos[k].first.tw1) &&
(sol.vVehiculos[i].vNodos[j + 1].first.tw1 >= sol.vVehiculos[i2].vNodos[k].first.tw1)) {
```

Por medio de este fragmento de código se verifica que si la ventana de tiempo de apertura (tw1) del nodo j del vehículo i se encontraba dentro de las ventanas de apertura (tw1) del vehículo i2, entre k-1 y k+1, entonces se procedía a realizar el intercambio de velocidades entre los nodos de llegada del arco. De no cumplir con esta condición, se procedía a revisar el nodo j+1 del vehículo i con el nodo k-1 y k+1 hasta revisar todos los posibles intercambios de velocidades entre los vehículos.

- Vecindario *Speed Switch*:

```
int nuev = 0;
int vel = sol.vVehiculos[i].vNodosVel[j];
int idNodo = sol.vVehiculos[i].vNodos[j + 1].first.id;
for (int k = 0; k < vVel.size(); k++) {
    if (vVel[k] != vel){
        nuev = vVel[k];
        vVel.erase(vVel.begin()+k);
        vVel.push_back(nuev);
        break;}
}
solucion sol2 = sol;
sol2.vVehiculos[i].vNodosVel[j] = nuev;
decode(sol2, dist, DatCiu, Grad);
```

Por medio de este fragmento de código, se verifica que la nueva velocidad que se le va a otorgar a el nodo, sea diferente a la velocidad inicial, ubicando la posición dentro del vector vVel, a la derecha de la velocidad inicial, asignando esta como velocidad nueva, y cambiando la posición de la velocidad asignada al final del vector, para no incurrir en la misma velocidad para los próximos nodos del vehículo.

### *Lista tabú y criterio de aspiración*

Para la verificación de la lista tabú, se procedió a crear una función para cada tipo de movimiento de los diferentes vecindarios, esta función se encarga de verificar si el movimiento se encuentra en la lista tabú, lo cual se verifica en la primera condición, si se encuentra en la lista tabú, se procede a verificar si al realizar el movimiento mejora el z global, si lo mejora el criterio de aspiración se vuelve verdadero.

```
bool CambioExchange(int id1, int id2, vector<pair<int, int>>& Tabu, double mejorVecinoZ, double nuevoVecinoZ, bool&
aspiracion) {
bool found = false;
aspiracion = false;
for (int i = 0; i < Tabu.size(); i++){
    if ((id1 == Tabu[i].first && id2 == Tabu[i].second) ||
(id2 == Tabu[i].first && id1 == Tabu[i].second)){
        found = true;
        break;
    }
}
if (found == true){
    if (mejorVecinoZ > nuevoVecinoZ){
        found = false;
        aspiracion = true;
    }
}
return found;
}
```

Como segunda instancia, se procedió a verificar si la función antes mencionada retorna falso, es decir que el movimiento no se encuentra en la lista tabú, verifico si ese movimiento mejora el Z del mejor vecino, y si lo mejora, dicha solución se convierte en el nuevo z de mejor vecino, por lo tanto, se guarda el movimiento en una lista tabú temporal, como se muestra en la siguiente fracción de código:

```
bool C = CambioExchange(sol.vVehiculos[i].vNodos[j].first.id, sol.vVehiculos[i2].vNodos[k].first.id, Tabu, mejorGlobal,
sol2.z, aspiracion);

if (C == false){
if (sol2.z < mejorZ) {
mejorZ = sol2.z;
MejorVeci = sol2;
vTabuTemp.first = sol.vVehiculos[i].vNodos[j].first.id;
vTabuTemp.second = sol.vVehiculos[i2].vNodos[k].first.id;
mejoro = true;
}
```

Finalmente, antes de retornar el mejor vecino, se procede a verificar si se encontró el mejor vecino es decir el mejor Z, después se verifica si cumplió con el criterio de aspiración, de resultar verdadero, se modifica la lista tabú, borrando el elemento más antiguo, de ser falso, se verifica si la lista está completa es decir si su tamaño es igual a , de estar completa se elimina el movimiento más antiguo y se agrega el nuevo movimiento, de lo contrario, solo se agrega el nuevo movimiento al final de la lista. Esto permite que el algoritmo no se estanque en las mismas soluciones, sino que recorra otros posibles vecinos para poder encontrar un mejor Z global.

```
if (mejoro){
    if (aspiracion){
```

```

Tabu.erase(Tabu.begin());
} else {
    if (Tabu.size() > int(sqrt(nClientes)) - 1) {
        Tabu.erase(Tabu.begin()); }
    Tabu.push_back(vTabuTemp);}

```

### Criterio de parada

Para la validación del criterio de parada se procedió a realizar una impresión por pantalla, de tal manera que se mostrara que el z global de todos los vecindarios no mejoraba después de 500 iteraciones, como se muestra en la Fig.27.

```

Z encontrado iteracion 0 con exchange fue: z =1519179,891998
Z encontrado iteracion 0 con relocate fue: z =3617127,379892
Z encontrado iteracion 0 con exchangevel fue: z =1552973,509551
Z encontrado iteracion 0 con velaleatorio fue: z =1741578,833027
Z Global = 1519179,891998
Z encontrado iteracion 1 con exchange fue: z =1504434,385975
Z encontrado iteracion 1 con relocate fue: z =3624053,050630
Z encontrado iteracion 1 con exchangevel fue: z =1550805,608500
Z encontrado iteracion 1 con velaleatorio fue: z =1709739,804436
Z Global = 1504434,385975
Z encontrado iteracion 2 con exchange fue: z =1501584,959934
Z encontrado iteracion 2 con relocate fue: z =3683053,901136
Z encontrado iteracion 2 con exchangevel fue: z =1553110,768286
Z encontrado iteracion 2 con velaleatorio fue: z =1528902,509210
Z Global = 1501584,959934
Z encontrado iteracion 3 con exchange fue: z =1504434,385975
Z encontrado iteracion 3 con relocate fue: z =3624053,050630
Z encontrado iteracion 3 con exchangevel fue: z =1550805,608500
Z encontrado iteracion 3 con velaleatorio fue: z =1507191,695492
Z Global = 1501584,959934
Z encontrado iteracion 4 con exchange fue: z =1501584,959934
Z encontrado iteracion 4 con relocate fue: z =3683053,901136
Z encontrado iteracion 4 con exchangevel fue: z =1553110,768286
Z encontrado iteracion 4 con velaleatorio fue: z =1494222,240766
Z Global = 1494222,240766
Z encontrado iteracion 5 con exchange fue: z =1504434,385975
Z encontrado iteracion 5 con relocate fue: z =3624053,050630
Z encontrado iteracion 5 con exchangevel fue: z =1550805,608500
Z encontrado iteracion 5 con velaleatorio fue: z =1484029,689072
Z Global = 1484029,689072
Z encontrado iteracion 6 con exchange fue: z =1501584,959934
Z encontrado iteracion 6 con relocate fue: z =3683053,901136
Z encontrado iteracion 6 con exchangevel fue: z =1553110,768286
Z encontrado iteracion 6 con velaleatorio fue: z =1477657,230620
Z Global = 1477657,230620

```

Fig. 27. Ejemplo del criterio de parada usado en la Búsqueda Tabú.

Posterior a la verificación, se implementó el algoritmo de búsqueda tabú a los 160 casos de prueba en un equipo con un procesador Intel® Core™ i5-8250U CPU @ 1,60GHz 1,80 GHz Gen, con una memoria RAM de 8,00 Gb, en Visual Studio con el lenguaje C++, los resultados se muestran en la Tabla XV. Se puede observar que el costo total oscila entre un millón y dos millones,

TABLA XV  
RESULTADOS DEL ALGORITMO DE BÚSQUEDA TABÚ

Caso de prueba		Promedio Búsqueda Tabú						
Grupo (por número de clientes)	Subgrupo (por clasificación de TW)	Emisión (g)	Distancia (m)	Número promedio de vehículos	Costo por emisiones (\$/g)	Costo por distancia total recorrida (\$/m)	Costo total	Tiempo de cómputo promedio (s)
10	B	241.605,41	716.496,00	3,55	\$ 215.028,82	\$ 910.236,52	\$ 1.125.265,34	1,89
10	C	200.904,96	703.595,95	3,05	\$ 178.805,42	\$ 893.848,29	\$ 1.072.653,71	0,93
15	B	451.789,73	984.893,45	4,60	\$ 402.092,86	\$ 1.251.208,64	\$ 1.653.301,50	7,36
15	C	294.362,86	1.049.941,90	5,10	\$261.982,94	\$ 1.333.846,19	\$ 1.595.829,13	5,66
20	B	475.686,63	1.279.113,05	5,80	\$ 423.361,10	\$ 1.624.985,22	\$ 2.048.346,32	18,36
20	C	397.659,73	1.240.458,20	5,05	\$ 353.917,16	\$ 1.575.878,10	\$ 1.929.795,26	10,86
25	B	494.834,68	1.458.739,50	6,85	\$ 440.402,87	\$ 1.853.182,66	\$ 2.293.585,53	28,74
25	C	450.535,31	1.399.944,95	6,40	\$ 400.976,42	\$ 1.778.490,06	\$2.179.466,49	15,90

## VI. VERIFICAR

### A. Medición de los impactos

#### Análisis financiero

##### Modelo de programación lineal entera-mixta

Debido a que la meta de mejora se estableció para el costo total, ya que está directamente relacionado a las demás variables y es el principal indicador de desempeño, se comparan los resultados totales de la aplicación del modelo de programación lineal entera-mixta (diseño propuesto) y el vecino más cercano (método actual). Esta comparación se ilustra mediante la gráfica de líneas de la Fig.28. Se observa que, pese a que el caso de prueba de 20 clientes para la clasificación de ventanas de tiempo C y los casos de prueba para 25 clientes no se resolvieron de forma óptima, los valores encontrados como la mejor solución para un tiempo de cómputo de 5 minutos logran disminuir de forma significativa los costos del método actual.

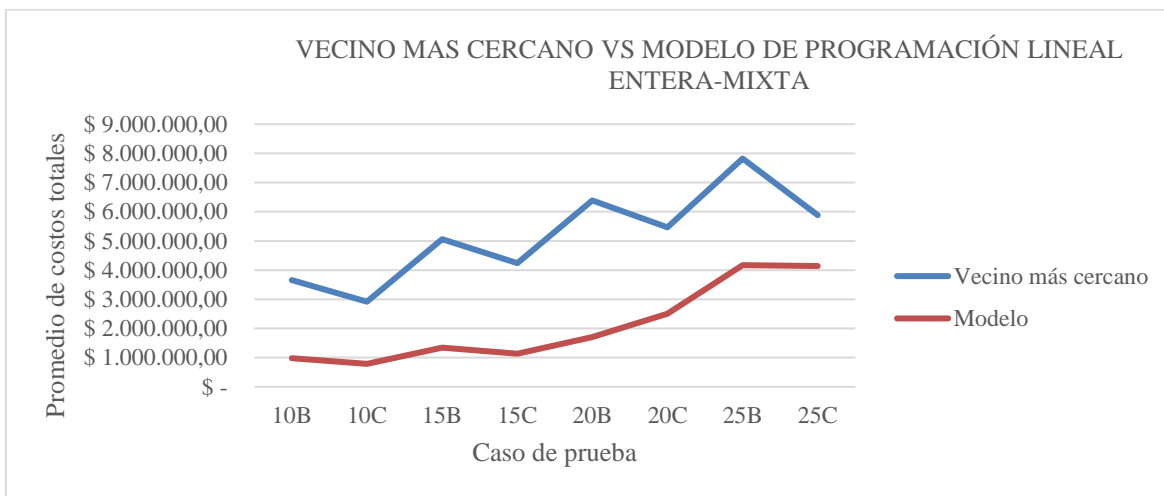


Fig.28. Diagrama de líneas comparación de costos del modelo propuesto vs algoritmo del vecino más cercano.

Para conocer el porcentaje de mejora del costo total se ilustra en la Tabla XVI se calcula la desviación porcentual de cada conjunto de instancias mediante la ecuación:  $\frac{CTMA - CTDMP}{CTMA} \times 100$ . Donde, *CTMA* son los costos totales del método actual (vecino más cercano) y son los *CTDMP* son los costos totales del modelo propuesto (modelo de programación lineal)

TABLA XVI  
RESULTADOS DESVIACIÓN PORCENTUAL DEL MODELO DE PROGRAMACIÓN LINEAL ENTERA-MIXTA VS VECINO MÁS CERCANO

Caso de prueba		Desviación porcentual
Grupo (por número de clientes)	Subgrupo (por clasificación de TW)	
10	B	73,13%
10	C	73,00%
15	B	73,50%
15	C	73,23%
20	B	73,37%
20	C	54,08%



25	B	46,70%
25	C	29,59%

A partir de la desviación porcentual, se puede afirmar que el modelo propuesto reduce en promedio un 62,08% los costos totales de transporte y emisión de CO<sub>2</sub>. De esta manera, se concluye que el diseño de la propuesta seleccionada cumple con la meta planteada para los KPI's de al menos un 5% de mejora en los costos totales.

Por otro lado, para la implementación del modelo matemático es necesario el uso de un lenguaje computacional y un motor de solución comercial (solver), en este caso AMPL y CPLEX, para ello, se considera la inversión para la compra de la licencia de un valor de USD 13.500 (incluye mantenimiento y soporte del primer año) para un usuario único y un solucionador CPLEX, según la lista de precios de la página web de AMPL para el 2020. Adicionalmente, para el mantenimiento de la licencia se debe realizar un pago del 20% del valor de la licencia vigente al momento de la renovación. Esta inversión corresponde a un valor único de COP 47.083.275, y un mantenimiento para los siguientes años de COP 9.416.655 asumiendo que el costo de la licencia sea igual a la actual. La inversión en pesos colombianos se calculó a partir de la Tasa Representativa del Mercado (TRM) con un valor de \$3.487, 65 pesos colombianos por dólar estadounidense [76].

Teniendo en cuenta la inversión, en la Tabla XVII se calcula el Periodo de Recuperación de la Inversión (PRI), considerando el ahorro por la sustitución del método del vecino más cercano con el modelo de programación lineal.

TABLA XVIII  
PERIODO DE RECUPERACIÓN DE LA INVERSIÓN DEL MODELO DE PROGRAMACIÓN LINEAL A PARTIR DEL AHORRO

Caso de prueba		PRI (en días)
Grupo (por número de clientes)	Subgrupo (por clasificación de TW)	
10	B	17,6
10	C	22,1
15	B	12,7
15	C	15,2
20	B	10,0
20	C	15,9
25	B	12,9
25	C	27,0

Como se puede observar, en promedio para cada grupo de instancias, el periodo de recuperación es menor a un mes, lo que es viable considerando la desviación porcentual del diseño en relación con la solución del vecino más cercano. Por tanto, la implementación del método propuesto para el ruteo de vehículos informa resultados positivos basados en los ahorros generados, inclusive considerando una notable inversión para su implementación.

### **Metaheurística Búsqueda Tabú**

En este caso, se comparan los resultados de los costos totales de la ejecución del algoritmo (meta-heurística propuesta) y los costos totales del vecino más cercano (método actual).

La comparación se lleva a cabo mediante la gráfica de líneas ilustrada en la Fig. 29. Se observa que, en todos los casos de prueba para ambas clasificaciones de ventanas de tiempo, los resultados obtenidos por la metaheurística de Búsqueda Tabú, disminuyen considerablemente todos los costos reportados mediante el método actual.

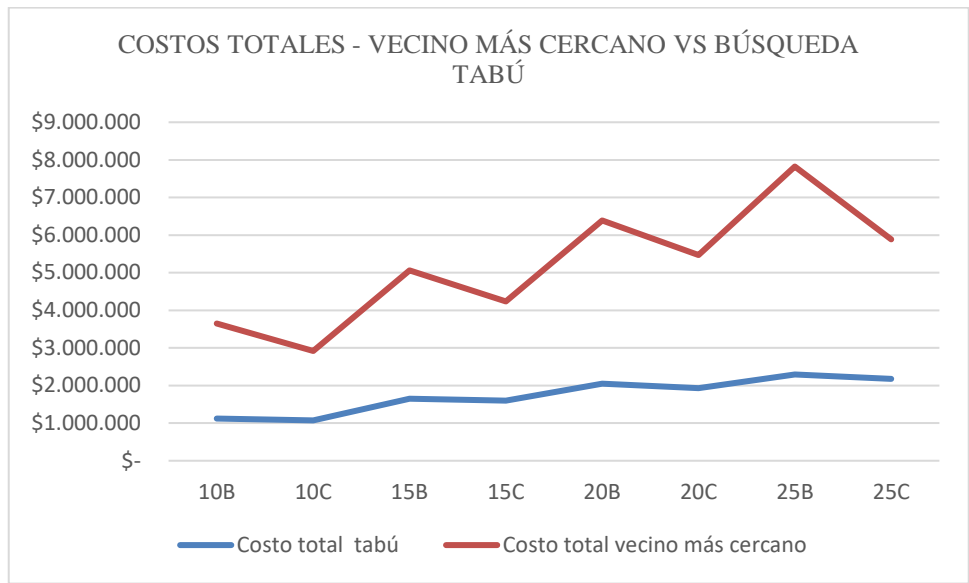


Fig. 29. Vecino más cercano vs búsqueda tabú

Para estimar el porcentaje de mejora del indicador de Costo Total se calcula la desviación porcentual de cada conjunto de instancias haciendo uso de la ecuación:

$$\frac{CTMA - CTBT}{CTMA} * 100.$$

Donde, *CTMA* son los costos totales del método actual (vecino más cercano) y *CTBT* son los costos totales de la meta heurística propuesta (Búsqueda Tabú). Los resultados se observan en la Tabla XIX.

TABLA XIX  
RESULTADOS DESVIACIÓN PORCENTUAL DE LA BUSQUEDA TABU

Caso de prueba		Desviación porcentual
Grupo (por número de clientes)	Subgrupo (por clasificación de TW)	
10	B	69,19%
10	C	63,25%
15	B	67,31%
15	C	62,31%
20	B	67,93%
20	C	64,69%
25	B	70,68%
25	C	62,96%

Mediante los resultados de la desviación porcentual, podemos afirmar que la meta heurística propuesta reduce en un 66,04% los costos totales de transporte y de emisiones de CO2. Por lo que podemos concluir que la meta heurística propuesta cumple con la meta planteada para los Indicadores de desempeño, de reducir al menos un 5% los costos totales de la solución actual.

Por otra parte, la implementación del algoritmo de Búsqueda Tabú no requiere de la compra de una licencia. Por esto, no existe un periodo de recuperación de inversión y los ahorros correspondientes al ruteo de vehículos comienzan a partir de la ejecución del algoritmo.

### Análisis ambiental

#### Modelo de programación lineal

Puesto que las emisiones de CO<sub>2</sub> se representaron en costos, el análisis pertinente a los costos de emisiones incluidas en los costos totales permite observar el decremento de este indicador. Sin embargo, con objeto de un análisis ambiental más profundo, se estudiarán los resultados pertinentes a la variable de estudio de las emisiones. Para lo anterior, en la Fig. 30 se comparan los resultados del modelo actual y propuesto del promedio de las emisiones totales de CO<sub>2</sub> para cada conjunto de instancias y se calcula la desviación porcentual, con el fin de conocer el porcentaje de mejora.

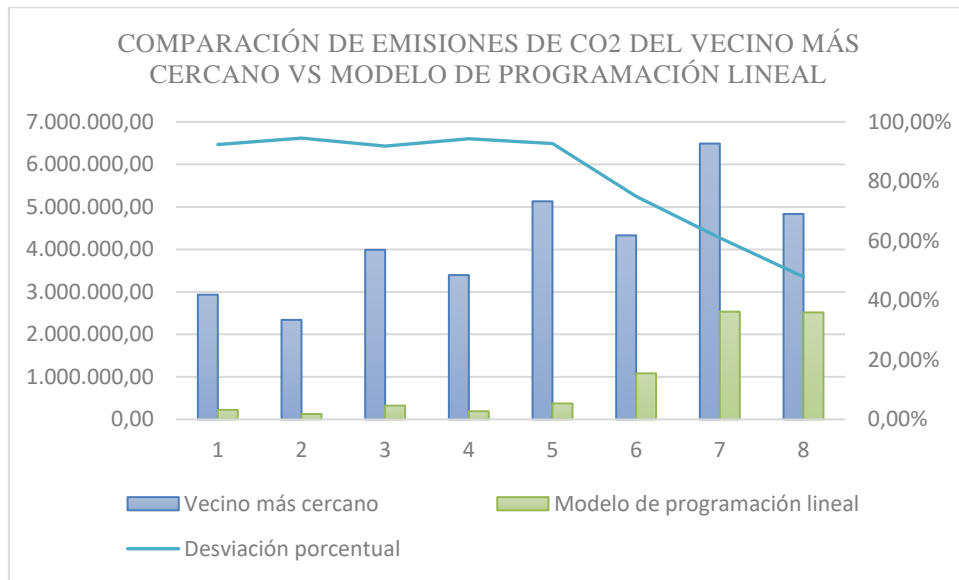


Fig. 30. Diagrama de comparación de emisiones del modelo propuesto vs algoritmo del vecino más cercano

A partir de la desviación porcentual, se puede afirmar que el modelo propuesto muestra resultados positivos en el aspecto ambiental, ya que reduce en promedio un 81,23% las emisiones CO<sub>2</sub>.

#### Metaheurística búsqueda tabú

Dado que el único objetivo de la solución no es disminuir los costos totales, sino también las emisiones de CO<sub>2</sub>, se procede a hacer un análisis comparativo de las emisiones de CO<sub>2</sub> de las dos alternativas de solución búsqueda tabú y vecino más cercano para las 160 instancias propuestas por Naderipour [25], para lo anterior los resultados se muestran en la Fig.31.

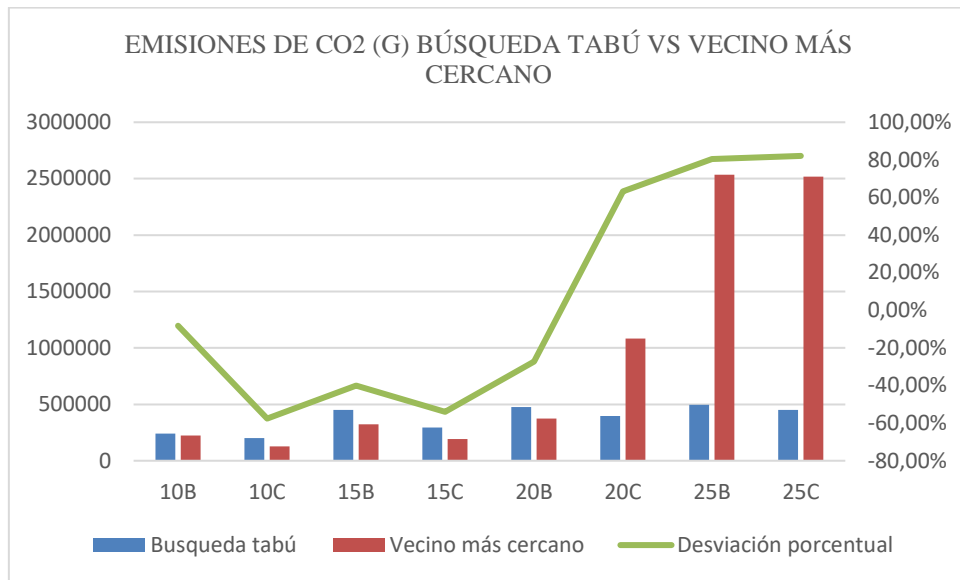


Fig. 31. Diagrama de comparación de emisiones del modelo propuesto vs algoritmo del vecino más cercano

A partir de la desviación porcentual, se puede afirmar que el modelo propuesto muestra resultados positivos en el aspecto ambiental, ya que reduce en promedio un 90,97% las emisiones CO<sub>2</sub>.

#### Metaheurística Búsqueda Tabú vs Modelo de programación lineal

En orden de realizar un análisis más profundo sobre las alternativas propuestas de solución, se compara el algoritmo de Búsqueda Tabú que obtiene buenas soluciones y el modelo de programación lineal que obtiene soluciones óptimas para problema pequeños (dentro del límite de tiempo establecido). En la Fig. 32 se aprecia que el costo del modelo matemático aumenta desde las instancias 15B, dado que el tiempo de cómputo empieza aumentar a medida que aumenta el número de clientes, por su parte, el costo del algoritmo de Búsqueda Tabú aumenta muy poco a medida que se aumentan el número de clientes de las instancias.

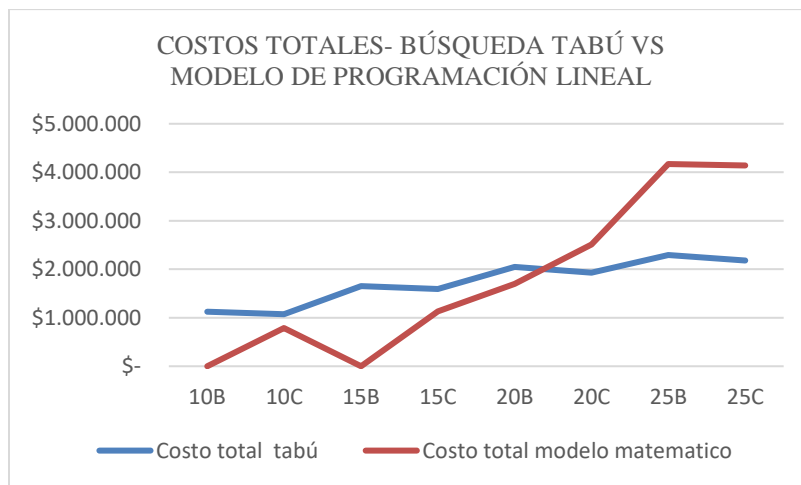


Fig. 32. Costos totales búsqueda tabú vs modelo matemático

Por otro lado, en la Fig. 33. se puede observar que al analizar las emisiones de CO<sub>2</sub> en gramos de las dos alternativas de solución, resultar ser más eficiente o menor contaminante el modelo matemático para instancias hasta con 20 clientes, dado que las emisiones son mínimas para estas instancias, por su parte el algoritmo de búsqueda tabú, obtiene pocas emisiones para las instancias de más de 20 clientes, siendo un método de solución más eficiente para instancias que contengan un mayor número de clientes.

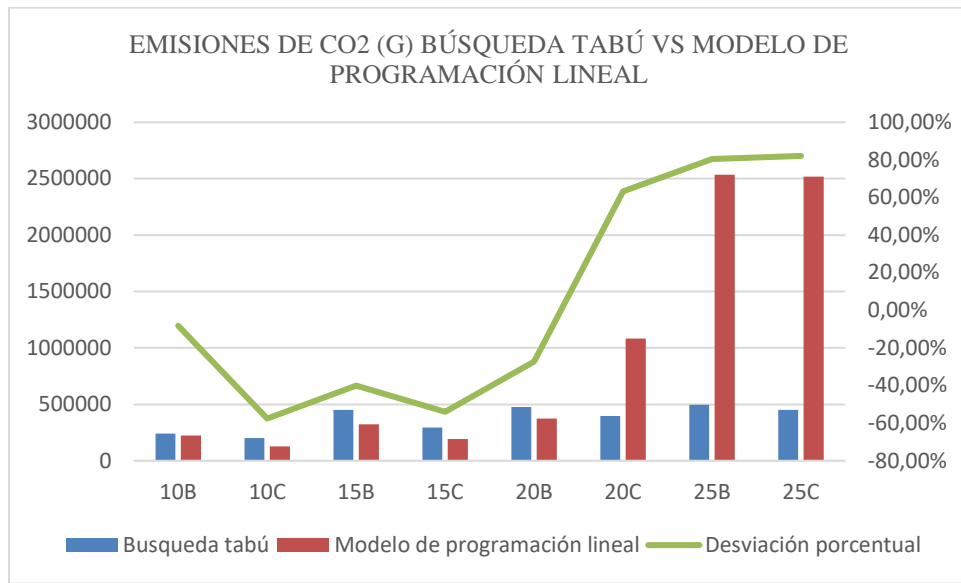


Fig. 33. Emisiones de CO2 Búsqueda tabú vs Modelo de programación lineal

### B. Estandarización de la solución – POE'S (plan de control)

Con el fin de estandarizar el proceso para realizar el ruteo, y, debido a que las metodologías propuestas requieren la ejecución lenguajes de programación mediante pasos establecidos y acciones previas tales como la adición de los datos, se creó un Manual del usuario para el Ruteo Ecológico con Ventanas de Tiempo mediante MIP y un Manual del usuario para el Ruteo Ecológico con Ventanas de Tiempo mediante un Tabú Search. Ver Anexo 11 y 12.

### C. Conclusiones

Este proyecto abordó el *Pollution Routing Problem (PRP) with time windows and speed decisions*. Se propuso un nuevo modelo matemático que reduce los costos de transporte y los costos asociados a la emisión de CO<sub>2</sub>, teniendo en cuenta decisiones de velocidad respecto a cada arco  $(i, j)$ . En promedio, los resultados obtenidos a partir del modelo matemático fueron óptimos en el tiempo límite establecido de 5 minutos para instancias de 10 y 15 clientes para las dos clasificaciones de ventanas de tiempo y, en el caso de las instancias de 20 clientes para la clasificación de ventanas de tiempo B. Para las instancias restantes, se obtuvieron resultados, que, aunque no fueron óptimos, mejoraron los indicadores con respecto al vecino más cercano.

Por otro lado, se propuso una metaheurística de Búsqueda Tabú, en el lenguaje de programación C++, como alternativa de solución para el *Pollution Routing Problem (PRP) with time windows and speed decisions*. Este algoritmo se ejecutó en un tiempo de cómputo promedio de 11,21 segundos para las 160 instancias, generando soluciones factibles de alta calidad que mejoran los indicadores con respecto al vecino más cercano.

En ambos casos, se garantizó que los diseños cumplieran con los requerimientos de desempeño, mediante la validación y análisis matemático sujeto a las restricciones del modelo de programación lineal y la ejecución paso a paso de la heurística en el lenguaje de programación C++.

Para evaluar la viabilidad del proyecto, se realizaron análisis financieros que permitieron conocer los ahorros generados mediante las implementaciones de los 2 diseños propuestos. Mediante este análisis se obtuvo un periodo de recuperación de la inversión para el modelo de programación lineal en promedio menor a 1 mes para cada conjunto de instancias. Dicha implementación permitió una reducción del costo total de 62,08% en promedio. Por otra parte, la implementación de la búsqueda Tabú no requirió una inversión inicial, lo que es favorable para las empresas pequeñas sin la capacidad económica para adquirir software de alto nivel. La Búsqueda Tabú permitió una reducción promedio del costo total de 66,04%. También, se realizó un análisis ambiental que permitió conocer la reducción de las emisiones de CO<sub>2</sub>, que, en el caso del modelo de programación lineal se redujo, en promedio, un 81,23% las emisiones CO<sub>2</sub>. Mientras que la búsqueda Tabú redujo, en promedio, un 90,97% las emisiones CO<sub>2</sub>.

Por otro lado, se realizó una comparación entre el modelo de programación lineal y la búsqueda tabú, demostrando que el uso de la programación lineal es eficiente para resolver problemas de ruteo pequeños, debido a que encuentra soluciones óptimas. Por el contrario, pierde eficiencia cuando el número de clientes crece, por su naturaleza NP–Hard. Asimismo, la comparación de los diseños evidenció que la búsqueda tabú obtiene mejores soluciones factibles en tiempos de cómputo reducidos, resultando más eficiente para problemas de ruteo con altos números de clientes y más económico para su implementación.

Finalmente, se concluye que el proyecto cumplió cabalmente los objetivos establecidos, ya que presenta 2 metodologías como alternativas de solución para que las empresas logren disminuir sus costos de ruteo de forma ecológica.

### *Recomendaciones*

- Para la implementación de la metodología se recomienda la utilización de un equipo con un procesador de alto rendimiento de tal forma que permita encontrar soluciones tiempo computacional corto.
- Se sugiere el uso del modelo de programación lineal para problemas pequeños de 10 y 15 clientes, debido a que podría arrojar resultados óptimos. Para realizar el ruteo de clientes mayores a 15, se recomienda el uso de la heurística, ya que permite encontrar buenas soluciones en tiempos de cómputo razonables.
- Para la Búsqueda Tabú, se recomienda tener en cuenta las soluciones no factibles para la generación de vecindarios, debido a que su exploración podría permitir encontrar soluciones factibles que sean mejores a las actuales.

## VII.GLOSARIO

- TSP: Travelling Salesman Problem, problema de optimización que busca minimizar el costo total asociado a completar una ruta en la que se atienda la totalidad de una agrupación de clientes, comenzando y finalizando en el depósito [41].
- VRP: Vehicle Routing Problem, es un problema de optimización combinatoria que tiene como objetivo determinar el conjunto óptimo de rutas que debe realizar una flota de vehículos para atender a un conjunto determinado de clientes, de forma que se minimicen los costos de transporte. El VRP parte del TSP, ya que es una extensión de este [14].
- VRPTW: Vehicle Routing Problem with Time Windows, es una variante del VRP, en las que cada cliente se asocia un intervalo de tiempo para el cargue o descargue de mercancías.
- PRP: Pollution Routing Problem, es la variante ecológica del VRP, que además de la búsqueda de minimización de costos, tiene como objetivo la disminución de la contaminación atmosférica causada por los vehículos de carga. También es conocido en la literatura como Green VRP o GVRP [15].
- Gradiente: inclinación de carretera.
- NP-Hard: clasificación de complejidad para problemas difíciles de resolver.
- Tiempo polinomial: tiempo de ejecución de un algoritmo que sigue un comportamiento polinomial, de la forma:  $a_1x^n + a_2x^{n-1} + \dots + a_{n-1} + a_n$
- Factible: si un punto  $x$  se encuentra en  $X$  y cumple con todas las restricciones asociadas al problema, entonces se considera factible [66].
- Optimización: la optimización es el campo que estudia la maximización o minimización de funciones reales. si un punto  $x$  es factible y presenta una solución mejor que el de todos los demás puntos factibles, entonces se considera óptimo [66].
- Algoritmo: conjunto de instrucciones ordenadas que permiten solucionar un problema.

- Heurísticas: “son métodos que buscan buenas soluciones (cercanas al óptimo) a un costo computacional razonable sin poder garantizar optimalidad” [59].
- Metaheurísticas: son métodos aproximados que guían y modifican otras heurísticas para crear nuevas soluciones de las que son normalmente generadas, evadiendo de esta manera posibles óptimos locales, transformando una solución en otra [60].

## VIII.REFERENCIAS

- [1] D. Simchi-levi, X. Chen, and J. Bramel, “The logic of logistics. Theory, algorithms, and applications for logistics and supply chain management. 2nd ed,” 2004.
- [2] Departamento Nacional de Planeación, “PLAN NACIONAL DE DESARROLLO 2018-2022 Pacto por Colombia, pacto por la equidad,” Bogotá. D.C, 2018.
- [3] T. W. Bank, “LPI: Global Rankings 2018,” 2018.
- [4] Departamento Nacional de Planeación, “ENCUESTA NACIONAL LOGÍSTICA 2018,” 2018.
- [5] J. Grabara, M. Kolcun, and S. Kot, “The role of information systems in transport logistics,” *Int. J. Educ. Res.*, vol. 2, 2014.
- [6] Ministerio de Ambiente y Desarrollo Sostenible, “Código Nacional de Recursos Naturales Renovables y de Protección al Medio Ambiente,” Bogotá. D.C, 2014.
- [7] Departamento Administrativo Nacional de Estadística –DANE, “Encuesta Industrial Ambiental (EAI) 2016,” Bogotá. D.C, 2018.
- [8] RCN Radio, “A mil millones de pesos de sanción se exponen 17 empresas de Bogotá por contaminación,” Bogotá. D.C, Mar-2018.
- [9] V. Bedoya, O. Marquet, and C. Miralles-Guasch, “Estimación de las emisiones de CO2 desde la perspectiva de la demanda de transporte en Medellín,” *Rev. Transp. y Territ.*, vol. 15, pp. 302–322, 2016.
- [10] Departamento Nacional de Planeación, “Energy Demand Situation in Colombia,” 2017.
- [11] EL ESPECTADOR, “En enero de 2020, precio de la gasolina se mantiene estable y el Acpm sube \$185,” 30-Dec-2019.
- [12] N. Rojas, “Aire y problemas ambientales de Bogotá,,” Universidad Nacional de Colombia, 2007.
- [13] S. Joya, C. Peña, and A. Prada, “PRODUCTOS ANALÍTICOS PARA APOYAR LA TOMA DE DECISIONES SOBRE ACCIONES DE MITIGACIÓN A NIVEL SECTORIAL,” Bogotá. D.C, 2014.
- [14] P. Toth and D. Vigo, *The Vehicle Routing Problem*. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2002.
- [15] C.-F. Hsueh, “A Vehicle Routing Problem with Consideration of Green Transportation,” *J. Manag. Sustain.*, vol. 7, p. 89, 2017, doi: 10.5539/jms.v7n4p89.
- [16] Ministerio de Transporte, “¿Quiénes somos?,” 2019. [Online]. Available: [https://www.mintransporte.gov.co/publicaciones/33/quienes\\_somos/](https://www.mintransporte.gov.co/publicaciones/33/quienes_somos/).
- [17] Ministerio del Trabajo, “Presentación del Ministerio.” [Online]. Available: <http://www.mintrabajo.gov.co/web/guest/el-ministerio/nuestra-funcion/presentacion-del-ministerio>.
- [18] W. Mora, “Comunidad científica,” Sep. 2014.
- [19] Observatorio Colombiano de Gobernanza del Agua, “AUTORIDADES AMBIENTALES EN COLOMBIA.” [Online]. Available: <http://www.ideam.gov.co/web/ocga/autoridades>.
- [20] C.-Y. Liong, I. Wan, and K. Omar, “Vehicle routing problem: Models and solutions,” *J. Qual. Meas. Anal.*, vol. 4, pp. 205–218, 2008.
- [21] Instituto Nacional de Vías, “Estados de las vías,” 2019. [Online]. Available: <https://www.invias.gov.co/767/estadovias.html>.
- [22] EPA, “Descripción general de los gases de efecto invernadero,” EE.UU., 2017.
- [23] Ministerio de Transporte, “Estructura de costos de operación vehicular 2006,” *Minist. Transp.*, p. 7, 2006.
- [24] K. THAN, “Estimated social cost of climate change not accurate, Stanford scientists say,” California, 2015.
- [25] M. Naderipour and M. Alinaghian, “Measurement, evaluation and minimization of CO2, NOx, and CO emissions in the open time dependent vehicle routing problem,” *Meas. J. Int. Meas. Confed.*, vol. 90, pp. 443–452, Aug. 2016, doi: 10.1016/j.measurement.2016.04.043.
- [26] R. Kramer, A. Subramanian, T. Vidal, and L. D. A. F. Cabral, “A matheuristic approach for the Pollution-Routing Problem,” *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 243, no. 2, pp. 523–539, 2015, doi: 10.1016/j.ejor.2014.12.009.
- [27] A. Grasas, J. Caceres-Cruz, H. R. Lourenço, A. A. Juan, and M. Roca, “Vehicle routing in a Spanish distribution

- company: Saving using a savings-based heuristic,” *OR Insight*, vol. 26, no. 3, pp. 191–202, 2013, doi: 10.1057/ori.2013.2.
- [28] B. Tunjongsirigul and P. Pongchairerks, “A Genetic algorithm for a vehicle routing problem on a real application of Bakery delivery,” in *2010 2nd International Conference on Electronic Computer Technology*, 2010, pp. 214–217, doi: 10.1109/ICECTECH.2010.5479956.
- [29] E. Aguirre-Gonzalez and J. Villegas, “A Two-Phase Heuristic for the Collection of Waste Animal Tissue in a Colombian Rendering Company,” 2017, pp. 511–521, doi: 10.1007/978-3-319-66963-2\_45.
- [30] H. Soleimani, Y. Chaharlang, and H. Ghaderi, “Collection and Distribution of Returned-Remanufactured Products in a Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery Considering Sustainable and Green Criteria,” *J. Clean. Prod.*, vol. 172, 2017, doi: 10.1016/j.jclepro.2017.10.124.
- [31] K. Karagül and I. Güngör, “A case study of heterogeneous fleet vehicle routing problem: Touristic distribution application in Alanya,” *An Int. J. Optim. Control Theor. Appl.*, vol. 4, pp. 67–76, 2014, doi: 10.11121/ijocta.01.2014.00185.
- [32] P. R. de Oliveira da Costa, S. Mauceri, P. Carroll, and F. Pallonetto, “A Genetic Algorithm for a Green Vehicle Routing Problem,” *Electron. Notes Discret. Math.*, vol. 64, pp. 65–74, Feb. 2018, doi: 10.1016/j.endm.2018.01.008.
- [33] G. Liu, J. Hu, Y. Yang, S. Xia, and M. Lim, “Vehicle routing problem in cold Chain logistics: A joint distribution model with carbon trading mechanisms,” *Resour. Conserv. Recycl.*, vol. 156, p. 104715, 2020, doi: 10.1016/j.resconrec.2020.104715.
- [34] Ministerio de Transporte, *Decreto Número 000 015 de 2011*. 2011, p. 5.
- [35] Ministerio de Transporte, *Resolución No 004100 de 28 DIC 2004*. Colombia.
- [36] V. Gutiérrez, J. Palacio, and J. Villegas, “Reseña del Software disponible en Colombia para el diseño de rutas de distribución y servicios,” *Rev. Univ. EAFIT*, vol. 43, no. 145, pp. 60–80, 2007.
- [37] R. He, W. Xu, Y. Wang, and W. Zhan, “A Route-Nearest Neighbor Algorithm for Large-Scale Vehicle Routing Problem,” in *2010 Third International Symposium on Intelligent Information Technology and Security Informatics*, 2010, pp. 390–393, doi: 10.1109/IITSI.2010.144.
- [38] E. H. L. Aarts and J. K. Lenstra, Eds., “Local search in combinatorial optimization,” Wiley-Interscience, 1997.
- [39] G. Erdoğan, “An open source Spreadsheet Solver for Vehicle Routing Problems,” *Comput. Oper. Res.*, vol. 84, pp. 62–72, Aug. 2017, doi: 10.1016/j.cor.2017.02.022.
- [40] D. Pisinger and S. Ropke, “A general heuristic for vehicle routing problems,” *Comput. Oper. Res.*, vol. 34, pp. 2403–2435, 2005, doi: 10.1016/j.cor.2005.09.012.
- [41] A. H. G. LENSTRA, J. K.; RINNOOY KAN, “Complexity of Vehicle Routing and Scheduling Problems.pdf,” vol. 11, pp. 221–227, 1979.
- [42] Y. T. Sasmi Hidayatul, A. Djunaidy, and A. Muklason, “Solving multi-objective vehicle routing problem using hyper-heuristic method by considering balance of route distances,” *2019 Int. Conf. Inf. Commun. Technol. ICOIACT 2019*, no. January 2020, pp. 937–942, 2019, doi: 10.1109/ICOIACT46704.2019.8938484.
- [43] Z. Michalewicz and D. B. Fogel, *How to Solve It: Modern Heuristics*. Springer, 2000.
- [44] M. D. Arango and C. A. Serna, “A Memetic Algorithm for the Traveling Salesman Problem,” *IEEE Lat. Am. Trans.*, vol. 13, no. 8, pp. 2674–2679, 2015, doi: 10.1109/TLA.2015.7332148.
- [45] T. Bektas and G. Laporte, “The Pollution-Routing Problem,” *Transp. Res. Part B Methodol.*, vol. 45, pp. 1232–1250, 2011, doi: 10.1016/j.trb.2011.02.004.
- [46] R. Goel and R. Maini, “Vehicle routing problem and its solution methodologies: A survey,” *Int. J. Logist. Syst. Manag.*, vol. 28, no. 4, pp. 419–435, 2017, doi: 10.1504/IJLSM.2017.087786.
- [47] S. Dabia, E. Demir, and T. Van Woensel, “An Exact Approach for a Variant of the Pollution-Routing Problem,” *Transp. Sci.*, 2015, doi: 10.1287/trsc.2015.0651.
- [48] R. Fukasawa, Q. He, and Y. Song, “A disjunctive convex programming approach to the pollution-routing problem,” *Transp. Res. Part B Methodol.*, vol. 94, pp. 61–79, Dec. 2016, doi: 10.1016/j.trb.2016.09.006.
- [49] M. Bravo, L. Rojas, and V. Parada, “An evolutionary algorithm for the multi-objective pick-up and delivery pollution-routing problem,” *Int. Trans. Oper. Res.*, vol. 26, pp. 302–317, 2019, doi: 10.1111/itor.12376.
- [50] G. Poonthalir and R. Nadarajan, “A Fuel Efficient Green Vehicle Routing Problem with varying speed constraint (F-GVRP),” *Expert Syst. Appl.*, vol. 100, pp. 131–144, Jun. 2018, doi: 10.1016/j.eswa.2018.01.052.
- [51] W. Rodríguez-Vásquez, “Modelado de un problema de ruteo de vehículos con múltiples depósitos, ventanas de tiempo y flota heterogénea de un servicio de mensajería,” *Inf. tecnológica*, vol. 31, pp. 207–214, 2020, doi: 10.4067/S0718-07642020000100207.
- [52] J. Daza, J. Montoya-Torres, and F. Marín, “Resolución del problema de enrutamiento de vehículos con limitaciones de capacidad utilizando un procedimiento metaheurístico de dos fases,” *Rev. EIA, ISSN 1794-1237, N°. 12, 2010, pags.*



23-38, vol. 12, 2009.

- [53] J. Orrego, D. Ospina-Toro, and E. Toro, "Solution to the Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP) using a metaheuristic technique," *Sci. Tech.*, vol. 21, pp. 225–233, 2016, doi: 10.22517/23447214.9013.
- [54] A. Abdi, A. Abdi, N. Akbarpour, A. S. Amiri, and M. Hajiaghahi-Keshteli, "Innovative approaches to design and address green supply chain network with simultaneous pick-up and split delivery," *J. Clean. Prod.*, vol. 250, p. 119437, Mar. 2020, doi: 10.1016/j.jclepro.2019.119437.
- [55] L. Teng and Z. Zhang, "Green vehicle routing problem with load factor," vol. 3, pp. 75–82, 2016, doi: 10.4399/978885489937707.
- [56] L.-F. Hsu, C.-C. Hsu, and T.-D. Lin, "An Intelligent Artificial System : Artificial Immune based Hybrid Genetic Algorithm for the Vehicle Routing Problem," *Appl. Math. Inf. Sci.*, vol. 8, pp. 1191–1200, 2014, doi: 10.12785/amis/080332.
- [57] R. Kramer, N. Maculan, A. Subramanian, and T. Vidal, "A speed and departure time optimization algorithm for the pollution-routing problem," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 247, no. 3, pp. 782–787, Dec. 2015, doi: 10.1016/j.ejor.2015.06.037.
- [58] B. Afshar-Nadjafi and A. Afshar-Nadjafi, "A constructive heuristic for time-dependent multi-depot vehicle routing problem with time-windows and heterogeneous fleet," *J. King Saud Univ. - Eng. Sci.*, vol. 29, no. 1, pp. 29–34, Jan. 2017, doi: 10.1016/j.jksues.2014.04.007.
- [59] C. K. Y. Lin, "Resources Requirement and Routing in Courier Service," *Veh. Routing Probl.*, no. September 2008, 2008, doi: 10.5772/5644.
- [60] T. Caric and H. Gold, *Vehicle Routing Problem*. Vienna, Austria, 2008.
- [61] S. Tausch, F. Steinberger, and H. Hussmann, "Thinking Like Disney: Supporting the Disney Method Using Ambient Feedback Based on Group Performance," 2015, vol. 9298, pp. 614–621, doi: 10.1007/978-3-319-22698-9\_42.
- [62] V. Rayward-Smith, I. Osman, C. Reeves, and G. Simth, *Modern Heuristic Search Methods*. 1996.
- [63] F. Glover, M. Laguna, and R. Marti, *Tabu Search*, vol. 16. 2008.
- [64] S. Karakatić and V. Podgorelec, "A survey of genetic algorithms for solving multi depot vehicle routing problem," *Appl. Soft Comput.*, vol. 27, pp. 519–532, 2015, doi: 10.1016/j.asoc.2014.11.005.
- [65] O. Bräysy and M. Gendreau, "Tabu Search heuristics for the Vehicle Routing Problem with Time Windows," *TOP An Off. J. Spanish Soc. Stat. Oper. Res.*, vol. 10, pp. 211–237, 2002, doi: 10.1007/BF02579017.
- [66] L. M. Gambardella, R. Taillard, and G. Agazzi, "MACS-VRPTW: A multiple ant colony system for vehicle routing problems with time windows," 2001.
- [67] E. E. Zachariadis, C. D. Tarantilis, and C. T. Kiranoudis, "A hybrid metaheuristic algorithm for the vehicle routing problem with simultaneous delivery and pick-up service," *Expert Syst. Appl.*, vol. 36, no. 2 PART 1, pp. 1070–1081, Mar. 2009, doi: 10.1016/j.eswa.2007.11.005.
- [68] J. Nalepa, *Smart Delivery Systems: Solving Complex Vehicle Routing Problems*, 1st Editio. Elsevier, 2019.
- [69] G. Laporte, "Classical and modern heuristics for the vehicle routing problem," *Int. Trans. Oper. Res.*, vol. 7, pp. 285–300, 2000, doi: 10.1016/S0969-6016(00)00003-4.
- [70] F. Hiller and G. Lieberman, *Introducción a la investigación de operaciones*, Novena. México: MacGraw-Hill, 1989.
- [71] D. Quila, D. Morillo Torres, G. Cabrera-Guerrero, R. Linfati, and G. Gatica, "A New Mathematical Model for the Vehicle Routing Problem with Backhauls and Time Windows," 2020, pp. 46–53.
- [72] F. Glover and M. Laguna, *Tabu search I*, vol. 1. 1999.
- [73] P. Nguyen, T. G. Crainic, and M. Toulouse, "A Tabu Search for Time-dependent Multi-zone Multi-trip Vehicle Routing Problem with Time Windows," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 231, pp. 43–56, 2013, doi: 10.1016/j.ejor.2013.05.026.
- [74] O. Chávez-Bosquez, P. Pozos, and J. Gómez-Ramos, "Búsqueda Tabú con Criterio de Aspiración Probabilístico aplicada a la Generación de Horarios Escolares," *Rev. Matemática Teoría y Apl.*, vol. 22, pp. 153–177, 2015, doi: 10.15517/rmta.v22i1.17560.
- [75] X. Fan, N. Li, B. Zhang, and Z. Liu, "Research on vehicle routing problem with soft time windows based on tabu search algorithm," *2011 IEEE 18th Int. Conf. Ind. Eng. Eng. Manag. IE EM 2011*, 2011, doi: 10.1109/ICIEEM.2011.6035190.
- [76] Banco de la República, "Tasa Representativa del Mercado (TRM - Peso por dólar)," 2020. [Online]. Available: <https://www.banrep.gov.co/es/estadisticas/trm>.

## IX.ANEXOS

TABLA XX  
TABLA DE ANEXOS

No. Anexo	Nombre	Desarrollo (propio o terceros)	Tipo de Archivo (PDF, HTLM, Excel, Word...)
1	2020110 - Anexo # 1	Propio	PDF
2	2020110 - Anexo # 2	Propio	PDF
3	2020110 - Anexo # 3	Propio	PDF
4	2020110 - Anexo # 4	Propio	PDF
5	2020110 - Anexo # 5	Propio	Excel
6	2020110 - Anexo # 6	Propio	Excel
7	2020110 - Anexo # 7	Propio	Excel
8	2020110 - Anexo # 8	Propio	JPG
9	2020110 - Anexo # 9	Propio	Excel
10	2020110 - Anexo # 10	Propio	Excel
11	2020110 - Anexo # 11	Propio	PDF
12	2020110 - Anexo # 12	Propio	PDF