



VIGILADA MINEDUCACIÓN Res. 12220 de 2016

**LA PERCEPCIÓN DE RETO-HABILIDAD Y SU RELACIÓN CON LA
COMPRENSIÓN DEL PENSAMIENTO MÉTRICO**

AUTORA:

Rongnie Mosquera López

PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA
FACULTAD DE HUMANIDADES Y CIENCIAS SOCIALES
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
SANTIAGO DE CALI, 28 DE ENERO DE 2021

**LA PERCEPCIÓN DE RETO-HABILIDAD Y SU RELACIÓN CON LA
COMPRENSIÓN DEL PENSAMIENTO MÉTRICO**

AUTORA:

Rongnie Mosquera López

DIRECTOR:

Mg. Hugo Fernando Pardo Pinzón

PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA
FACULTAD DE HUMANIDADES Y CIENCIAS SOCIALES
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
SANTIAGO DE CALI, 28 DE ENERO DE 2021

ARTICULO 23 de la Resolución No. 13 del 6 de Julio de 1946, del Reglamento de la Pontificia Universidad Javeriana.

“La Universidad no se hace responsable por los conceptos emitidos por sus alumnos en sus trabajos de Tesis. Solo velará porque no se publique nada contrario al dogma y la moral católica y porque las Tesis no contengan ataques o polémicas puramente personales; antes bien, se vea en ellas el anhelo de buscar la Verdad y la Justicia”.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a Dios la oportunidad de permitirme vivir esta nueva experiencia y brindarme la fortaleza necesaria para seguir adelante y cumplir esta gran meta. Sé que nunca me dejaste sola y me rodeaste en los momentos de angustia mostrándome el camino a seguir.

A mi familia y en especial a mi hija Isabella por su comprensión, apoyo e infinito amor, por prestarme parte de su tiempo y darme ánimos. Hija, fuiste un gran motor y fuente de inspiración para llegar hasta el final y conquistar esta gran meta –nuestra meta–, testigo y cómplice de la dedicación, el esfuerzo, la persistencia, el deseo por aprender y por transformar los sueños en realidad; hoy te los ofrezco como un legado.

También, le agradezco a la Institución Educativa donde se realizó esta investigación y a todos los participantes por su disposición, apoyo y por el voto de confianza depositado. Al profesor Arnulfo Rojas por sus palabras de aliento, respeto y admiración y, al profesor Gerardo Ramírez por el tiempo dedicado, sus enseñanzas y aportes. Sin duda alguna, todos ustedes fueron una parte importante que posibilitó el alcance de esta gran meta. Sólo espero estar a la altura de sus expectativas.

Finalmente, a todos mis profesores de la Maestría en Educación les agradezco sus enseñanzas, aportes y dedicación. Al profesor Alexander Tovar por sus orientaciones, interlocución y retroalimentación realizada a esta investigación en un momento difícil. A todos ustedes les hago extensiva mi total admiración porque fueron lo mejor de lo mejor y me ayudaron a ser una mejor maestra y profesional de la educación.

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	12
Desmotivación en el aprendizaje de las matemáticas en la escuela	14
Percepción de reto-habilidad y pensamiento métrico	17
Potencialización del pensamiento métrico en la escuela	23
Pregunta de investigación	30
Objetivo general	30
Objetivos específicos	30
Pensamiento métrico, medición y estimación de medida	31
Teoría del flow.....	36
Constructivismo: fundamentos de la secuencia didáctica	43
MÉTODO	45
Diseño de investigación	45
Participantes	45
Instrumento	46
Procedimiento	50
Análisis de datos	52
Consideraciones éticas	53
RESULTADOS	54
DISCUSIÓN	64
REFERENCIAS	81
ANEXOS	

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Síntesis de la secuencia didáctica	48
Tabla 2. Estadísticas descriptivas de las percepciones de reto y habilidad	55
Tabla 3. Estadísticas descriptivas del desempeño en medición y estimación de medida	57
Tabla 4. Relación entre percepción de reto y demanda de la tarea	60
Tabla 5. Relación entre percepción de habilidad y demanda de la tarea	60
Tabla 6. Relación entre percepción de reto y desempeño	61
Tabla 7. Relación entre percepción de habilidad y desempeño	61
Tabla 8. Estadística descriptiva del desempeño en el Pretest y Postest	62
Tabla 9. Transformaciones de las comprensiones o desempeños –Pretest Vs Postest	63
Tabla 10. Análisis del Pretest	100
Tabla 11. Niveles de desempeño Pretest	102
Tabla 12. Análisis del Postest	108
Tabla 13. Niveles de desempeño Postest	110
Tabla 14. Descripción de la tarea	112
Tabla 15. Componentes esenciales de la tarea (Estructura de la tarea)	119
Tabla 16. Matriz de análisis de la estructura de la tarea, demanda cognitiva y procedimiento ideal: nivel de análisis objetivo y subjetivo de los problemas	120
Tabla 17. Niveles de desempeño	129

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Balance reto y habilidad antes, durante y después de la secuencia didáctica	56
Figura 2. Desempeño de los estudiantes Pretest Vs Postest	63
Figura 3. Dos rutas para ir de la ciudad P a la ciudad Q	97
Figura 4. Problema de medición de cantidad de longitud de un palo	98
Figura 5. Fotografía publicitaria puerta Cleopatra	99
Figura 6. Medición de una puntilla	106
Figura 7. Fotografía publicitaria puerta Lista Capri (70x204)	107
Figura 8. Algunas unidades de medida antropométricas	133
Figura 9. Medición del ancho de un objeto usando el calibre	139
Figura 10. Modelos de puertas Homecenter	140
Figura 11. Medidas de un baño	141
Figura 12. Persona en silla de ruedas	141
Figura 13. Fotografía publicitaria puerta Cleopatra	143
Figura 14. Fotografía Acuaparque Parque de la Caña en Cali, Colombia	145

LISTA DE ANEXOS

- Anexo 1. Mapa de la revisión de literatura sobre la brecha de conocimiento identificada
- Anexo 2. Carta al rector del colegio solicitando el aval de la investigación
- Anexo 3. Consentimiento informado padres o acudientes
- Anexo 4. Asentimiento informado
- Anexo 5. Cuestionario del Muestreo de Experiencias (MME)
- Anexo 6. Pretest. Análisis objetivo, subjetivo y niveles de desempeño
- Anexo 7. Postest. Análisis objetivo y subjetivo y niveles de desempeño
- Anexo 8. Secuencia didáctica
 - Anexo 8.1. Actividad No. 1. Identificando y midiendo cantidades de longitud de manera no estandarizada
 - Anexo 8.2. Actividad No. 2. Midiendo las dimensiones de una puerta de tu casa usando instrumentos de medida con unidades estandarizadas y argumentando funcionalidades
 - Anexo 8.3. Actividad No. 3. Resolución de problemas de medición de una cantidad de longitud
 - Anexo 8.4. Actividad No. 4. Resolución de problemas de estimación de medida de una cantidad de longitud
 - Anexo 8.5. Trazabilidad de los procesos de medición y estimación en las directrices ministeriales
 - Anexo 8.6. Autoevaluación del estudiante
- Anexo 9. Caracterización de las comprensiones de los estudiantes en el Pretest
- Anexo 10. Caracterización de las comprensiones de los estudiantes en la secuencia didáctica
- Anexo 11. Caracterización de las comprensiones de los estudiantes en el Postest

RESUMEN

Este estudio describe la relación entre percepción de reto-habilidad y comprensión en pensamiento métrico para la medición (estandarizada y no estandarizada) y estimación de medida de una cantidad de longitud en 83 estudiantes colombianos de secundaria. El diseño del estudio es cuasiexperimental con un enfoque mixto y alcance correlacional. Se usó el método de muestreo de experiencias (ESM) para tomar medidas repetidas de las percepciones de reto y habilidad, al igual que el análisis de tareas para caracterizar las comprensiones y niveles de desempeño de los estudiantes antes, durante y después de la implementación de una secuencia didáctica en 13 sesiones de clase. Dada la naturaleza de los datos se realizó un análisis correlacional no paramétrico para identificar las posibles relaciones entre la percepción de reto-habilidad y la demanda de la tarea y entre la percepción de reto-habilidad y el desempeño. Los análisis mostraron una correlación negativa muy débil entre la percepción de reto y el desempeño de los estudiantes, también, que la percepción de reto y habilidad no está asociada con el desempeño en pensamiento métrico. Se discuten las implicaciones educativas del estudio para futuras investigaciones.

ABSTRACT

This study describes relationship between students' perception of challenge, ability and metric thinking performance associated with measurement (non-standardized and standardized) and measurement estimation of length in 83 Colombian high school students. The design of the study is quasi-experimental with a mixed approach and correlational scope. The experience sampling method (ESM) was used to take repeated measures of students' perception of challenge and ability. Likewise, task analysis method was used to characterize students' understandings and performance levels during Pretest, didactic sequence and Posttest in thirteen math class sessions. Given the nature of the data, a nonparametric correlational analysis was performed to identify the possible relationships between perception of challenge, ability and task demand and between perception of challenge, ability and metric thinking performance. The analyses showed a very weak negative correlation between perception of challenge and students' performance, also students' perception of challenge and ability wasn't associated with metric thinking performance. The educational implications of the study are discussed for future research.

*La matemática no surge espontáneamente y
de manera independiente del contexto social,
sino que parece requerir una secuencia de experiencias
y de instrucción rica y sostenida
para que la capacidad se desarrolle.
(Hirschfeld y Gelman, 2002, p.50)*

INTRODUCCIÓN

Las matemáticas son un área del conocimiento que están en estrecha relación con todas las ciencias y como “instrumento de transmisión cultural y de asimilación” son verdades en un espacio y tiempo, no son verdades absolutas, y su utilidad está en su poder para explicar el mundo atribuyéndole a la realidad significados cada vez más ricos (González-Tejero et al., 2011; Rodríguez, 2011). Además, le permite al sujeto el ejercicio de una ciudadanía crítica y asumir los retos del siglo XXI, altamente tecnologizado; actuar en y para la sociedad mientras se enfrenta a situaciones nuevas; desarrollar procesos de pensamiento aplicables y útiles para aprender a aprender; interpretar la información y generar significados; proporcionar justificaciones razonables o refutar argumentos falaces; resolver problemas; explorar la realidad, representarla, explicarla y predecirla; y transformar su mundo y su cultura (Ministerio de Educación Nacional – MEN, 1998; MEN, 2006; Valero, 2006).

Dada su importancia, la enseñanza de la matemática está reglamentada por el MEN bajo los Lineamientos Curriculares que se publicaron en 1998, donde se plantean algunos criterios para orientar la formulación y organización del currículo y los enfoques que debería tener su enseñanza en nuestro país y poder medir su calidad.

Los gobiernos realizan pruebas estandarizadas para medir la calidad del sistema educativo del país y saber si los estudiantes están alcanzando los estándares establecidos para las matemáticas y otras áreas fundamentales. Desde el 2006 Colombia ha venido participando en las pruebas del Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes (PISA), que se realizan cada 3 años, y de acuerdo con la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE, 2015), los estudiantes de nuestro país obtuvieron en promedio 390 puntos en matemáticas, por debajo del promedio de la OCDE en PISA 2015, el 66% de los estudiantes de Colombia obtuvo bajo

rendimiento en matemáticas, mientras que en los países de la OCDE casi el 23% de los estudiantes, no alcanzan el nivel básico de competencia en matemáticas.

Respecto a las pruebas Tendencias en el Estudio Internacional de Matemáticas y Ciencias (TIMSS), que se realiza cada cuatro años y evalúa los conocimientos y niveles de desempeño de los estudiantes de cuarto y octavo grado en matemática y ciencia, en países de todo el mundo; Colombia ha participado en dos ocasiones: en el año 1995 sólo con niños de octavo grado y en el 2007 con niños de cuarto y octavo grado, ubicándose debajo del promedio. Respecto a los resultados para el grado cuarto en matemáticas, el promedio global de los estudiantes colombianos fue 355 puntos, por debajo del promedio TIMSS de 500 y sólo superó a El Salvador. El 69% de los estudiantes evidenció logros inferiores a los descritos en la respectiva prueba. En cuanto al grado octavo se observó, un promedio global de 380 puntos, el 61% tuvo logros inferiores a los descritos en la prueba y el 28% se ubicó en el nivel bajo. Las cifras muestran en un alto porcentaje, que los estudiantes colombianos presentan dificultades con el manejo de los conocimientos básicos de las matemáticas que fueron evaluados por TIMSS -2007, lo cual es preocupante (Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación - ICFES, 2010).

A nivel nacional, el ICFES realiza las pruebas SABER 3°, 5° y 9°, las cuales se enfocan en la evaluación de competencias básicas de los estudiantes en sus diferentes componentes, y en el 2017 el Valle del Cauca ocupó el octavo lugar a nivel nacional con un puntaje promedio de 297 puntos quedando por debajo del promedio nacional (306).

A nivel municipal, Santiago de Cali registró en el año 2017 un puntaje promedio de 302 puntos, superando en 5 puntos al promedio departamental y quedando 4 puntos por debajo del promedio nacional. El 52% de los estudiantes quedaron en un nivel mínimo y el 25% en Bajo. En cuanto a la institución educativa –donde se realizó este estudio– registró, en el año 2017 para el

grado 9° en matemáticas, un promedio de 427 puntos y una mayor dificultad en la competencia razonamiento; componentes Geométrico-métrico (ICFES, 2017).

En los documentos Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006) y Lineamientos Curriculares (MEN, 1998) se plantean como procedimientos y conceptos propios del pensamiento métrico –el cual interesa en este estudio–: la comprensión de la magnitud y las cantidades, su medición con unidades convencionales y no convencionales apropiadas, la identificación de relaciones entre distintas unidades utilizadas para medir cantidades de la misma magnitud y el uso flexible de los sistemas métricos o de medidas y de la estimación para resolver problemas en diferentes contextos.

Los resultados anteriores muestran la necesidad de mejorar los desempeños, aprendizajes y competencias de los estudiantes en el área de matemáticas, y como lo plantea el MEN (2006) en sus Estándares Básicos, “Las competencias matemáticas no se alcanzan por generación espontánea, sino que requieren de ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones problema significativas y comprensivas, que posibiliten avanzar a niveles de competencia más y más complejos” (p. 47), lo que implica crear escenarios y experiencias pedagógicas significativas, contextualizadas y óptimas.

Desmotivación en el aprendizaje de las matemáticas en la escuela

Algunos autores, desde la psicología educativa, se han dado a la tarea de investigar posibles causas de la desmotivación y bajo desempeño de los estudiantes en el área de matemáticas y han encontrado que dichas causas están asociadas a múltiples factores que interactúan para influir en el desempeño y el aprendizaje en matemáticas, tales como: (1) el contexto social que interactúa con la cognición, motivación y emociones del estudiante en cualquier situación de aprendizaje y, en dicha interacción se activan los conocimientos y experiencias previas, surgen emociones y se

realizan valoraciones sobre la tarea o situación de aprendizaje; (2) la forma tradicionalista de enfocar la enseñanza; (3) la propuesta de tareas que los estudiantes perciben como repetitivas, monótonas, poco desafiantes y sin importancia; (4) el entorno en que se realiza la tarea; y (5) la autoeficacia percibida para las matemáticas (González-Tejero et al., 2011; Medina et al., 2013; Rico y Couto, 2018; Rosário et al., 2012a).

Por otro lado, Muñoz, Montenegro y Blanco-Álvarez (2015) encontraron que la actitud favorable hacia las matemáticas va disminuyendo a lo largo de la vida escolar, los estudiantes perciben que los temas se tornan más complejos, menos prácticos y tienden a estudiarlos de modo mecánico, la enseñanza se vuelve menos creativa, monótona y algo rígida y las actividades son poco motivantes.

En cuanto a la enseñanza, Valero (2006) presenta unos planteamientos centrados en la práctica social descontextualizada o excluyente, en el no establecimiento de conexiones con la vida diaria y en relación con la cultural, el atribuirle una característica de “poder” intrínseco a la matemática donde se transmiten valores como la racionalidad, la objetividad y la precisión, entre otros, que le permiten al sujeto actuar y tomar decisiones dentro de un mundo que valora estas cualidades, independiente de los seres humanos que la crearon (“resonancia intrínseca”); lo cual no “atrapa” a los estudiantes y hace que las matemáticas no lleguen a ser de “carne y hueso”.

Por su parte, Shernoff y Csikszentmihalyi (2009) revelan que cuando la enseñanza está enfocada en actividades retadoras, ancladas al contexto de los estudiantes, con diferentes niveles de exigencia que promuevan el liderazgo, la participación, el trabajo cooperativo, la concentración, el disfrute, el interés de los estudiantes y les permita sentirse seguros y en control; se estimulan sus habilidades, se explota al máximo su capacidad y se eleva el compromiso con la actividad. Y, por ende, se potencializa el desempeño, el aprendizaje y el desarrollo humano en todas las áreas.

Lo anterior, muestra la necesidad de implementar nuevas búsquedas para la creación de entornos de aula que sean desafiantes (Shernoff et al. 2016), que fomenten la participación del estudiante en el aprendizaje, que doten de sentido a las matemáticas y que le permitan al estudiante utilizar lo aprendido para actuar en el mundo y transformarlo. Es de mi interés que mis estudiantes logren comprender y motivarse por el aprendizaje de las matemáticas, que mejoren sus competencias y desempeños en el pensamiento métrico y, que sientan que las matemáticas son “de carne y hueso” y que forman parte de su vida. Por lo tanto, este estudio se enfocará en indagar de qué manera se relaciona la percepción de reto-habilidad con la comprensión del pensamiento métrico, a través de situaciones retadoras. Para tal fin, se formuló la siguiente pregunta de investigación: ¿Cuál es la relación entre la percepción de reto-habilidad y la comprensión del pensamiento métrico en estudiantes del grado 6° en una institución educativa privada en Cali?

Esta investigación es importante porque abordará, de manera empírica, una brecha existente en el pensamiento métrico en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas escolares, relacionada con el conocimiento sobre la estimación de la medida de una cantidad de magnitud (longitud, principalmente). Pizarro et al. (2016, p. 92) citan algunos estudios donde se plantea que la estimación de medida no ha sido atendida en la investigación de la matemática educativa o la didáctica de la matemática (Callís et al., 2006; Hogan y Brezinski, 2003), que la atención de la investigación se ha focalizado en la estimación de cálculo (Callís et al., 2006), que desde un punto de vista metodológico los escasos estudios sobre la estimación de medida es ocasionada por la baja consistencia interna en las pruebas de estudios que han arrojado datos al respecto (Hogan y Brezinski, 2003) y que además, son escasos los recursos didácticos para enseñar la estimación.

En consecuencia, esta investigación servirá para profundizar los conocimientos acerca de las implicaciones de tareas retadoras en la comprensión del pensamiento métrico relacionado con la

magnitud longitud, su medición y el desarrollo del sentido de la medida que involucra la estimación. También, para reflexionar sobre las prácticas de enseñanza alrededor de las matemáticas, marcar una pauta para seguir investigando y contribuir a la transformación de algunas dificultades evidenciadas en los resultados de las distintas pruebas estandarizadas nacionales e internacionales en el área de matemáticas. Lo anterior beneficiará a una comunidad científica y a la comunidad educativa, especialmente los docentes de matemáticas. La misma secuencia didáctica se vuelve instrumento metodológico que servirá para ser aplicada, replicada y mejorada por maestros de otras instituciones.

Percepción de reto-habilidad y pensamiento métrico

Dentro del proceso de búsqueda que se llevó a cabo sobre estudios empíricos que dieran cuenta de intervenciones realizadas para mejorar el aprendizaje en matemáticas y potenciar el pensamiento métrico, se recurrió a bases de datos (Google académico, Redalyc, Proquest y Scopus) utilizando como palabras claves: pensamiento métrico, magnitudes, sistemas de medida, estimación, diálogo instruccional, creencias del estudiante sobre su habilidad (autoeficacia), analysis and inquiry, instrucción diferenciada, apoyo pedagógico, reto y habilidad. Los estudios encontrados que se ajustaban al interés de la investigación fueron sistematizados en una matriz que contemplaba la referencia, definición de conceptos, pregunta de investigación, método, resultados, conclusiones y aportes; para luego clasificarlos y poder identificar tendencias.

Como resultado de lo anterior, se encontró que existe poca literatura sobre estudios cuasi-experimentales basados en reto y habilidad para estudiantes de secundaria en el área de matemáticas y que además aporten a la comprensión del pensamiento métrico. Las investigaciones que reporta la literatura se han centrado en estudios no experimentales, donde se aplican instrumentos de medición como: entrevistas, cuestionarios y el Método de Muestreo de

Experiencias (MME) para obtener información sobre las emociones y experiencias de los estudiantes al realizar las tareas de ciencias y matemáticas (Ochoa-Angrino et al., 2018; Shernoff et al., 2016). Dichos estudios se realizaron con 88 y 108 estudiantes de secundaria (del grado 9° en adelante) respectivamente, y encontraron que si los estudiantes perciben que las actividades son relevantes y se perciben así mismos competentes, su compromiso cognitivo y afectivo aumenta. Por lo tanto, la configuración y creación de entornos de aula de apoyo y desafiantes por parte del maestro, es una manera de fomentar la participación de los estudiantes en el aprendizaje.

Lo anterior prueba el planteamiento de algunos investigadores sobre el efecto positivo de la creencia de la autoeficacia en el desempeño y aprendizaje en matemáticas, puesto que las emociones positivas frente a la actividad específica se activan cuando el estudiante percibe que cuenta con las destrezas para afrontarla y, el sentirse capaz hace que la persona tome una actitud activa, se esfuerce, persista y se comprometa con las tareas del dominio de la matemática (Mesurado, 2010; Valle et al., 2010). Además, Díaz y Hernández (2010) citados por Gamboa Araya (2014) plantean que los factores motivacionales y la dimensión afectiva (emociones, creencias, etc.) son importantes en el aprendizaje de las matemáticas porque determinan qué y cuánto aprende el estudiante, al igual que su deseo de realizar un esfuerzo sostenido por aprender. No solo debe importar el aprendizaje de conceptos y habilidades, sino también el desarrollo de actitudes positivas hacia lo que se aprende de modo que, mejoren las formas de pensar, sentir y actuar en su grupo social; los conocimientos están en constante renovación y las personas deben estar prestas a reaprender (Muñoz et al., 2015). Sin embargo,

Si un estudiante asume el aprendizaje de la disciplina con la creencia de que es difícil y se enfrenta con una enseñanza que no le permite comprender los contenidos o resolver los ejercicios que se proponen en la clase, presentará frustración y hastío hacia la materia, se

indispondrá con todo lo relacionado a ella y propiciará en él pensamientos negativos respecto a sí mismo en la materia, lo que podría convertirse en una creencia negativa de sí como aprendiz. (Gamboa Araya, 2014, p. 121)

Esto señala que las emociones y pensamientos negativos (e.g. inseguridad, pánico, ansiedad, reflexionar sobre el fracaso, preocuparse por la competencia, etc.), al igual que una enseñanza descontextualizada, afectan la motivación y el aprendizaje y contribuyen a la baja actuación de los estudiantes (APA Work Group of the Board of Educational Affairs, 1997).

Otro estudio realizado, con 11 maestros y 220 estudiantes del grado noveno distribuidos en 11 salones (biología, química y física: 3 salones para cada una y, 2 salones para ciencias generales), centró la atención en explorar las asociaciones entre la percepción de desafío por parte de los estudiantes, el apoyo (emocional e instrumental) y obstrucción por parte del maestro y el compromiso académico momentáneo de los estudiantes en las clases de ciencias en la secundaria y si influye el género o el grado. Se recolectaron datos durante dos periodos académicos, 5 días consecutivos, cada lección de 50 minutos fue grabada enfocándose en los comportamientos de los maestros y en los 10 minutos antes de la señalización para responder las encuestas del MME, recopiladas en cuatro momentos por lección y, donde los estudiantes calificaron su Concentración, Esfuerzo, Interés y Disfrute, utilizando una escala de 4 puntos (desde Nada hasta Mucho). Con la media de las respuestas de los estudiantes a estas cuatro categorías, se formó una medida del Compromiso a nivel afectivo y cognitivo, la cual es variable entre las personas. Las interacciones maestro-estudiante fueron codificadas según la dimensión instrumental y emocional del apoyo y obstrucción. Encontraron que la participación de los estudiantes en lo académico es multidimensional y fluctúa de un momento a otro. Señalan que la metodología empleada permitió vincular las fluctuaciones en la percepción del desafío de los estudiantes y la provisión de apoyo

y obstrucción de los maestros a la variación en la participación de los estudiantes en las aulas de ciencias. Mencionan que “Al examinar el papel del desafío para los estudiantes, es importante tener en cuenta las características del contexto –como el apoyo y la obstrucción– en las que el desafío es experimentado” (Strati et al., 2017, p. 132).

Medina et al. (2013) en su investigación con 121 estudiantes universitarios (de licenciatura en matemáticas, ingeniería y maestros de educación primaria), se valieron de cuestionario abierto – para no generar interrupciones en clase con el MME– y entrevistas de 15 a 20 minutos para confirmar y profundizar los datos acerca de tipos de actividades que producen flujo en el aprendizaje de las matemáticas. Establecieron como categorías principales, según las respuestas de los estudiantes: aplicar algoritmos, aprobar, comprender ideas o demostraciones, comprobar resultados, concluir la tarea, desarrollar ideas o demostraciones, enseñar, estudiar, participar en competencias, resolver pasatiempos matemáticos, realizar exámenes, materias o contenidos específicos, realizar operaciones, resolver problemas, trabajar en grupo, utilizar aplicaciones informáticas y utilizar materiales. Los resultados arrojaron que las experiencias de flujo no requieren de tener grandes habilidades matemáticas para ser experimentadas y la principal actividad de flujo en matemáticas (con independencia de la titulación escogida y su experiencia previa con las matemáticas) es la resolución de problemas no rutinarios que planteen un reto razonable, seguida de la aplicación de algoritmos y la realización de cálculos. Los tipos de actividades que producen flujo varían en función de la titulación y experiencia previa. La complejidad de la tarea, la falta de confianza en sus propias habilidades y los numerosos fracasos obtenidos con las matemáticas suponen un obstáculo para sentir flujo en matemáticas.

Otros estudios hicieron uso de cuestionarios, escalas y modelos hipotéticos o de ecuaciones estructurales para estudiar las relaciones entre constructos (apoyos emocional e instrumental del

docente, la motivación intrínseca, ansiedad matemática, esfuerzo y pedido de ayuda del estudiante, afectivo-emocional, actitudinal hacia la escolarización, aula y contexto) y poner a prueba modelos teóricos de experiencias óptimas o para contrastar la ansiedad con factores cognitivos, afectivos, actitudes hacia las matemáticas, junto con sus relaciones de interdependencia y el impacto directo o indirecto en el rendimiento escolar (Federici y Skaalvik, 2014; Mesurado, 2010; Picos et al., 2013). Encontraron que la percepción de alto desafío de la actividad ejerce una baja influencia sobre la activación cognitiva de los estudiantes durante la realización de la tarea escolar, debido a que las tareas escolares difíciles no permiten a los estudiantes anticipar altos niveles de logro, dificultando así el estado cognitivo óptimo y los estados emocionales positivos. Es necesario que la presentación y ejecución de la tarea tenga un nivel controlado de desafío para no provocar una conducta no deseada, como puede ser el abandono de la tarea. Así mismo, la percepción de habilidad afecta las experiencias afectivas positivas implicadas en la tarea educativa. Cuando la actividad se realiza por deseo voluntario de querer hacerla, el alumno experimenta mayor experiencia de percepción de logro, una alta activación cognitiva y un afecto positivo; cosa que no ocurre cuando la tarea la hacen por cumplir con un deber o porque no tienen otra actividad de mayor interés para hacer. Por lo tanto, la valoración del alumno sobre la importancia de la tarea es una variable que influye fuertemente sobre la percepción de logro y actúa como un “disparador” del estado antecedente de la experiencia óptima (Mesurado, 2010). Por otro lado, las actitudes hacia las matemáticas y las estrategias metacognitivas que los sujetos puedan poseer son el antecedente más importante que determina o causan la ansiedad matemática y no al contrario. Por lo tanto, utilizar técnicas y estrategias metacognitivas a la par que los contenidos matemáticos, en los procesos de enseñanza-aprendizaje, puede ser útil para mejorar las actitudes hacia las matemáticas y contribuir a disminuir niveles de ansiedad, ya que impactan el rendimiento y otorga

al alumno una mayor percepción de competencias y, seguramente en el auto concepto matemático (Picos et al., 2013). La ansiedad en matemáticas puede verse influenciada por los niveles de apoyo que provenga del maestro y tanto las percepciones positivas de los maestros como el apoyo emocional están asociadas con resultados educativos positivos a nivel del compromiso, motivación intrínseca, autoestima, bajos niveles de ansiedad y mejor desempeño de los estudiantes (Federici y Skaalvik, 2014).

Por otra parte, se encontraron estudios que promueven la autorregulación para mejorar el desempeño en matemáticas en estudiantes de secundaria (Ahmed et al., 2013; Cleary y Chen, 2009; Osés et al., 2014; Rosário et al., 2012b; Torrano & Soria, 2016; Valle et al., 2010), encontrando que el aprendizaje autorregulado de los estudiantes se fundamenta en su motivación, sus expectativas positivas, el contar con diversas estrategias de resolución de un problema y la adopción y coordinación de metas académicas teniendo en cuenta las características contextuales de su entorno y de la tarea, que junto con el uso de estrategias (e.g. el esfuerzo, persistencia, elaboración y organización) les permite planificar, supervisar, controlar y regular su cognición, motivación y conducta. Por lo tanto, se deben desarrollar programas de intervención que favorezcan la voluntad, los hábitos de estudio y el esfuerzo, acompañados de un cambio en el clima de aula, en la práctica pedagógica y en las maneras de enseñar y evaluar en matemáticas (Torrano & Soria, 2016).

En definitiva, el estado cognitivo óptimo y los estados emocionales positivos están vinculados con la motivación, el aprendizaje y la actuación de los estudiantes en lo académico, y se ven obstruidos por la percepción de alto desafío de la tarea. Por lo tanto, se requiere de un nivel controlado de desafío en la tarea escolar y apoyo pedagógico para que el estudiante realice un esfuerzo sostenido por aprender y persista con la realización de la tarea académica.

A continuación, se presentan algunos estudios que han buscado contribuir al desarrollo, mejora, favorecimiento y potencialización del pensamiento métrico en la escuela.

Potencialización del pensamiento métrico en la escuela

Mora et al. (2019) realizaron un estudio con 90 estudiantes de grado séptimo a través de situaciones del contexto extraescolar y, en la fase diagnóstica implementaron un cuestionario de 20 preguntas abiertas (del tipo: ¿cuál es la relación entre...?, ¿cómo es...?, ¿qué diferencias existen?, ¿cómo se comporta?, ¿cómo se clasifica? o también, relacionar imágenes del contexto escolar y extraescolar que midan más de un metro) sobre aspectos relacionados con magnitudes, cantidad y medida, para determinar el estado actual del desarrollo del pensamiento métrico de los estudiantes. Lograron evidenciar que el desarrollo del pensamiento métrico de los estudiantes presentaba diversas dificultades en sus diferentes procesos (modelación, razonamiento, planteamiento y resolución de problemas, principalmente en la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos junto con la comunicación). Casi la mitad de los estudiantes no tenía claro el concepto de medida o no lo podía relacionar con facilidad en un contexto escolar o extraescolar (que contenga longitudes, áreas, volúmenes, etc.) que les demande realizar estrategias, utilizar técnicas, dar uso a diversas aplicaciones, expresar ideas demostrando y describiendo visualmente de diferentes formas la apreciación del rango de las magnitudes junto con la selección de unidades. Evidenciaron poca capacidad para comprender, interpretar y evaluar ideas oralmente, por escrito y en forma visual. En la resolución y planteamiento de problemas, se les dificultó mucho expresar ideas, interpretar, evaluar, representar, usar diferentes tipos de lenguaje y describir relaciones entre magnitudes (longitud, largo, ancho, espesor, altura, profundidad, etc.) en situaciones cotidianas. De acuerdo con esto, los estudiantes no lograron comprender el problema, ni crear una concepción de un plan para poder ejecutarlo. En cuanto a la modelación, se les

dificultó dar conclusiones, calcular y revisar ejemplos concretos, aplicar métodos conocidos y dar resultados matemáticos y encontrar una diferencia entre las unidades y el patrón de medición, teniendo en cuenta la asignación numérica. En el proceso de razonamiento mostraron que saben ordenar ideas en la mente, correctamente, para llegar a una conclusión.

Celis et al. (2013) en su estudio realizado con 15 estudiantes de grado 7° usaron una prueba diagnóstica escrita basada en situaciones problema enmarcados en los 5 pensamientos matemáticos, para luego implementar 4 talleres sobre situaciones problema tomadas de pruebas Saber y centradas en los pensamientos métrico, geométrico y variacional, con el fin de saber cómo los estudiantes realizaban el proceso de formular y resolver problemas, modelaban procesos y fenómenos de la realidad, comunicaban, razonaban, comparaban y ejercitaban procedimientos y algoritmos. Evidenciaron el uso del ensayo y error para dar respuesta a los problemas, dificultades para relacionar datos del problema y operar con números racionales no enteros; aunque interpretaban fracciones propias de manera aritmética y geométrica no utilizaban los resultados de las operaciones para responder la pregunta del problema, se les facilitaba encontrar puntos simétricos en el plano cartesiano, pero en algunos casos no diferenciaban la abscisa de la ordenada y se les dificultaba hacer traslaciones de figuras en el plano. Concluyeron que es importante potenciar los pensamientos matemáticos, de manera continua desde los primeros años de escolaridad, mediante problemas que contribuyan significativamente a darles sentido y utilidad a las matemáticas, además de reafirmar y precisar conceptos teóricos adquiridos en clase.

En otros estudios realizados con estudiantes del grado noveno y, básica y media, los investigadores se propusieron establecer estrategias didácticas para potenciar el pensamiento matemático a partir de situaciones problema propias del dominio y contexto matemático (con preguntas prefiguradas centradas en el aprendizaje de conceptos, representaciones gráficas,

algebraicas o en el tratamiento figural) o del entorno métrico (sociocultural y de las ciencias); implementando un diseño de tres fases: diagnóstica, intervención en el aula y prueba de contraste y, evaluación Pre y Postest. Al aplicar la prueba diagnóstica lograron evidenciar en los estudiantes un bajo nivel de desarrollo del pensamiento métrico, una tendencia hacia lo algorítmico, poco razonamiento, deficiencias en los conceptos de magnitud y unidades de medida, en los procesos de estimación y conservación de la cantidad y en la conversión de unidades del sistema métrico y en el manejo adecuado de resolución de problemas en contextos de medición. Realizaron una intervención en el aula para la superación de dichas dificultades, consistente en unos talleres (con situaciones problema relacionadas con los conceptos, procesos y contextos del pensamiento métrico) orientados por los investigadores y mediados por el uso de calculadoras graficadoras y softwares matemáticos (Cabré, Derive, Graphmatical, etc.), así como de la aplicación de una prueba de contraste evaluación del logro de los estudiantes y de la efectividad de las estrategias llevadas a cabo. Se obtuvo mejor desempeño en la posprueba que en la prueba diagnóstica, un cierto balance entre el manejo de lo algorítmico y el razonamiento matemático de los estudiantes, al igual que avances significativos de los estudiantes en cuanto a la comprensión de los conceptos, procedimientos y aplicaciones del pensamiento métrico. Concluyen que se está privilegiando más el aprendizaje de lo numérico y algorítmico, que el desarrollo de pensamiento matemático. También que, aunque muchas de las dificultades detectadas fueron abordadas de manera satisfactoria en la intervención, aún persisten algunas de ellas que deben superarse (Escorcia et al., 2013; Jácome et al., 2014) y, que la disponibilidad de recursos tecnológicos facilita el aprendizaje de las matemáticas, siempre y cuando su uso sea bien aprovechado para tal fin (Jácome et al., 2014).

Por su parte, Mengual et al. (2016) en un estudio de caso analizaron el tratamiento de los contenidos de medida, en una editorial de libros de texto en toda la etapa de educación primaria, mediante la jerarquización de tareas en las actividades que proponen. Enunciaron que en los libros de texto se evidencia una desnaturalización del aprendizaje de la medida y se tiende a presentarla o enseñarla de forma aritmetizada, son escasas las actividades de composición y recomposición de figuras, de medición directa con unidades no convencionales, de estimación, y de problemas complejos e interesantes que contribuyan a aumentar la motivación de los estudiantes; cuando se les pide realizar mediciones, no se los invita a realizar una descripción oral, gráfica y escrita de la medida de las distintas magnitudes ni a contrastar y analizar diversas estrategias de medición anticipando el error de la medida, más allá de la interpretación del error obtenido, lo que desencadenaría la falsa creencia de que los procesos de medida siempre son exactos. Lo anterior impacta los procesos de enseñanza y aprendizaje ya que los libros de texto tienen un uso extendido y una gran influencia sobre lo que se enseña en el aula en matemáticas y sirven de nexo entre la parte legislativa y la práctica educativa del currículo.

Casal (2014) realizó una investigación con 180 alumnos de 2º de ESO del Institut Marta Mata, de Montornès del Vallès durante 3 cursos académicos de física con 4 sesiones de clase en el laboratorio para el trabajo grupal de indagación sobre 7 enigmas, el cual implicaba: la medida indirecta de alguna magnitud con varias soluciones posibles y restricciones, la elaboración de alguna norma lógica de inferencia o extrapolación dentro de una magnitud o entre magnitudes y el uso estratégico de los conceptos de medición. Los objetivos del estudio eran: detectar cualitativamente y mediante actividades de indagación qué tipo de concepciones erróneas manifiesta el alumnado sobre las magnitudes y unidades básicas de volumen, capacidad, longitud y superficie y contribuir a corregirlas; al igual que mejorar las habilidades de razonamiento

científico (describir la estrategia usada para resolver la tarea tomando como base unas expresiones dadas, representar o modelar, registrar y sistematizar, calcular, argumentar y sacar conclusiones) mediante el uso de andamios didácticos lingüísticos. Algunas de las concepciones erróneas detectadas y que pueden estar inconscientemente siendo “sobrevaloradas” en las clases no manipulativas o de carácter demostrativo, son: confunden el perímetro con la superficie, asumen una relación constante entre superficie y perímetro, al medir el volumen de una piedra irregular por sumersión miden con la regla el cambio de altura de líquido y toman la medida en centímetros como si fuera el volumen, entre otros. Concluye que el uso de actividades de comunicación y andamios didácticos lingüísticos para mejorar las habilidades de razonamiento del alumnado son claves en los procesos de enseñanza por indagación y para el favorecimiento de la comprensión de los objetivos y los procesos por parte de los alumnos.

Otros estudios, como el de Pizarro et al. (2016), investigaron el conocimiento didáctico de profesores sobre la estimación de medida a partir de respuestas que involucraban estimaciones longitudinales y bidimensionales. En su estudio desarrollaron una herramienta de análisis que les permitiera distinguir, y posteriormente clasificar, las diferentes tareas que los maestros realizan o podrían realizar, para encontrar o estimar el valor de la medida de una cantidad de magnitud a partir de actividades de estimación y medida; con su respectiva ejemplificación. De acuerdo con las diferentes tareas, enuncian que una medida a una cantidad de magnitud de un objeto, puede ser asignada; ya sea por uso de estimación visual de numerosidades; estimación de medida con referentes propios o auxiliares; o medición no estandarizada, estandarizada, con instrumento de medida o indirecta. Concluyen que los maestros deben comprender la estimación como una tarea matemática que desarrolla el trabajo perceptivo, la referencia y el sentido numérico, se encuentra estrechamente relacionada con la medición y se complementan entre sí. Por lo tanto, su enseñanza

debe ser garantizada. En un estudio posterior, a nivel conceptual y de estrategias empleadas por docentes de primaria, evidenciaron que los maestros no conocen los aspectos clave de la estimación de medida, la confunden con la medición no estandarizada y no están seguros de cómo construir un tratamiento de la estimación de medida para que los estudiantes entreguen respuestas razonables (Pizarro et al., 2017).

Castillo et al. (2011) investigaron los factores que hacen que la capacidad estimativa mejore y las dificultades que surgen al enfrentarse a tareas de estimación de cantidades continuas. Realizaron un experimento de enseñanza con un grupo multicultural de 33 alumnos del IES “Algazul” de Roquetas de Mar de 3º curso de ESO, logrando identificar ciertos componentes que intervienen en la creación de conocimiento relativo a la estimación en medida: comprender la cualidad que se va a estimar o medir; percibirla; comprender el concepto de unidad de medida; tener una imagen mental de dicha unidad y de los referentes que se van a usar en la estimación; adecuar la unidad de medida a utilizar con lo que se va a medir o estimar; conocer y utilizar términos apropiados de la estimación en medida; seleccionar y usar estrategias (iteración mental de referentes, acotación, comparación de la cantidad a estimar con un referente aproximadamente igual o con un múltiplo o divisor de él, componiendo o recomponiendo en partes iguales, etc.) apropiadas para realizar estimaciones; y verificar la adecuación de la estimación.

A manera de conclusión, se evidencia que siempre el estudiante hará juicios sobre la relevancia y dificultad de la tarea y sobre su capacidad para lograrla; si esos juicios son positivos es más probable que el estudiante persista en la tarea y logre buenos desempeños (Shumow & Schmidt, 2014a). Los sentimientos y actitudes positivas y de apertura durante el aprendizaje se correlacionan positivamente con la percepción de habilidad y de desafío de la tarea (Mesurado, 2010; Montoro, 2011). Adicionalmente, los estudios anteriores reportaron: una tendencia hacia lo algorítmico

atribuible a una enseñanza centrada en la aritmetización de la medida en lugar del desarrollo del pensamiento métrico; deficiencias o concepciones erróneas de los estudiantes sobre magnitudes, su conceptualización y unidades de medida en contextos escolares y extraescolares, en los procesos de estimación y conservación de la cantidad y en la conversión de unidades del sistema métrico; al igual que dificultades para operar con cantidades racionales no enteras y relacionar datos del problema; hacían uso del ensayo y error para dar respuesta al mismo. Cuando se les pidió realizar mediciones, no se les pidió realizar una descripción oral, gráfica y escrita de la medida de las distintas magnitudes ni a contrastar y analizar diversas estrategias de medición anticipando el error de la medida.

Es importante que los maestros conozcan los aspectos claves de la estimación de medida y garanticen su enseñanza, pues la estimación de medida desarrolla el trabajo perceptivo, la referencia y el sentido numérico y, se encuentra estrechamente relacionada con la medición y se complementan entre sí. Los vacíos de los docentes afectan las prácticas de enseñanza, las cuales contribuyen a los bajos niveles en la comprensión del pensamiento métrico en los estudiantes. En este sentido, indagar sobre la percepción de reto y su relación con la comprensión del pensamiento métrico cobra especial relevancia, se nutre de las investigaciones reseñadas y profundiza en un área poco explorada a nivel de la investigación, como lo es la matemática y en un tema específico como lo es el conocimiento matemático relativo a la medición directa de longitudes con unidades no convencionales, la estimación y problemas retadores que aumenten la motivación de los estudiantes, trascienda la aritmetización de la medida y contribuyan a darle sentido y utilidad a las matemáticas. Por lo tanto, es un análisis de cómo una actividad o secuencia didáctica fundamentada en reto-habilidad impacta en la comprensión del pensamiento métrico de los estudiantes en la medición de longitudes mediante la selección apropiada de unidades no

estandarizadas y estandarizadas y diversos instrumentos de medición acordes con la estimación del rango la magnitud para desarrollar el sentido de la medida derivada del proceso de medición y de la ampliación del concepto de número; aspectos esenciales en el desarrollo del pensamiento métrico (MEN, 1998).

Pregunta de investigación

¿Cuál es la relación entre la percepción de reto-habilidad y la comprensión del pensamiento métrico en estudiantes del grado 6° en una institución educativa privada en Cali?

Objetivo General

Describir la relación entre la percepción de reto-habilidad de los estudiantes del grado sexto de una institución educativa privada de la ciudad de Cali y la comprensión del pensamiento métrico para el estudio de la magnitud longitud.

Objetivos Específicos

1. Identificar las percepciones de reto-habilidad de los estudiantes subyacentes a la medición y estimación de medida de una cantidad de longitud antes, durante y después de la implementación de la secuencia didáctica.
2. Caracterizar los desempeños en la comprensión en pensamiento métrico de los estudiantes en relación con la magnitud longitud, su medición y estimación de medida antes, durante y después de la implementación de la secuencia didáctica.
3. Analizar la relación entre percepción de reto y habilidad y demanda de la tarea y la relación entre percepción de reto y habilidad y desempeño, antes, durante y después de la implementación de la secuencia didáctica.
4. Evaluar los desempeños de los estudiantes antes y después de la secuencia didáctica.

A continuación, se presentan los fundamentos teóricos que sustentan la problemática abordada

a partir de tres grandes cuerpos conceptuales: (1) Pensamiento métrico; (2) Teoría del flow; y (3) Constructivismo, enseñanza para la comprensión (EpC), que fundamenta la secuencia didáctica.

Pensamiento métrico, medición y estimación de medida

El pensamiento métrico “hace referencia a la comprensión general que tiene una persona sobre las magnitudes y las cantidades, su medición y el uso flexible de los sistemas métricos o de medidas en diferentes situaciones” (Schmidt, 2006, p. 63). Y de acuerdo con los lineamientos del MEN (1998), desarrollar un pensamiento métrico implica: la construcción del concepto de la magnitud, el procedimiento para medirla más allá de la mera asignación numérica, la selección de patrones, unidades de medida e instrumentos de medición apropiados acorde con la estimación del rango de la magnitud, el desarrollo del sentido de la medida (que involucra la estimación de medidas como proceso mental ligado a aspectos visuales y manipulativos que ayuda a los niños no sólo a reforzar la comprensión de la magnitud y el proceso de medición sino a que adquieran conciencia del tamaño de las unidades), las destrezas para medir, la replicación de la unidad de medida, la ampliación del concepto del número y la reflexión del rango de la medida en que se encuentra la magnitud concreta, entre otros. “Las experiencias de los niños con las medidas comienzan normalmente con el número, y están a menudo restringidas a él, con pocas posibilidades de explorar los principios en los cuales se apoya la medición” (MEN, 1998, p. 41) –problemática que algunos autores han identificado como la aritmetización de la medida (Escorcía et al., 2013; Mengual et al., 2016)–, lo que hace que se les dificulte construir el concepto de la magnitud en cuestión, comprender las implicaciones métricas de la misma y aplicar o extraer del mundo real magnitudes y unidades de medida (Casal, 2014). En el contexto extraescolar el estudiante tiene a su disposición el mundo de las medidas que pueden comprobar con diversos instrumentos, además

de explorar e interactuar con el entorno para aprender los procesos de medir de manera práctica y útil; lo que los acercará a su cultura y a una actividad matemática (Mora et al., 2019).

La magnitud es un concepto potente dentro del pensamiento métrico, su conceptualización se logra a partir de diversas situaciones que impliquen procesos de estimación, cuantificación y comparación. Su medición, propicia una reflexión sobre las relaciones entre las matemáticas y la realidad, plantea el reto de generar espacios donde los estudiantes construyan el concepto de la magnitud y sus medidas a partir de la necesidad misma de medir para dar respuesta a una problemática en un contexto determinado. Por lo tanto, no se pueden sustituir la interacción social ni la referencia al trasfondo significativo e importante para el alumno en la construcción de conceptos y procesos de medición, es decir el trasfondo social de la medición (MEN, 1998).

De acuerdo con Luelmo (2001) la medición es una actividad humana que ha estado presente en todas las culturas desde la antigüedad, involucra procesos (e.g. comparar, estimar, calcular con más o menos precisión distintas magnitudes, entre otros) necesarios para el conocimiento del entorno y para poder actuar sobre él; al igual que operaciones mentales y lógicas sobre la medida y habilidades espaciales, gráficas y numéricas, lo que la convierte en una actividad culturalmente significativa. La medición, al igual que la estimación de medida que veremos más adelante, es una forma de asignar una medida a una cantidad de magnitud (Pizarro et al., 2016).

Según Clements y Sarama (2014) citados por Pizarro et al. (2016, p. 98) medir es la asociación entre cantidad y número sustentada en dos aspectos: identificar una unidad de medida y subdividir la cantidad de magnitud por medio de una iteración. La medición puede realizarse de distintas formas:

- **Con unidades no estandarizadas.** “consiste en asignar un valor o un intervalo de valores y una unidad de medida a una cantidad de magnitud continua, por medio de una comparación

directa con algún objeto auxiliar o del conteo.” (Pizarro et al., 2016, p. 98). Algunas veces es necesario realizar una estimación de medida para valorar la fracción de la última unidad iterada, en tal caso la medida queda expresada en número mixto, por ejemplo: $4\frac{1}{2}$ palmos.

- **Con instrumentos de medida que representan unidades estandarizadas.** Cuando se utilizan instrumentos de medida del tamaño de una unidad de medida estándar para medir una cantidad de magnitud. Por ejemplo: varas de 1m, 1dm o 1cm de longitud.
- **Con instrumentos de medida.** Cuando se asigna un valor y una unidad de medida a una cantidad de magnitud por medio de un instrumento de medida con unidades estandarizadas. Ejemplo: la regla graduada, la cinta métrica, odómetro, medidor laser, etc. para el caso de la longitud (magnitud que nos interesa en este estudio).
- **Medición indirecta** (no será abordada en esta propuesta). “es análoga a la estimación indirecta, consiste en asignar un valor y una unidad de medida a una cantidad por medio de una modelación o un modelo matemático” (Pizarro et al., 2016, pg. 100).

Otros autores plantean que, “sólo se puede aprender a medir midiendo y discutiendo las estrategias utilizadas (...). La enseñanza de la medición debe apoyarse en las ideas intuitivas de los alumnos y en sus experiencias informales de medición para ayudarles a comprender los atributos que se miden y lo que significa medir” (Godino et al., 2002, pp. 642-643). Entonces, se hace necesario centrar la mirada en los conocimientos previos y desempeños de los estudiantes durante la ejecución de las actividades propuestas en la secuencia didáctica, para conocer sus formas de pensamiento, el desarrollo de sus habilidades para la identificación, medición y estimación de medida de una cantidad de longitud.

Por su parte, Pizarro et al. (2016) presentan una reconstrucción de su propia definición de estimación de medida como “Asignar perceptivamente un valor o un intervalo de valores y una

unidad correspondiente a una cantidad de magnitud discreta o continua por medio de los conocimientos previos o por comparación no directa a algún objeto auxiliar” (p. 94). Por lo tanto, la estimación de medida se sustenta en tres componentes fundamentales: valoración (V), la cual implica el desarrollo del sentido numérico; percepción (P) que involucra el uso de los sentidos y la comparación visual o mental; y referentes (R) propios o auxiliares. Como posibles tipos de tareas de estimación de medida que se desprenden de la definición anterior, resaltan las siguientes:

- **Estimación con referentes propios.** Cuando se ponen en juego las imágenes mentales, las ideas perceptivas de distintas unidades de medida o medidas de objetos que están internalizadas por el estimador para valorizar una medida. Es decir, la referencia está apropiada por el estimador.
- **Estimación con referentes auxiliares** (visualizar, mirar, percibir, etc.). Cuando se valora numéricamente (V) una medida por medio de una iteración mental (P) de un objeto auxiliar presente (R) que actúa como una unidad de medida que no se itera directamente, pues de lo contrario sería una medición y no una estimación. Este tipo de estimación es común cuando no se han apropiado las unidades de medida o cuando se están conociendo. Algunos ejemplos de referentes auxiliares para la longitud son: el propio cuerpo, un palo, una cuerda, etc.
- **Estimación indirecta.** Cuando se asigna un valor a una medida por medio operatorio o por un proceso de modelización de una realidad o fenómeno complejo. “En estos casos, existe alguna dificultad para realizar mediciones precisas y se simplifica la situación de forma que el resultado se obtiene a partir de realizar una o varias estimaciones de cantidades relevantes y se realizan los cálculos adecuados para ajustarse al modelo utilizado.” (p. 97).

De modo que, para que una tarea sea una estimación de medida, es indispensable que el proceso acabe con un valor numérico asociado –que difícilmente va a coincidir con el valor exacto

debido al carácter subjetivo del acto de estimar– para que no se quede en el plano perceptivo o comparativo. También, plantean que “Medir y estimar medidas son dos procedimientos distintos, pero mantienen una estrecha relación y se complementan entre sí.” (p. 102). La estimación de medida es una tarea en sí misma, generalmente ocurre en ausencia de herramientas de medición específicas y tiene unidades de referencia mental propias (cuantitativas convencionales) y auxiliares (el propio cuerpo u otra) que se adquieren a través de experiencias con la medición (Jones et al., 2012; Pizarro et al., 2016).

En cuanto al análisis de los procesos de estimación de una cantidad de longitud Castillo Mateo (2013) plantea que, es importante tener en cuenta: (1) los referentes utilizados (propios o auxiliares, estandarizados o no estandarizados); (2) las estrategias empleadas y su uso adecuado; (3) la tolerancia del error utilizando estrategias como el redondeo o el truncamiento que al ser aplicadas hacen un llamado a la conciencia del carácter aproximativo del resultado, que según Segovia et al. (1986) citado por (Castillo Mateo, 2013, p. 83), la valoración en la estimación admite cierto grado de indeterminación o un valor diferente del verdadero pero, dentro de un rango de aceptabilidad, útil para tomar decisiones, por tanto, se debe controlar el margen de error en el que se pueda incurrir tanto en el resultado final como en los datos iniciales y en las operaciones intermedias para que la estimación tenga cierto grado de fiabilidad; (4) el uso adecuado del vocabulario (aproximación, estimación, nombre de las unidades de medida, el cual tiende a acompañar el desarrollo de imágenes mentales de dichas unidades) ya que de manera oral o escrita los alumnos transmiten significados; y (5) la doble perspectiva cualitativa del error: **error intrínseco** (propio de la estimación) cuyo rango de aceptación dependerá de las características de la tarea y de la finalidad de la estimación y, el **error extrínseco** (provocado por vocabulario inadecuado, imprecisiones, uso o estrategia inadecuada de estimación, descuidos, de lectura e interpretación de la pregunta,

falta de conocimiento, conceptos mal adquiridos, procedimientos usados erróneamente, la no valoración de la cantidad estimada, etc.) cualificable a partir de la búsqueda de patrones de error o tipos de error.

Estos dos tipos de errores en estimación pueden llevar no solo a resultados falsos sino inclusive a resultados correctos obtenidos mediante procedimientos incorrectos o inaceptables o resultados que pueden ser correctos en un determinado contexto, pero no en otros. De acuerdo con Rico (1985) citado por (Castillo Mateo, 2013, p. 85) algunas de las características generales del error se centran en que a menudo son persistentes, resistentes a cambiar por sí mismos (requiriendo de una reorganización fundamental de los conocimientos de los estudiantes), sistemáticos (útiles para revelar los procesos mentales subyacentes) y, relativos al azar bien sea por descuido o lapsus ocasionales. Las características del error son muy variadas, en especial su grado de incorrección.

No hay un criterio unificado para determinar cuándo una Estimación es correcta, válida, aceptable, coherente o razonable en función de la proximidad al valor considerado exacto. En este estudio se acepta un error relativo, cometido en la estimación, con valor absoluto menor o igual al 30% para considerar válida la estimación; límite usado por Castillo Mateo (2013).

Teoría del Flow

La teoría del flow, o teoría de la experiencia óptima, fue formulada en 1975 por el psicólogo Mihaly Csikszentmihalyi y surgió como resultado de una serie de estudios asociados a actividades autotélicas; cosas que las personas parecen hacer por el placer que se encuentra en la realización de la actividad misma. Es decir, la atención de quien la experimenta se centra en la actividad en sí misma y no en sus posibles consecuencias (Csikszentmihalyi, 2010).

Mesurado (2010) plantea que:

Csikszentmihalyi (1998, p. 115) describe el flow como:

Una sensación de que las propias habilidades son adecuadas para enfrentarse con los desafíos que se nos presentan, una actividad dirigida hacia unas metas y regulada por normas que, además, nos ofrece unas pistas claras para saber si lo estamos haciendo bien. La concentración es tan intensa que no se puede prestar atención a cosas irrelevantes (...). La conciencia de sí mismo desaparece, y el sentido del tiempo se distorsiona. (p.184).

El flow o experiencia optima es “un estado subjetivo que las personas manifiestan cuando están completamente involucradas en algo al punto de olvidar el tiempo, la fatiga y todo lo demás, excepto la actividad como tal”¹ (Csikszentmihalyi et al., 2005, p. 600). Ese estado puede ser experimentado por cualquier persona cuando está intensamente implicada en lo que está haciendo y que le resulta agradable e intrínsecamente gratificante hacer. Esa intensa participación experiencial en la actividad es responsable de tres características subjetivas adicionales: la fusión de la acción y la conciencia; sensación de control, inclusive en actividades que involucran riesgos graves; y alteración del sentido del tiempo; ya que la atención está totalmente dedicada a la actividad en cuestión, es decir que está dirigida a la acción sin distracción, silenciando los procesos auto reflexivos que a menudo entran a la conciencia y desvían la atención de lo que hay que hacer, produciéndose así un altísimo grado de concentración en la actividad, donde la persona funciona al máximo de su capacidad debido a la alta activación positiva (Alta concentración en la tarea y atención focalizada y sostenida) que la motiva a ampliar sus capacidades existentes. En pocas palabras, al involucrarse en la actividad el individuo experimenta: (1) concentración en la tarea que se realiza, lo que demanda poner en juego sus habilidades para enfrentarse a los desafíos de la situación; (2) aislamiento de lo que sucede alrededor y de sus preocupaciones; (3) actuación sin

¹ Traducción de Csikszentmihalyi et al. (2005). Flow. In A. Elliot (Ed.), Handbook of Competence and Motivation (pp. 598-698). New York: The Guilford Press.

esfuerzo, aunque obviamente lo requiera; (4) sensación de control sobre sus acciones; (5) pérdida de la noción del tiempo; y (6) disfrute con la actividad (Medina, 2015; Mesurado 2010).

Existen ciertas condiciones o características necesarias que debe cumplir una actividad para promover la experiencia óptima o el total involucramiento, tales como: Metas claras, “retos óptimos” (balance reto y habilidad) y retroalimentación inmediata. Cuando la actividad a la que uno se dedica contiene un **conjunto claro de metas**, ellas ayudan a estructurar la experiencia, canalizan la atención y le añaden dirección y propósito al comportamiento, el cual puede ser reajustado para el alcance de los objetivos. El individuo debe saber en qué invertir la atención y enfocarla hacia lo que realmente desea (Csikszentmihalyi, 2005; 2010). Reeve (1994) citado por Medina (2015, p. 24) considera que, en una tarea o actividad desafiante, las metas dirigen la atención del individuo hacia la tarea, movilizan el esfuerzo, aumentan la persistencia y alimentan el desarrollo de nuevas estrategias para mejorar el rendimiento. De acuerdo con Medina (2015) el mayor determinante de la búsqueda de metas, elección de tareas y la persistencia y el esfuerzo por conseguirlas es la Autoeficacia². Creer que no se es capaz de superar la tarea conduce a evitarla y no dedicarle esfuerzo. Así mismo, la autoconfianza en la capacidad para lograr resolver con éxito una tarea influye en la motivación para realizarla, y es predicha por las atribuciones que realizan los estudiantes sobre el éxito o fracaso de la tarea. Cuando se piensa que la habilidad o el esfuerzo invertido en la tarea matemática determinan el éxito o el fracaso se dice que la autoconfianza es Alta y, es Baja si se le atribuye el éxito a la facilidad de la tarea o a la ayuda de otros y los fallos a la falta de habilidad.

² Definida por Bandura (1997) como: “beliefs in one’s capabilities to organize and execute the courses of action required to produce given attainment” (p. 3).

En cuanto al **balance entre los retos percibidos y las habilidades percibidas** (retos óptimos), independientemente de su presencia objetiva, Csikszentmihalyi et al. (2005) plantea la existencia de una fragilidad intrínseca en dicho equilibrio, lo que produce distintos estados psicológicos predecibles (apatía, relajación, ansiedad, flow) que proporcionan información acerca de la relación de cambio con el medio ambiente y llevan al individuo a ajustar su comportamiento para escapar de un estado subjetivo más aversivo y volver a entrar en el flow. Si los desafíos³ exceden las habilidades surge la ansiedad, si las habilidades comienzan a superar los desafíos el individuo se relaja y luego se aburre. Las experiencias óptimas se llevan a cabo en un nivel alto de desafío y habilidad. Percibir altos niveles de desafío y habilidad, sentirse en control de la actividad y competente para el desarrollo de la misma, genera una respuesta emocional positiva (disfrute, autoestima, motivación intrínseca), una actitud activa, esfuerzo, persistencia y alto compromiso con la tarea, ya que, el individuo requiere poner en juego sus habilidades y utilizar al máximo sus capacidades (Hektner et al., 2007; Medina, 2015; Shernoff & Csikszentmihalyi, 2009). De modo que, existe una relación positiva entre el fluir y el desarrollo de habilidades. Csikszentmihalyi y Larson (1984) citados por Csikszentmihalyi et al. (2005, p. 604) plantean que cuando los individuos dominan los desafíos en una actividad, deben identificar desafíos cada vez mayores para continuar experimentando el fluir, es así como el equilibrio entre los desafíos y las habilidades mejoran la capacidad y los niveles de habilidad; “nadie puede disfrutar haciendo lo mismo durante mucho tiempo” (Csikszentmihalyi, 2010, p. 4). Por lo tanto, es importante que los estudiantes perciban que las tareas académicas les proveen un nivel de exigencia entre moderado y alto para facilitar experiencias óptimas más aún, si la percepción de reto y habilidad actúan como predictores de tales experiencias (Ochoa-Angrino et al., 2018).

³ Entendido el Desafío como “la percepción de un estudiante de que la actividad en cuestión requiere algún tipo de inversión cognitiva o física” (Strati et al., 2017, p. 132).

Por otro lado, Wong (2000) citado por Mesurado (2010, p. 185) en sus investigaciones demostró que, durante la realización de tareas escolares, la orientación a la autonomía de los estudiantes se relacionaba positivamente con la experiencia óptima, los estudiantes sentían que tenían control sobre la tarea, estaban más concentrados, creían ser más competentes y percibían que, aunque la tarea escolar era desafiante, tenían la habilidad para superarla.

Como puede verse, el reto tiene dos facetas que lo caracterizan: (1) la percepción, la cual es un componente de la propia experiencia y fluctúa de un momento a otro dependiendo de las características del contexto en el que se desarrolla la actividad; y (2) la estructura de la tarea con niveles de complejidad variados –cada vez más demandantes a nivel cognitivo hasta lograr el más alto nivel de reto y destreza– que pueden ser manipulados y modificados para garantizar que la tarea sea retadora ya que, debido a la fragilidad del equilibrio entre el desafío y la habilidad del individuo, en un mismo ambiente de aula unos estudiantes pueden fluir y otros no, aunque sea de modo temporal. Del mismo modo, las habilidades requeridas para asumir el desafío pueden cambiar de actividad en actividad. Baird & Penna (1997) citados por Shumow & Schmidt (2014, p. 4), mencionan que para que una tarea sea percibida como un desafío, el estudiante debe percibir que la tarea presenta algún grado de exigencia cognitiva, pero también debe reconocer esta exigencia como una oportunidad para la acción.

Por su parte, la **retroalimentación** cumple con el propósito de informar al individuo lo bien que está progresando en la actividad, y dicta si hay que hacer ajustes o mantener el rumbo actual de la acción. Deja al individuo con pocas dudas acerca de qué hacer a continuación. Incluirá inevitablemente una retroalimentación "negativa" del desempeño en el transcurso de la actividad, para dirigir la atención y el comportamiento. Esto no necesariamente resulta perjudicial para la participación en la tarea. En realidad, el tipo de retroalimentación que se reciba es irrelevante: lo

importante es poder tener la sensación de que la tarea o actividad se está haciendo bien, porque sentir que se ha tenido éxito en alcanzar la meta crea orden en la conciencia y fortalece la estructura de la personalidad (Csikszentmihalyi et al., 2005; Csikszentmihalyi, 2010). La retroalimentación sobre cómo se está realizando la tarea o alcanzando la meta puede provenir del mismo individuo o de agentes externos a él, facilita la discusión, la socialización, conservación del interés o sentimientos de competencia y de control (Golnabi, 2015; Medina, 2015).

De acuerdo con Csikszentmihalyi et al. (2005) y Csikszentmihalyi (2010) algunas actividades que producen flow son: (1) actividades físicas (funciones que puede desempeñar el cuerpo humano, como ver, oír, tocar, saborear, nadar, correr, escalar y muchas otras, su disfrute no depende de lo que se hace, sino de la forma en que se hace) o mentales (todas las experiencias placenteras de naturaleza simbólica que se apoyan en un sistema abstracto de notación, como el lenguaje o las matemáticas, más que en un objeto o sensación accesible a los sentidos) que involucran el dominio, control y comportamiento autónomo, la gente disfruta más con un trabajo activo y creativo que con las tareas puramente mecánicas de la era industrial; (2) la resolución de problemas orientados a metas claras de aprendizaje, bien definidos y bien elegidos, naturales (de la vida real) e interesantes, no demasiado difícil y no demasiado fácil, y cuyos caminos y obstáculos para la solución son claros en función de la información proporcionada; (3) las competencias que buscan perfeccionar las propias habilidades y lograr el mejor desempeño posible más que vencer al adversario. Son un medio y no un fin en sí misma; (4) la lectura; (5) la escritura, ya que pone las palabras al servicio de nuestra imaginación, permitiéndonos construir realidades diferentes, y por eso mismo es una fuente potencial de experiencias óptimas; y (6) los juegos de competencia, de azar, de vértigo, de representación (e.g. interpretar un rol teatral).

En esta investigación se apostó a actividades de resolución de problemas, considerada también, “el contexto privilegiado para el análisis del comportamiento inteligente” (Otálora, 2007, p. 3). Y de acuerdo con Newell & Simon (1972) citados por Otálora (2007, p. 3) una persona se enfrenta a un problema cuando quiere algo, pero no sabe inmediatamente qué serie de acciones puede ejecutar para conseguirlo, cuenta con la información que se le brinda acerca de lo deseado, condiciones y restricciones, se le aclara información inicial con la que cuenta y a qué recursos o herramientas puede acceder para permitirle generar algún desempeño frente al problema, comprometerse con la tarea y generar una secuencia de pasos o estrategias que lo llevan a la solución o a alcanzar la meta.

Mesurado (2010) plantea que de acuerdo con la teoría del flow: “el aprendizaje óptimo se facilita cuando las oportunidades educativas no solamente responden a los intereses de los individuos, a las habilidades y a las diferencias individuales, sino cuando amplían su conocimiento previo (Hoekman, McCormick & Gross, 1999)” (p. 186), lo cual requiere oportunidades de acción con unas metas claras y realizables, cada vez más exigentes a nivel cognitivo y balanceadas con el nivel de habilidad, que le permitan relacionar el conocimiento nuevo con el conocimiento previo, organizar personalmente el saber, concentrarse, centrar su atención y transferir conocimientos, todo lo anterior mediado por un clima motivacional en el aula orientado al aprendizaje sin temor al fracaso o al ridículo, donde la comprensión sea negociada, la responsabilidad transferida al estudiante, la retroalimentación sea inmediata y se brinden oportunidades de elección para el alcance de los objetivos y el mejoramiento de sus habilidades. Siempre que un individuo se enfrenta a una tarea o actividad puede anticipar la consecución de la meta y tener diversos motivos para realizar y continuar o no en la tarea. De ahí la importancia que en el entorno escolar se generen ambientes de aprendizaje óptimos que incluyan intelecto y sentimientos, concentración y disfrute

ya que son partes integrales del compromiso óptimo en el proceso de aprendizaje y rara vez operan juntos durante la instrucción escolar (Shernoff & Csikszentmihalyi, 2009).

Constructivismo: fundamentos de la secuencia didáctica

La secuencia didáctica que se propone, se fundamenta en un modelo de EpC (Stone, 1999) –Comprensión entendida como: usar de manera creativa y novedosa lo que uno sabe para actuar de manera flexible en el mundo– el cual está enmarcado en un paradigma socio constructivista, involucra los intereses y conocimientos previos de los alumnos en la construcción colaborativa y solidaria de aprendizajes significativos; se desarrollan diversos procedimientos para la detección de errores y estrategias de evaluación; el docente es un mediador entre los conocimientos previos y los nuevos, propicia relaciones multidireccionales dándole un lugar a la diversidad y a los diferentes ritmos de aprendizaje, diseña situaciones reales y abiertas, genera ambientes de inclusión y sus prácticas de enseñanza permiten evaluar la comprensión actual de los estudiantes acerca de la información y dirigir el acto de enseñanza de modo coherente con tal comprensión (Hattie y Timperley, 2007). Los alumnos tienen un rol activo (a nivel cognitivo y como sujetos responsables de su aprendizaje) en la construcción del conocimiento.

El modelo EpC está compuesto por diversos elementos: (1) un tópico generativo central para el dominio del conocimiento, accesible e interesante para los estudiantes y en un contexto de la vida real, de fácil conexión con otros tópicos intra e interdominios e intelectualmente interesante para el profesor; (2) unas metas de comprensión que representan lo que se espera haga o logre el estudiante, deben ser explícitas, observables, ligadas al dominio del conocimiento y exhibidas públicamente pues direccionan y centran el trabajo y la atención en la agenda principal; (3) los desempeños de comprensión, producto específico y medio para que el estudiante adquiera la habilidad y construya el conocimiento, ponen en juego las demandas cognitivas en un dominio del

conocimiento y están en relación con las metas de comprensión, en ellos se desarrolla y se demuestra la comprensión. El estudiante debe saber el sentido o conexión y el para qué de lo que está haciendo. Se les debe mostrar para donde vamos y lo que se quiere lograr; (4) las demandas cognitivas o formas de pensar propias del dominio del conocimiento, guían la secuencia didáctica para el alcance de los objetivos propuestos, le ayudan al estudiante a que poco a poco vaya aprendiendo a pensar y actuar de esa determinada manera, como lo hacen los especialistas en ese dominio; y (5) la evaluación, fundamentada en un proceso continuo de retroalimentación efectiva⁴ para favorecer la toma de conciencia sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje y reducir la brecha entre los conocimientos previos y los deseados. Adicionalmente, permite conocer el proceso y nivel de aprendizaje del alumno en los diferentes momentos de evaluación, recurriendo a las distintas modalidades, la retroalimentación, técnicas e instrumentos de evaluación y la mediación de la calidad de las interacciones (pares, docente y contenido); y busca descubrir lo que saben quienes aprenden y cómo han adquirido dichos saberes porque esto les permitirá actuar de manera diferente en contextos nuevos no conocidos, avanzar hacia nuevos aprendizajes; lo que le da un componente de evaluación auténtica (Ahumada, 2005), con un alineamiento constructivo entre los objetivos de aprendizaje, las actividades de aprendizaje y la evaluación (Biggs, 2006).

De acuerdo con la problemática, sus antecedentes y el marco teórico se plantea la siguiente hipótesis: Los estudiantes que perciban en promedio mayor reto y mayor habilidad a lo largo de la secuencia didáctica tendrán mejores desempeños en la comprensión de pensamiento métrico.

⁴ **Retroalimentación efectiva:** entendida como información suministrada, buscada o detectada por un agente (maestro, padres, libro, un par, el propio estudiante, la experiencia, etc.) respecto al desempeño o comprensión de una tarea y que tiene influencia poderosa en el aprendizaje y el rendimiento dependiendo del tipo de retroalimentación y la manera en que se brinda. Es consecuencia del rendimiento ya que busca aclarar ideas, corregir, presentar alternativas, brindar aliento, etc. y debe dirigirse al estudiante en el nivel apropiado (Tarea, Procedimiento o Autorregulación) para reducir la discrepancia entre la comprensión actual y la deseada (Hattie y Timperley, 2007).

MÉTODO

Diseño de investigación

Esta investigación utiliza un diseño cuasiexperimental con medidas repetidas in situ para las variables independientes, tiene un enfoque mixto y un alcance correlacional (Sampieri et al., 2014). Se recolectan, analizan y vinculan datos cuantitativos y cualitativos –en un mismo estudio– provenientes de perspectivas y aspectos subjetivos de los participantes y de la medición numérica de variables o conceptos involucrados en la hipótesis y análisis estadístico, para dar respuesta a la pregunta de investigación, desarrollar la hipótesis y buscar regularidades y relaciones causales entre las variables independientes (precepciones de reto y habilidad) y dependiente (comprensión del pensamiento métrico).

Participantes

La muestra estuvo compuesta por 83 estudiantes (52 niños y 31 niñas de entre 11 y 12 años prevaleciendo el género masculino con el 62,65% aproximadamente) del grado 6° de una institución educativa privada situada en el área urbana del municipio de Santiago de Cali (Colombia), de nivel socioeconómico medio alto. La muestra en un inicio se había pensado igual a la población para mayor precisión, minimizar el error y ser más confiable, pero no todas las familias y estudiantes firmaron los consentimientos y asentimientos respectivos. Se tuvo como criterios de inclusión todos los niños y niñas del grado 6° de la institución educativa en cuestión, cuyos padres autorizaron su participación voluntaria en el estudio y contaran con servicio de internet y computador en casa para el desarrollo de tareas propuestas sincrónicas en el modelo de alternancia estipulado por el gobierno y Ministerio de Educación Nacional como medida preventiva de la propagación del COVID-19. También, se incluyeron 9 estudiantes nuevos (4 niños y 5 niñas) y un estudiante de reinicio de proceso en el grado. La muestra fue distribuida por la

institución educativa en 4 grupos (6A, 6B, 6C y 6D) antes del inicio del año escolar. Como criterios de exclusión, se consideraron: (1) estudiantes del grado 6° que expresaron no querer participar en la investigación; y (2) estudiantes que incumplieron con el diligenciamiento del cuestionario MME en los tiempos asignados y con la entrega del Pretest o actividades.

Instrumento

Un cuestionario de Muestreo de Experiencias –MME– (Ver Anexo 5) para las medidas repetidas de autoinforme de la percepción de reto y habilidad de los estudiantes en el desarrollo de la tarea en entorno natural y tiempo real, lo que aumentó la precisión, redujo el error de evaluación, le dio una mayor validez interna y ecológica a la investigación y redujo fallos atribuibles a la memoria. El cuestionario usado en esta investigación provino de una adaptación del instrumento usado por Schmidt y Smith (2008) a partir de traducciones hechas del inglés al español y viceversa por un profesor nativo, controlando así la adecuación del vocabulario a nuestro contexto colombiano (Ochoa-Angrino, Montes y Rojas-Ospina, 2018). Estuvo estructurado en 3 partes: la primera recogía información general (nombre o código del alumno, fecha de realización y edad), la segunda identificaba la actividad que se encuentra desarrollando el estudiante con su respectiva tarea al momento en que recibía la señal activada por la profesora, y la tercera evaluaba la percepción de reto y habilidad con una escala tipo Likert rango de 1 a 5 (donde 1 significa *nada* y 5 significa *mucho*) en los ítems: ¿Qué tan retadora era la actividad? y ¿qué tan hábil te sentías realizando esta actividad?

Un Pretest (Ver Anexo 6) y un Postest (Ver Anexo 7) con su respectivo análisis objetivo y subjetivo y niveles de desempeño para las seis situaciones problema que el estudiante debía realizar: (1) identificando y seleccionando instrumentos de medición de longitud y ejemplificando cantidades de longitud acordes con el instrumento; (2) midiendo una cantidad de longitud

antropométricamente; (3) resolviendo problemas de medición de longitudes (distancia y trayectoria); (4) resolviendo problemas de medición y estimación de medida de una cantidad de longitud con unidad de medida estandarizada; (5) estimando la medida de una cantidad de longitud; y (6) asociando cantidades de longitud con un rango determinado. Los niveles de dificultad respectivos para cada situación fueron: Bajo, Alto, Medio, Alto, Alto y Medio. Se movilizaron los procesos de medición y estimación de medida de una cantidad de longitud mediante; el uso y selección de unidades de medida no estandarizadas, instrumentos de medición con unidades de medida estandarizadas y referentes auxiliares o propios acordes con el rango de la magnitud o el tamaño de la unidad de medida; el establecimiento de relaciones entre unidades de medida y la ampliación del concepto de número, entre otros aspectos centrales a la comprensión de pensamiento métrico.

Una secuencia didáctica (Ver Anexo 8) estructurada alrededor de la medición y estimación de medida de cantidades de longitud, la cual constaba de 4 actividades con sus respectivas demandas cognitivas y niveles de dificultad, que fueron desarrolladas en 11 sesiones de clase de 90 minutos (ver Tabla 1). En la secuencia didáctica se hizo la descripción de la tarea, se presentaron sus componentes esenciales (Estructura de la tarea), la matriz de análisis de la estructura de la tarea, demanda cognitiva y procedimiento ideal: nivel de análisis objetivo y subjetivo de los problemas, al igual que los niveles de desempeño (Bajo, Medio y Alto) de cada una de las actividades.

Tabla 1

Síntesis de la Secuencia Didáctica

Sesión	Actividad que Debe Realizar el Estudiante	Demanda Cognitiva	Nivel Dificultad
1	Actividad No.1 Identificando longitudes en una puerta de tu casa y usando e interpretando su cuerpo como unidad de medida para cantidades de longitud.	La tarea exige: <u>Medir</u> : la asociación entre cantidad y número sustentada en dos aspectos: identificar y seleccionar una unidad de medida apropiada, y subdividir la cantidad de magnitud por medio de una iteración. Diferenciar los elementos de una medición.	Bajo Medio
2	Midiendo el ancho de la puerta y estableciendo relaciones entre unidades de medida no estandarizadas y estandarizadas para la longitud.	Medir, establecer relaciones entre unidades de medida estandarizadas y no estandarizadas para la longitud, verificar la medida y reconocer la equivalencia en las medidas al variar la unidad de medida, el carácter invariante de la cantidad de longitud y la relación inversa entre el valor numérico y el tamaño de la unidad de medida.	Alto
3	Actividad No.2 Midiendo las dimensiones de la puerta con instrumentos que tienen unidad de medida estandarizada y discriminando los elementos de una medición y los posibles errores en la medida.	Medir, diferenciar los elementos de una medición, detectar dificultades y errores en la medida identificando sus posibles causas, leer comprensiva la conferencia: “Elementos de una medición” y comunicar sus puntos de vista.	Alto
4	Indagando y argumentando de manera colaborativa si la puerta se ajusta a las características y funcionalidades estándar establecidas.	Seguir la instrucción, indagar información, argumentar con base a normas establecidas para medidas estandarizadas del objeto inspeccionado y organizar sus ideas.	Alto
5	Exponiendo el producto de la indagación y argumentación en una plenaria.	Organizar y comunicar de ideas y argumentos, plantear conclusiones del trabajo realizado.	Medio
6	Actividad No. 3	Reconocer los distintos instrumentos de medición indicados y su funcionalidad, dominio de las unidades de	Bajo Medio

Sesión	Actividad que Debe Realizar el Estudiante	Demanda Cognitiva	Nivel Dificultad
	Identificando el instrumento y unidad de medida apropiado para una determinada cantidad de longitud e interpretando la medida del ancho de un objeto.	medida, asociar el rango de la longitud con el respectivo instrumento, elegir la opción más apropiada para la situación, dominio de la subdivisión de la unidad de medida (mm) registrada en el instrumento y del sistema notacional alfanumérico.	
7	Estableciendo relaciones entre unidades de medida no estandarizada y estandarizada, para seleccionar la mejor opción de compra y, midiendo diferentes cantidades de longitud para argumentando si las medidas son apropiadas para lo que plantea la situación.	Realizar cálculos, medir cantidades de longitud, comparar medidas y argumentar su respuesta. Discriminar, analizar e interpretar la información relevante. Establecimiento de la relación entre el ancho del baño (270 cm) y longitud de la entrada al baño.	Alto Alto
8	Introducción y dinámica de estimación de medida de una cantidad de longitud	Activación del conocimiento previo, uso de referentes propios o auxiliares, desarrollo del sentido numérico, la percepción visual y análisis del error en la estimación.	Alto
9	Actividad No. 4 Interpretando y estimando distancia entre objetos. Asociando y proponiendo cantidades de longitud con un rango determinado.	Estimar una distancia, ampliar el concepto de número, inferir el alto y el ancho de la puerta y estimación indirecta. Internalización de unidades de medida estandarizadas (mm, cm, dm, m y más de 10 m), estimar y proponer cantidades de longitud con un rango específico y, visualizar longitudes no rectilíneas.	Alto Alto
10	Estimando la medida de la estatura de una persona y del largo de una cuerda.	Estimar: Asignar perceptivamente un valor (o intervalo de valores) y una unidad correspondiente a una cantidad de longitud por medio de conocimientos previos o comparación no directa con objeto auxiliar. También, dominio del carácter continuo de la longitud y su subdivisión.	Alto Alto
11	Estimando la medida de cantidades de longitud en objetos y proponiendo objetos que tengan una cantidad de longitud con una medida indicada.	Estimar, internalización de unidades de medida estandarizadas y seleccionar objetos del entorno que tengan unas medidas específicas dada la cantidad de longitud.	Alto Alto

La secuencia didáctica se fue estructurando durante la Maestría en los cursos de Fundamentación para el Diseño de Espacios Educativos Significativos, Desarrollo Psicosocial Infancia y Adolescencia e Implementación y Evaluación de Espacios Educativos Significativos. Varias de las actividades fueron socializadas al Departamento de Matemáticas del colegio, piloteadas y mejoradas bajo una modalidad presencial en el segundo semestre de 2019, pero, dada las circunstancias actuales y protocolos de bioseguridad, gran parte de la secuencia sufrió modificaciones y ajustes para su implementación bajo una modalidad remota.

Los instrumentos anteriores fueron validados por los evaluadores de la investigación.

Procedimiento

Fase 1 – Pretest para el diagnóstico de la comprensión del pensamiento métrico de los estudiantes y sus percepciones de reto-habilidad antes de la implementación de la secuencia didáctica. En esta fase se tuvo un diálogo y empalme con el profesor de matemáticas del grado 5° del año lectivo 2019-2020 antes de salir al periodo de descanso al final del año escolar, para conocer el trabajo realizado con los estudiantes principalmente, en relación con el pensamiento métrico. Se identificaron como necesidades: mejorar las comprensiones en pensamiento métrico de los estudiantes y abordar la estimación de medida –ya que no fue trabajada–, el uso de otros instrumentos de medición distintos a los habituales y la longitud de contorno de objetos irregulares, entre otros. Lo anterior sirvió de insumo para el diseño del Pretest, el Postest y las tareas de la secuencia didáctica acordes con las habilidades de los estudiantes, sus conocimientos previos y con un nivel de reto controlado.

Posteriormente, se tuvo reunión con las directivas del colegio para socializar los objetivos y generalidades de la investigación y solicitar por escrito (Ver Anexo 2) su respaldo para la realización de la misma. Una vez obtenido el aval de la institución educativa, se les socializó a los

participantes –en una clase regular– los objetivos de la investigación y se tramitaron los respectivos consentimientos y asentimiento informados (Ver Anexos 3 y 4) vía correo electrónico y formulario de Microsoft Teams, aclarando que la participación en el estudio es voluntaria, anónima y con fines estrictamente pedagógicos.

Finalmente, en una sesión de clase sincrónica de 90 minutos, se socializó el cuestionario del Muestreo de Experiencias (MME) y su diligenciamiento, se les reiteró a los estudiantes el apoyo de la profesora para aclarar cualquier duda que les surgiera y se aplicó el Pretest de forma individual, junto con el cuestionario MME para poder analizar la demanda de la tarea en relación con la percepción de reto-habilidad y el desempeño de los estudiantes en esta fase inicial.

Fase 2 – Implementación de la secuencia didáctica, diligenciamiento de formulario del MME para la recolección de información y aplicación del Postest. En esta fase se hizo recolección de la información sobre las percepciones de los estudiantes sobre reto-habilidad y la evaluación de su experiencia subjetiva en clase al desarrollar las cuatro actividades propuestas en la secuencia didáctica, las cuales eran publicadas en tareas o trabajos en Microsoft Teams.

El Muestreo de experiencias (Hektner et al., 2007) en la recogida de datos se realizó dos veces en el Pretest y en el Postest, al igual que en el desarrollo de las actividades 1 y 2 propuestas en la secuencia didáctica, y 5 veces en las actividades 3 y 4. Los estudiantes diligenciaron el cuestionario MME diseñado electrónicamente en formularios de Microsoft Teams, con el fin de conseguir un muestreo amplio y representativo de sus percepciones de reto-habilidad y para la validación de los datos y resultados de la investigación. El tiempo para responder el cuestionario fue de 2 minutos aproximadamente y debió ser diligenciado en un periodo de tiempo no mayor a 10 minutos después de la señal o indicación de la profesora. Los datos obtenidos para los 83 estudiantes, representaron un total de $160+163+148+309+333+164=1.277$ reportes del Pretest, las 4 actividades de la

secuencia didáctica y el Posttest, respectivamente. Se complementó con discusiones y aclaraciones hechas en clase, consignas subsidiarias y registro fotográfico de las producciones de los estudiantes.

Fase 3 – Análisis de los datos y de resultados. Como se muestra más adelante.

Fase 4 – Escritura y entrega del informe final. Se realizaron las discusiones, conclusiones y recomendaciones de la investigación y se hizo entrega del informe final para su revisión y posterior sustentación.

Análisis de datos

En este estudio se tomaron como variables independientes (explicativas o predictoras) la percepción de reto-habilidad de cada participante frente al nivel de desafío de la tarea propuesta en la secuencia didáctica, y como variable dependiente la comprensión (desempeño) del pensamiento métrico. La variable dependiente se midió con la escala ordinal: Bajo, Medio y Alto.

El proceso de recolección de datos se realizó a partir de la aplicación de los instrumentos principales en el grupo de estudio. La información recopilada se organizó, sistematizó y procesó en el programa informático estadístico Minitab 19, el cual arrojó las tablas y gráficos respectivos a partir de los cuales se efectuó el análisis de carácter descriptivo, cuantitativo y correlacional. La información recopilada en la implementación de la secuencia didáctica se sistematizó a partir de los registros de las producciones y niveles de desempeños de los estudiantes, teniendo en cuenta el Análisis de tareas, que de acuerdo con Otálora (2007) es un método cualitativo dinámico para describir y caracterizar los procesos cognitivos encubiertos en el desempeño del individuo cuando se enfrenta a tareas que involucran emprender un desempeño para alcanzar una meta específica en diferentes dominios del conocimiento y con diferentes niveles de complejidad, como es el caso de la resolución de problemas; considerada “el contexto privilegiado para el análisis del

comportamiento inteligente” (p. 3). El análisis del comportamiento efectivo se realizó a partir del análisis de la estructura constitutiva de la tarea (Análisis objetivo), de su demanda cognitiva y del establecimiento previo paso a paso de un procedimiento de desempeño ideal o experto en tiempo real llevado a cabo por el individuo (Análisis subjetivo) lo cual prefiguró unos predecibles niveles de desempeño (Bajo, Medio y Alto) de la tarea, que evidenciaron y dieron cuenta de los recursos cognitivos, el conocimiento y niveles de comprensión que los niños tienen de su propio mundo, tal como ellos lo viven y lo piensan. La calidad o eficacia del desempeño del estudiante se juzgó por la cercanía al estado meta lograda durante la resolución.

Consideraciones éticas

De acuerdo con la Ley 1098 (Congreso de la República, 2006), por la cual se expide el código de la Infancia y la Adolescencia, y la Resolución 008430 de 1993 del Ministerio de Salud, en donde se establece que toda investigación con seres humanos requiere del documento de consentimiento informado, se tuvieron en cuenta las siguientes consideraciones para la realización de la presente investigación: (1) fundamentación teórica y realización del estudio con fines estrictamente académicos y pedagógicos; (2) uso de un formato de consentimiento y asentimiento informado para informar de manera oportuna a los participantes y sus representantes legales sobre los procedimientos de recolección, tratamiento y confidencialidad de la información, los alcances y veracidad de la investigación en cuanto a la publicación de resultados, y el anonimato de los participantes para proteger su identidad; (3) explicación clara de la información contenida en dicho documento para su posterior firma como constancia de la decisión voluntaria de participar en el estudio, al igual que la permanencia voluntaria en lo que durara el mismo; (4) el respeto a los derechos, dignidad, integridad y bienestar de todos los participantes; y (5) la participación en la investigación no representa ningún riesgo físico ni beneficio económico.

RESULTADOS

Este apartado está organizado en cuatro secciones para responder a los cuatro objetivos del trabajo de investigación respecto a la relación entre la percepción de reto-habilidad de los estudiantes del grado sexto de una institución educativa privada en Cali y la comprensión del pensamiento métrico para el estudio de la magnitud longitud. La primera sección es una descripción de las percepciones de reto-habilidad subyacentes a la medición y estimación de medida de una cantidad de longitud, antes, durante y después de la implementación de la secuencia didáctica. La segunda sección es una caracterización de los desempeños de los estudiantes en la comprensión en pensamiento métrico en relación con la magnitud longitud, su medición y estimación de media. La tercera sección presenta la relación entre percepción de reto y habilidad y demanda de la tarea y la relación entre percepción de reto y desempeño de los estudiantes. La cuarta sección corresponde a la evaluación de los desempeños en el Pretest y en el Postest.

Percepciones de reto-habilidad subyacentes a la medición y estimación de medida de una cantidad de longitud antes, durante y después de la implementación de la secuencia didáctica.

Para responder a éste primer objetivo, se realizó el muestreo de experiencias con medidas repetidas, mediante el diligenciamiento de un cuestionario MME, tal y como se indicó en la parte metodológica, con el fin de identificar las percepciones de reto y habilidad de los estudiantes antes, durante y después de la secuencia didáctica. La Tabla 2 muestra la media (\bar{x}), la desviación estándar (**DE**) y el coeficiente de variación porcentual (**C.V**) obtenidos para dichas percepciones. Allí se observa que, en promedio, los estudiantes percibieron un poco de reto (con un aumento gradual y tendencia a algo) y algo de habilidad antes, durante y después de la secuencia didáctica. Tanto el coeficiente de variación como la desviación estándar de la percepción de reto, aumentan desde el Pretest hasta el Postest, mientras que, para la percepción de habilidad disminuyen.

Tabla 2*Estadísticas Descriptivas de las Percepciones de Reto y Habilidad*

Percepciones (N=83)	Medidas								
	Pretest			Secuencia Didáctica			Postest		
	\bar{x}	<i>DE</i>	<i>C.V</i>	\bar{x}	<i>DE</i>	<i>C.V</i>	\bar{x}	<i>DE</i>	<i>C.V</i>
Reto	2.7	0.93	34.44*	2.7	0.99	36.67	2.9	1.07	36.90*
Habilidad	3.2	1.07	33.44*	3.3	1.05	31.82	3.4	1.05	30.88*

Nota: La recolección de los datos se realizó sólo con 83 estudiantes y no con todo el grado como se había planeado inicialmente, ya que 25 estudiantes no presentaron los consentimientos informados y 12 más no diligenciaron el cuestionario MME o no presentaron la actividad debido a diversos factores (fallas tecnológicas o de conectividad, inasistencia a clases por calamidad familiar o incapacidad médica, el incumplimiento intencional con el trabajo, pensar que su entrega era opcional porque no tenía nota, entre otros). En total se recolectaron 1.277 reportes. Escala de calificación de reto y habilidad de 1-5, 1: nada, 2: un poco, 3: algo, 4: bastante y 5: mucho.

Fuente: Elaboración propia.

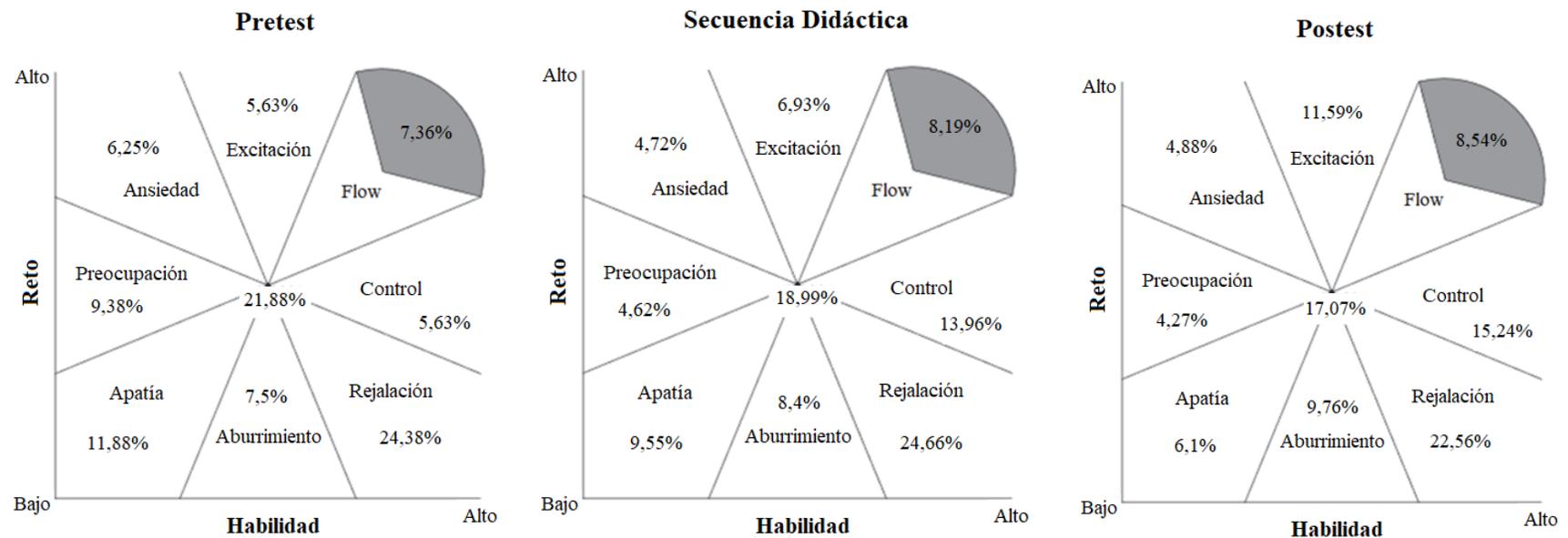
Al observar los reportes generales, se aprecia que donde percibieron el nivel más alto de reto –antes, durante y después de la implementación de la secuencia didáctica– fue en la estimación de medida y en la resolución de problemas de medición y estimación de medida de una cantidad de longitud, con un aumento gradual (para la estimación de medida aunque su percepción de habilidad ya no era tan alta como en el Pretest) y significativo (para la resolución de problemas) desde el Pretest hasta el Postest. Además, se percibieron muy hábiles para medir de manera antropométrica una cantidad de longitud y para asociar y proponer cantidades de longitud con un rango determinado, lo cual fue aumentando, de modo significativo, desde el Pretest hasta el Postest. Adicionalmente, discriminar los elementos de una medición y los posibles errores en la medida, indagar de modo colaborativo e interpretar y estimar la distancia entre objetos fueron unos aspectos, de la secuencia didáctica, donde los estudiantes percibieron bastante o mucha habilidad.

En la Figura 1 se presentan los resultados de la evaluación de la calidad de la experiencia como una función entre el desafío y habilidad antes, durante y después de la secuencia didáctica

acorde con los reportes de percepción de reto y habilidad de los estudiantes. En ella se aprecia que el estado de relajación tuvo los porcentajes más altos y disminuyó un poco en el Postest, seguido de la percepción reto-habilidad media. Tanto el control como el aburrimiento fueron aumentando y la apatía fue disminuyendo desde el Pretest hasta el Postest. Los que percibieron alto desafío, percibieron diferente nivel de habilidad, principalmente medias o altas en la secuencia y en el Postest, lo que sugiere la presencia de otros aspectos –más allá de la percepción de habilidad– impactando la percepción de reto.

Figura 1

Balance Reto y Habilidad Antes, Durante y Después de la Secuencia Didáctica



Nota: N= 83 estudiantes, para un total de 160, 953 y 164 datos recolectados en el Pretest, la secuencia didáctica y el Postest, respectivamente.

Fuente: Tomado y adaptado de Hektner et al. (2007, p. 143).

Desempeños en la comprensión en pensamiento métrico con relación a la magnitud longitud, su medición y estimación de medida.

Para abordar este objetivo y poder caracterizar los desempeños en la comprensión en pensamiento métrico, se aplicó el análisis de tareas (Otálora, 2007) para el análisis cualitativo del desempeño real de los estudiantes en las tareas propuestas antes, durante y después de la implementación de la secuencia didáctica, teniendo en cuenta los diferentes niveles de desempeño: Alto, Medio y Bajo. Para mayor claridad de lo anterior y proporcionar una idea más amplia de las comprensiones de los estudiantes en medición y estimación de medida de una cantidad de longitud, se elaboraron unos cuadros (Ver Anexos 9, 10 y 11) donde se presentan algunas fortalezas y dificultades evidenciadas en el desempeño real de los estudiantes, al igual que ejemplos de estrategias de resolución empleadas por ellos en los distintos niveles de desempeño de la tarea, antes, durante y después de la secuencia didáctica, respectivamente.

A nivel cuantitativo, se utilizaron medidas de tendencia central y de dispersión (media, desviación estándar y coeficiente de variación) para el tratamiento de los datos (Ver Tabla 3).

Tabla 3

Estadísticas Descriptivas del Desempeño en Medición y Estimación de medida

Actividades (N=83)	Media, Desviación Estándar y Coeficiente de Variación de los Desempeños								
	Pretest			Secuencia Didáctica			Postest		
	\bar{x}	DE	C.V	\bar{x}	DE	C.V	\bar{x}	DE	C.V
Medición	1.8	0.82	45.55**	2.2	0.6	27.27	2.3	0.53	23.04*
Estimación de medida	1.6	1.2	75*	2.2	0.6	27.27	2.4	0.67	27.92

Nota: para el Desempeño académico se asignaron los rangos 1, 2 y 3 para los niveles Bajo, Medio y Alto, respectivamente.

Fuente: elaboración propia.

En la Tabla 3 se aprecia que el promedio de los desempeños, tanto en medición como en estimación de medida de una cantidad de longitud, fue Bajo en el Pretest con tendencia al medio –principalmente en medición– y, Medio en la secuencia didáctica y el Postest, con un leve incremento en el Postest en comparación con la secuencia didáctica. En general, la Desviación estándar tomó valores altos y fue disminuyendo desde el Pretest al Postest, al igual que el coeficiente de variación porcentual. El valor más alto (75%) del coeficiente de variación se obtuvo en estimación de medida en el Pretest y, el más bajo (23,04%) en medición en el Postest.

Al observar los desempeños generales, se aprecia que los estudiantes presentan un mejor desempeño en la identificación de longitudes como dimensiones de un objeto, la valoración de una cantidad de longitud con un número entero usando un instrumento con unidad de medida estandarizada, y en asociar cantidades de longitud con un rango determinado. Además, muestran un mayor dominio en el reconocimiento de unidades de medida de longitud del Sistema Internacional (SI) y del Sistema Inglés y fortalezas para el trabajo indagatorio y colaborativo. Mientras que los desempeños más bajos fueron en resolución de problemas de medición y estimación de medida de una cantidad de longitud con unidad de medida estandarizada y en estimación de medida de una cantidad de longitud.

Relación entre percepción de reto-habilidad y demanda de la tarea y relación entre percepción de reto-habilidad y desempeño de los estudiantes.

Para responder a éste objetivo se realizó una prueba no paramétrica, dada la naturaleza cualitativa ordinal de las variables, con el fin de determinar el tipo de asociación entre percepción de reto y habilidad y demanda de la tarea y, entre percepción de reto y desempeño de los estudiantes; entendiendo que, si una variable aumenta al aumentar la otra, o viceversa, la asociación entre ellas es positiva y, si al aumentar una la otra disminuye, la asociación es negativa.

El grado de asociación entre las variables está determinado por el valor del Coeficiente de correlación de Spearman (r_s), el cual toma valores entre -1 y 1 y es lo que permite determinar el nivel de fuerza de la asociación. El valor 1 indica que la correlación entre las variables es positiva o directa perfecta, el valor -1 indica que la correlación es negativa o inversa perfecta. Si el valor es cercano a 1 indica una correlación positiva alta o fuerte, mientras que, un valor cercano a -1 indica una correlación negativa alta o fuerte. Un valor cercano a ± 0.5 indica una correlación (positiva o negativa) moderada. El valor 0 indica que no existe asociación lineal entre las dos variables en estudio y un valor cercano a 0 indica que la correlación es (positiva o negativa) débil. Para tal prueba, se plantearon las siguientes hipótesis:

Percepción de reto-habilidad y demanda de la tarea:

H_0 : percepción de reto y habilidad y demanda de la tarea no están asociadas ($r_s = 0$).

H_a : percepción de reto y habilidad y demanda de la tarea están asociadas ($r_s \neq 0$).

Percepción Reto y desempeño:

H_0 : La percepción de reto y el desempeño no están asociadas.

H_a : La percepción de reto y el desempeño están asociadas.

Nivel de significancia: $\alpha = 0.05$, es decir 5% de probabilidad de equivocarse al rechazar la hipótesis nula.

Regla de decisión: el Valor p (valor de confianza o la probabilidad de rechazar H_0 - error Tipo I) indica si r_s es significativamente diferente de cero. Si el Valor $p \leq 0.05$, se rechaza H_0 .

La Tabla 4 muestra la relación entre percepción de reto y demanda de la tarea. En ella se observa una correlación positiva muy débil ($0.053 \leq r_s \leq 0.088$) entre percepción de reto y demanda de la tarea. Además, el Valor p es mayor que el nivel de significancia (0.05), por lo tanto, no hay evidencia para rechazar la hipótesis nula (H_0).

Tabla 4*Relación entre Percepción de Reto y Demanda de la Tarea*

Medidas	Muestra 1	Muestra 2	Datos	r_s	Valor p
Pretest	Reto1Pre	DemaPre	160	0.088*	0.267
Secuencia Didáctica	Reto1	Demanda	953	0.058	0.074
Postest	Reto2Pos	DemaPos	164	0.053*	0,503

La Tabla 5 presenta la relación entre percepción de habilidad y demanda de la tarea. En ella se observa una correlación positiva muy débil ($0.061 \leq r_s \leq 0.149$) entre percepción de habilidad y demanda de la tarea. Además, el Valor p es mayor que el nivel de significancia (0.05), por lo tanto, no hay evidencia para rechazar la hipótesis nula (H_0).

Tabla 5*Relación entre Percepción de Habilidad y Demanda de la Tarea*

Medidas	Muestra 1	Muestra 2	Datos	r_s	Valor p
Pretest	Habil1Pre	DemaPre	160	0.149*	0.060
Secuencia Didáctica	Habil1	Demanda	953	0.061*	0.059
Postest	Habil2Pos	DemaPos	164	0.069	0.381

Al observar los reportes de los estudiantes, llama la atención que, en el Pretest, la mayoría percibió un poco o algo de reto para seleccionar instrumentos de medida de longitud y ejemplificar cantidades de longitud acordes con dicho instrumento y, a su vez un alto porcentaje percibió un poco o algo de habilidad al respecto.

La Tabla 6 muestra la relación entre percepción de reto y desempeño de los estudiantes. Allí se observa una correlación negativa muy débil ($-0.105 \leq r_s \leq -0.029$) entre percepción de reto y desempeño. Además, el Valor p es mayor que el nivel de significancia (0.05), pero en la secuencia

didáctica $p = 0.001$, debido a la cantidad alta de observaciones. Por lo tanto, no hay evidencia para rechazar la hipótesis nula (H_0).

Tabla 6

Relación entre Percepción de Reto y Desempeño

Medidas	Muestra 1	Muestra 2	Datos	r_s	Valor p
Pretest	Reto1Pre	DesempPre	160	-0.095	0.233
Secuencia Didáctica	Reto1	Desempeño	953	-0.105*	0.001*
Postest	Reto2Pos	DesempPost	164	-0.029*	0.717

La Tabla 7 muestra la relación entre percepción de habilidad y desempeño de los estudiantes. Allí se observa una correlación positiva débil ($0.026 \leq r_s \leq 0.189$) entre percepción de habilidad y desempeño. El Valor p es mayor que el nivel de significancia (0.05) antes y después de la secuencia didáctica, pero en la secuencia didáctica $p = 0.000$, debido a la cantidad alta de observaciones. Por lo tanto, no hay evidencia para rechazar la hipótesis nula (H_0).

Tabla 7

Relación entre Percepción de Habilidad y Desempeño

Medidas	Muestra 1	Muestra 2	Datos	r_s	Valor p
Pretest	Habil1Pre	DesempPre	160	0.026*	0.745
Secuencia Didáctica	Habil1	Desempeño	953	0.189*	0.000*
Postest	Habil2Pos	DesempPost	164	0.117	0.135

Evaluación de los desempeños antes y después de la secuencia didáctica.

Para responder al objetivo de evaluar los desempeños de los estudiantes antes y después de la secuencia didáctica, se hallaron unas medidas de tendencia central y de dispersión de los datos en Pretest y Postest, con el fin de determinar el nivel y variabilidad de los desempeños. Luego, se realizó un gráfico estadístico para discriminar los niveles de desempeño en medición y en

estimación de medida de una cantidad de longitud, tanto en Pretest como en Postest. Se culminó con un balance de la movilización de los desempeños de los estudiantes del Pretest al Postest.

La Tabla 8 muestra la Media, Desviación estándar y el Coeficiente de variación obtenidos para el desempeño de los estudiantes en el Pretest y el Postest. Allí se aprecia que, el desempeño de los estudiantes fue en promedio Bajo en el Pretest y Medio en el Postest. Tanto la Desviación estándar como el Coeficiente de variación fueron más altos en el Pretest que en el Postest.

Tabla 8

Estadística Descriptiva del Desempeño en el Pretest y Postest

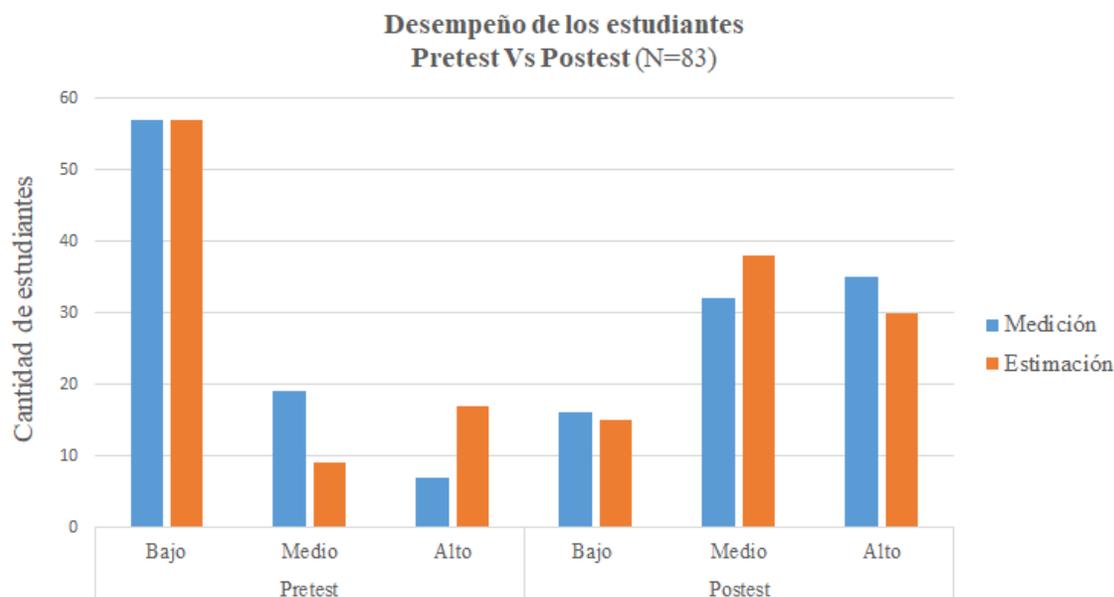
Medidas	Desempeño de los Estudiantes	
	Pretest	Postest
Media (\bar{x})	1.7	2.3
Desviación Estándar (DE)	0.89	0.52
Coeficiente de Variación (C.V)	52.35	22.6

Nota: para el Desempeño académico se asignaron los rangos 1, 2 y 3 para los niveles Bajo, Medio y Alto, respectivamente.

En la Figura 2 se discriminan los niveles de desempeño de los estudiantes en medición y en estimación de medida de una cantidad de longitud en el Pretest y Postest. Allí se observa que el desempeño en medición y en estimación de medida de una cantidad de longitud mejoró en el Postest, pasó de ser predominantemente Bajo (68,68%) en el Pretest, a ser Medio o Alto (80,72% para medición y 81,93% para estimación de medida) en el Postest, es decir que sólo el 19,28% de los estudiantes obtuvo un bajo desempeño en medición y el 18,07% obtuvo bajo desempeño en estimación de medida de una cantidad de longitud. Se observa un leve predominio del nivel alto en medición y del nivel medio en estimación de medida.

Figura 2

Desempeño de los Estudiantes Pretest Vs Postest



La Tabla 9 muestra un balance de las transformaciones de los desempeños de los estudiantes en cada una de las situaciones del Pretest y el Postest. Allí se observa mejoría en la identificación de instrumentos de medición de longitud y la ejemplificación de cantidades de longitud acordes con el instrumento, al igual que en la medición antropométrica de una cantidad de longitud, la asociación de cantidades de longitud con un rango determinado, la argumentación y enunciación de procesos de medición y en la estimación de medida. Alrededor del 50% de los estudiantes mantuvo su nivel en estimación y resolución de problemas de medición (distancia y trayectoria) y un 34% aprox. logró una mejoría en estos aspectos.

Tabla 9

Transformaciones de las Comprensiones o Desempeños –Pretest Vs Postest

Situación Problema	Subieron el Nivel	Mantuvieron el Nivel	Bajaron el Nivel
-Selección de instrumento de medida y ejemplificación de una cantidad de longitud	40	39	4
-Medición antropométrica	46	27	10
-Resolución de problemas de distancia y trayectoria	28	41	14
-Resolución de problemas (medición estandarizada)	49	27	7
-Estimación de medida	27	47	9
-Asociación: cantidad de longitud - rango de medida	50	29	4

DISCUSIÓN

En este apartado se presentan los puntos de análisis y conclusiones que surgen de la pregunta de investigación y los resultados encontrados en el desarrollo de los cuatro objetivos específicos, al igual que unas reflexiones y recomendaciones, desde una perspectiva didáctica y metodológica, sobre la enseñanza y aprendizaje de la medición y estimación de medida de una cantidad de longitud para el favorecimiento de la comprensión en pensamiento métrico de los estudiantes.

En esta investigación se propuso como objetivo general: “Describir la relación entre la percepción de reto-habilidad de los estudiantes del grado sexto de una institución educativa privada en Cali y la comprensión del pensamiento métrico para el estudio de la magnitud longitud”. Y frente al primer objetivo los resultados muestran que las percepciones de reto y habilidad de los estudiantes, en tareas de medición y estimación de medida de una cantidad de longitud, son diversas y variables de un momento a otro y de actividad en actividad. Esto se infiere puesto que, en promedio, los estudiantes percibieron un poco de reto y algo de habilidad antes durante y después de la secuencia didáctica y, la desviación estándar –que indica que tan dispersos están los datos con relación a la media, es decir, a mayor desviación estándar, mayor será la dispersión de los datos– daba un valor alto ($0.93 \leq DE \leq 1.07$) que aumentaba gradualmente del Pretest al Posttest para el caso del reto, y disminuía, de manera poco significativa, para la habilidad, lo que implica una alta dispersión de las percepciones de reto y habilidad reportadas por los estudiantes.

El coeficiente de variación –que representa el cociente entre la desviación estándar y la media y permite comparar las dispersiones de dos distribuciones distintas o con medias diferentes– indica que el nivel de variabilidad de la percepción de reto y habilidad es moderado, ya que su valor era mayor que 25% y menor o igual que el 40% y, al no superar el 80% hace que la media sea representativa del conjunto de datos. También, muestra que el Posttest tuvo la mayor dispersión en

la percepción de reto y la menor dispersión en la percepción de habilidad, en comparación con el Pretest y la secuencia didáctica.

El hecho que los estudiantes percibieran, en promedio, un poco de reto y algo de habilidad y que dichas percepciones fueran en aumento gradual desde el Pretest hasta el Postest, pone en evidencia que percibieron que la tarea no rebasó sus habilidades, pero, tampoco les demandó un alto nivel de exigencia cognitiva, es decir que la percibieron poco desafiante (Strati et al., 2017), lo cual sugiere bajas expectativas sobre la tarea, ciertos grados de familiaridad con el tema y que los estudiantes perciben que cuentan con algunas destrezas para afrontar la tarea. Estos aspectos serán retomados y analizados más adelante cuando se aborden los desempeños y las correlaciones entre percepción de reto-habilidad y demanda de la tarea y entre percepción de reto y desempeño.

Los resultados anteriores sugieren, además, que la percepción de reto es algo subjetivo y variable, depende del contexto en que el desafío es experimentado y del nivel de habilidad real y percibido (Csikszentmihalyi et al., 2005; Strati et al., 2017). Al afrontar la tarea académica, no todos perciben lo mismo ni de la misma manera, y el surgimiento de los distintos estados psicológicos corrobora un aspecto teórico sobre la fragilidad del equilibrio entre el desafío y la habilidad percibida. Una actividad que se percibe como un desafío para un estudiante puede no ser un desafío para otro. En este sentido, cada estudiante hace su propia interpretación del desafío como motivador o amenazante (Strati et al., 2017).

No sorprende que el estado de relajación –al igual que el balance reto-habilidad– tuviera el porcentaje más alto y que disminuyera, así fuera un poco, en el Postest, ni que tanto el control como el aburrimiento fueran aumentando y la apatía fuera disminuyendo desde el Pretest hasta el Postest, puesto que, aunque en promedio percibieron un poco de reto y algo de habilidad, dicha percepción fue aumentando posiblemente por el apoyo pedagógico brindado, por la ampliación de

sus conocimientos previos sobre el tema o porque la tarea posibilitó poco a poco el desarrollo de sus habilidades para la medición y estimación de medida de una cantidad de longitud. Los bajos porcentajes de flow corroboran los planteamientos de Csikszentmihalyi (2005) acerca que la experiencia óptima ocurre cuando las percepciones de reto y habilidad son altas.

Por otra parte, era de esperarse que la estimación de medida y la resolución de problemas de medición y estimación de medida tuvieran la mayor percepción de reto, dada su complejidad y que la estimación de medida no haya sido objeto de estudio en años anteriores, según lo reportado por el profesor de matemáticas del año anterior. Por tales motivos, sorprende que en el Pretest un poco más de la mitad de los estudiantes se percibiera hábil para estimar la medida de una cantidad de longitud. Una hipótesis para este resultado, es que el posible desconocimiento de la estimación de medida hizo que no comprendieran el pedido de la consigna ni dimensionaran sus implicaciones.

El que se percibieran muy hábiles para medir antropométricamente una cantidad de longitud y para asociar y proponer cantidades de longitud con un rango determinado, sugiere que el trabajo previo con la medición pudo haberles favorecido la internalización del tamaño de las unidades y al reconocimiento de su propio cuerpo como instrumento de medición no estandarizada.

En este escenario, en referencia al segundo objetivo específico que evidencia los desempeños en la comprensión en pensamiento métrico, los resultados muestran que el desempeño real de los estudiantes, en medición y estimación de medida de una cantidad de longitud, fue en promedio Bajo en el Pretest, con variabilidad alta (45,55%) en medición y muy alta (75%) en estimación de medida, mientras que en la secuencia didáctica y el Postest el desempeño fue Medio, con variabilidad moderada (superior al 20% pero inferior o igual al 40%). Sólo la medición en el Postest presentó baja variabilidad (23,04%). Estos resultados no sorprenden, puesto que se sabía que la estimación no había sido objeto de estudio con anterioridad y que los estudiantes se

encontraban familiarizados con la medición, principalmente estandarizada. Además, se esperaba que la implementación de la secuencia didáctica tuviera un impacto positivo en la comprensión en pensamiento métrico de los estudiantes, y durante la intervención se evidenció fortaleza para el trabajo cooperativo, al igual que recursividad, habilidad tecnológica, conocimientos informáticos puestos al servicio del trabajo indagatorio y la realización de la tarea, además, de la colaboración de sus padres, en su gran mayoría profesionales en distintos campos del conocimiento.

El bajo desempeño en el Pretest puso al descubierto la poca comprensión de la magnitud longitud y sus medidas en diferentes situaciones. La asociaban exclusivamente a las dimensiones (largo, ancho y alto) de objetos, pero, no con distancia ni trayectorias. Se les dificultó la realización de un proceso que fuera adecuado para la valoración de una cantidad de longitud dada tomando en consideración sus componentes, el sentido del número, el rango de la magnitud concreta y los elementos de una medición. La confusión de los elementos de medición, fue evidenciada en la inadecuada ejemplificación de la cantidad de longitud a medir acorde con el instrumento de medida seleccionado, daban medidas, objetos o inclusive unidades de medida estandarizadas del Sistema Internacional o del Sistema Inglés, en lugar de una cantidad de longitud.

Lo anterior permite corroborar la insuficiencia e imprecisión del conocimiento previo y de las destrezas de los estudiantes en relación a la medición y estimación de medida de una cantidad de longitud, contrario a sus habilidades percibidas al afrontar la tarea. Este hallazgo es importante desde la perspectiva del socioconstructivismo, puesto que, el conocimiento previo y la actividad mental constructiva del estudiante juegan un papel importante en la construcción de nuevos aprendizajes. Por tanto, el apoyo pedagógico –aspecto que se analizará más adelante cuando se aborde la relación entre la percepción de reto-habilidad y el desempeño– debería contribuir a estrechar la brecha existente entre el conocimiento previo y el deseado.

En la secuencia didáctica se observó, además, una marcada tendencia a lo operatorio y algorítmico y a realizar procesos de medición con instrumentos (regla, flexómetro o cinta métrica) con unidad de medida estandarizada en lugar de la medición no estandarizada indicada en la tarea, al igual que una inadecuada valoración de la cantidad de longitud asignando un número –por lo regular entero o decimal sin una adecuada aproximación– sin unidad de medida. Se les dificultaba establecer relaciones entre unidades de medida no estandarizada y estandarizada y medir una cantidad de longitud de manera antropométrica cuando la unidad de medida era mayor que la cantidad a medir; expresaron que no se podía realizar la medición o que debían cambiar la unidad de medida por otra que sí se pudiera, pocos aludieron la posibilidad de la subdivisión de la unidad de medida o la obtención de una medida decimal. De aquí se infiere un trabajo previo de medición centrado en el manejo de patrones estandarizados de medida, la manipulación numérica de la medida y el tratamiento de conversiones, es decir, la prevalencia del fenómeno de aritmetización de la medida (Escorcía et al., 2013; Mengual et al., 2016) que obstaculiza la actividad práctica de medición, la conceptualización de la magnitud y sus medidas y, por ende, el desarrollo del pensamiento métrico.

El desconocimiento y poca comprensión que tenían de la estimación de medida, los llevó a cometer errores extrínsecos (Castillo Mateo, 2013), tales como: confundirla con la medición estandarizada –con la que se encontraban familiarizados–, por esa razón tendían a medir en lugar de estimar; subestimar o sobre-estimar la medida con un alto margen de error –superior al 30%–; aproximar de manera inadecuada las cantidades decimales resultantes de sus procedimientos; asignar un número sin unidad de medida; modificar o cambiar los rangos de medida colocando unidades de medida o medidas arbitrarias incorrectas o algo absurdas para la cantidad de longitud dada; entre otros. Este hallazgo es importante porque muestra la necesidad de incorporar la

estimación de medida en el proceso de enseñanza-aprendizaje, en la institución educativa en cuestión, lo cual implica desarrollar el trabajo perceptivo, la referencia y el sentido numérico (Pizarro et al., 2016), al igual que los componentes que intervienen en la creación de conocimiento relativo a la estimación en medida (Castillo et al., 2011), para construir un tratamiento de la estimación de medida, mejorar la capacidad estimativa y complementar la medición.

Los aspectos anteriores fueron motivo de discusión, pues dificultaron la resolución de problema de medición y estimación de medida de una cantidad de longitud. Tanto en el Pretest como en la secuencia, y en menor medida en el Posttest, los estudiantes daban respuestas sin argumentación ni enunciación del proceso de medición empleado, se les dificultaba seguir las instrucciones, expresar ideas, interpretar, evaluar y representar; coincide con lo reportado en la literatura (Mora et al., 2019).

Respecto al tercer objetivo, los resultados revelan que las dos facetas del reto (percepción y demanda) no están asociadas, al igual que percepción de habilidad y demanda de la tarea. Esto se obtiene por medio del análisis del Coeficiente de correlación de Spearman (r_s), el cual indica una correlación positiva muy débil entre percepción de reto y habilidad y demanda de la tarea y, el Valor p es mayor que el nivel de significancia, lo que indica que no existe asociación lineal entre las variables en cuestión, es decir que una variable no puede ser explicada en términos de la otra.

Para el caso de la relación entre percepción de reto y habilidad y desempeño, se obtuvo una correlación negativa muy débil entre percepción de reto y desempeño y, una correlación positiva débil entre percepción de habilidad y desempeño; lo que sugiere la presencia de otras variables con mayor influencia en el desempeño. El percibir que se cuenta o no con ciertas destrezas para afrontar una tarea o percibir que la tarea es o no retadora, no determina, necesariamente, el nivel

de desempeño en la misma. El Valor p es mayor que el nivel de significancia, lo que indica que no existe asociación lineal entre las variables en cuestión.

El nivel complejidad de las tareas, en su gran mayoría, es medio o alto en el Pretest y el Postest y, predominantemente alto en la secuencia didáctica y, como se vio anteriormente, los estudiantes percibieron en promedio un poco de reto antes, durante y después de la secuencia didáctica (con tendencia al algo en el Postest); y algo de habilidad. Esto evidencia que los estudiantes no captaron la dificultad de la tarea y que el reto, que ella supone, no está en balance con la percepción de habilidad, ni coincide, necesariamente, con la percepción de reto de los estudiantes. Es claro que las tareas con demanda baja, tampoco son percibidas por los estudiantes como un desafío, debido al bajo nivel de exigencia cognitiva. Donde percibieron nivel más alto de reto fue en estimación de medida de una cantidad de longitud y en la resolución de problemas de medición y estimación de medida, ambas tareas con nivel de complejidad alta y, la última es una tarea principal promotora del flow (Csikszentmihalyi et al., 2005; Csikszentmihalyi, 2010; Medina et al., 2013).

Llamó la atención que en el Pretest un porcentaje alto de estudiantes percibió un poco de reto en la tarea con demanda baja y, a su vez no se percibió muy hábil para resolverla. Una hipótesis para esto fue el posible error de formulación o la no comprensión de la consigna, la cual se fue explorando a medida que se desarrollaba la tarea y se analizaban las preguntas que hacían los estudiantes. Pudo determinarse a través del bajo desempeño en la tarea, que no hubo error de formulación de la consigna sino errores de lectura, interpretación y de conceptualización al confundir la longitud con otra magnitud o al no saber a qué se refería: “muestra 5 longitudes que identifiques en dicha puerta”, hubo unos que expresaron que sólo podían identificar 3 longitudes: largo, ancho y alto y que no habían más, lo que puso en evidencia la limitada comprensión de la magnitud restringida a las dimensiones del objeto, el desconocimiento de instrumentos de

medición distintos a los habituales y de los no estandarizados, al igual que confusión y poca distinción de los elementos de una medición.

Por otra parte, aunque los resultados evidencian que el reto que suponía la tarea académica no estaba en balance con las habilidades de los estudiantes, el apoyo pedagógico brindado a través de: consignas y tareas subsidiarias según las necesidades, la retroalimentación de los desempeños en cada una de las actividades, las oportunidades de comunicación y socialización propiciadas dentro y fuera del aula para orientar y ayudar a los estudiantes a progresar con la tarea, entre otros, es una variable instruccional, que de acuerdo con Strati et al. (2017), aporta para que el reto de la tarea no sea percibido como amenazante, fomenta la participación en el aprendizaje y el compromiso para el alcance de nuevos aprendizajes. En este sentido, pudo evidenciarse que los estudiantes persistieron con la tarea; lograron incrementar no solo su percepción de habilidad desde el Pretest hasta el Postest, sino su habilidad real para medir y estimar cantidades de longitud; mejoraron y ampliaron sus conocimientos previos; y mantuvieron bajos niveles de ansiedad que disminuyen desde el Pretest hasta el Postest, lo que concuerda con un aspecto de la literatura revisada (Federici y Skaalyik, 2014), la ansiedad en matemáticas puede verse influenciada por los niveles de apoyo que provenga del maestro.

Dada la no asociación entre la percepción de reto y habilidad y la demanda de la tarea, y que el reto que el estudiante percibe no coincide necesariamente con el reto que ella supone, es importante que lo que el docente demande en la tarea tenga un nivel de desafío moderado y en equilibrio con la habilidad del estudiante, posibilite la ejercitación y desarrollo gradual de dicha habilidad, ganando experticia y expansión del conocimiento previo mientras aprende de manera de autónoma y colaborativa, con la mediación del apoyo pedagógico necesario para un aprendizaje óptimo (Mesurado, 2010, p. 186) y mejorar la comprensión.

Con relación al cuarto objetivo, sobre la evaluación de los desempeños o comprensión en pensamiento métrico antes y después de la secuencia didáctica, los resultados muestran una mejoría significativa en el desempeño de los estudiantes, ya que, en promedio el desempeño pasó del nivel Bajo en el Pretest al nivel Medio en el Postest, y los valores de la desviación estándar y del coeficiente de variación indican que la dispersión de los desempeños fue alta y mayor en Pretest que en Postest y el desempeño de los estudiantes del grado 6°, que conforman la muestra, presenta una muy alta variabilidad en el Pretest y baja variabilidad en el Postest. Los resultados, también, muestran que tanto el desempeño en medición como en estimación de medida de una cantidad de longitud pasó de ser predominantemente bajo en el Pretest a ser medio o alto en el Postest, observándose un leve predominio del nivel alto en medición y del nivel medio en estimación de medida. Estos resultados concuerdan con la expectativa de la investigadora, quien soportada en la literatura científica esperaba encontrar una mejoría en el pensamiento métrico de los estudiantes, ya que la enseñanza enfocada en actividades retadoras, ancladas al contexto de los estudiantes, con diferentes niveles de exigencia y que promuevan la participación, el trabajo colaborativo, la concentración, explotan al máximo su capacidad y compromiso, e inciden en el aprendizaje y desarrollo humano y potencializan el desempeño (Shernoff y Csikszentmihalyi, 2009).

Al inicio, los estudiantes tenían unas ideas algo limitadas de la medición y estimación de medición, no dimensionaban su complejidad ni el nivel de dificultad de las tareas, valoraban la cantidad de longitud como un número, por lo regular entero, sin unidad de medida, daban respuestas (correctas o incorrectas) sin argumentación o sin enunciación del procedimiento o estrategia empleados en las diferentes situaciones, y esto hizo que tareas con demandas altas no fueran percibidas como tales y que a su vez se percibieran muy hábiles para trabajarlas; obteniendo así bajos desempeños. Tanto en el Pretest como en la implementación de la secuencia y en el

Postest se evidenciaron dificultades para estimar, resolver problemas de medición estandarizada y no estandarizada, realizar la medición no estandarizada.

En medición mejoraron la identificación del instrumento apropiado para medir una cantidad de longitud, la cual ejemplificaron como: distancias, trayectorias, diámetros, largos, anchos, alturas, diagonales, grosores y contornos de objetos y ya no solo como las dimensiones de un objeto. Muchos estudiantes realizaron la medición antropométrica solicitada, con bajo margen de error y detallando el paso a paso del proceso de medición empleado y, mostraron una mejor comprensión de los conceptos de trayectoria y distancia y los usaron para resolver el problema teniendo en cuenta la información proporcionada, el conteo de subdivisiones en la cuadrícula y la realización correcta de procedimientos y operaciones. La gran mayoría determinó y expresó adecuadamente la medida del largo del clavo teniendo en cuenta el desfase presente en la medición con el instrumento de medida. Estos resultados corroboran lo planteado por Godino et al. (2002), para aprender a medir hay que medir y discutir las estrategias utilizadas, apoyarse en las ideas y experiencias informales para comprender los atributos que se miden y lo que significa medir.

Varios estudiantes persistieron con sus dificultades, les cuesta interpretar, analizar y resolver los problemas teniendo en cuenta la información proporcionada, al igual que realizar medición antropométrica y tienden a sustituirla por una medición con instrumento de medida estandarizada (flexómetro o regla, principalmente). Hacen operaciones y tratamientos algorítmicos de manera errónea como producto de la inadecuada interpretación de la situación o la no diferenciación de los conceptos de distancia y trayectoria.

En las tareas de estimación de medida de una cantidad de longitud, se observó mejoría en la producción escrita argumentativa y explicativa de los procesos y estrategias empleadas por los estudiantes, aunque algunos, dieron respuestas incorrectas sin enunciación del proceso o con poco

detalle de la estrategia de estimación empleada. En general, ya no se limitaban a dar respuestas sin fundamento o sin explicación de la estrategia utilizada. En las valoraciones de la cantidad de longitud utilizaron tanto el número (entero o decimal) como la unidad de medida empleada; ya sus respuestas no eran solo números. Usaron referentes diversos tanto estandarizados como no estandarizados; se fortaleció la percepción visual, la ampliación del sentido del número y de la aproximación; se tuvo una mayor internalización del rango de la magnitud concreta proporcionada, tanto que en el Postest un altísimo porcentaje de estudiantes tuvo desempeño alto en la tarea de asociar cantidades de longitud con su respectivo rango, evidenciándose que el trabajo colaborativo realizado al respecto en la secuencia didáctica y donde tuvieron la oportunidad de aprender de y con los otros, discutir puntos de vista y llegar a acuerdos, dimensionar el tamaño de las unidades y de la medida de la cantidad de longitud en los objetos, entre otros, favoreció el aprendizaje. A nivel de estrategias, recurrieron al conteo, la subdivisión del objeto o del referente, la composición y descomposición de la medida del referente, la aproximación de la medida, tratamientos operatorios y conversiones entre unidades de medida y el establecimiento de relaciones entre unidades de medida no estándar “cuadritos” y una estándar (cm).

Frente a la pregunta de investigación: ¿Cuál es la relación entre la percepción de reto-habilidad y la comprensión del pensamiento métrico en estudiantes del grado 6° en una institución educativa privada en Cali?, el análisis de los resultados obtenidos permite concluir que, en la muestra observada, no hay asociación lineal entre la percepción de reto y habilidad y la comprensión en pensamiento métrico. El desempeño tiene una correlación negativa débil con la percepción de reto y, una correlación negativa débil la percepción de habilidad. Por lo tanto, la hipótesis que se tenía en el estudio acerca que los estudiantes que percibieran en promedio mayor reto y mayor habilidad a lo largo de la secuencia didáctica tendrían mejores desempeños en la comprensión de

pensamiento métrico, no es válida, ya que los estudiantes con altas percepciones de reto-habilidad no necesariamente tuvieron los mejores desempeños. Hubo estudiantes con bajas percepciones, pero con desempeños altos o medios y a su vez estudiantes con altas percepciones y con bajos desempeños. Es decir, los estudiantes pueden percibir una tarea retadora, pero eso no significa que van a tener un buen desempeño o comprensión.

Acorde con los resultados obtenidos y analizados en esta investigación, se puede concluir que: (1) aunque los estudiantes del grado 6º, que conformaron la muestra, percibieron en promedio poco reto y algo de habilidad antes, durante y después de la secuencia didáctica, sus percepciones de reto y habilidad, en tareas de medición y estimación de medida de una cantidad de longitud, son diversas y varían moderadamente de actividad en actividad y en diferentes momentos; (2) el desempeño de los estudiantes en medición y estimación de medida de una cantidad de longitud fue en promedio Bajo en el Pretest, con una muy alta variabilidad, y Medio en la secuencia didáctica y Postest con variabilidad moderada en medición y alta en estimación. Por tanto, es necesario fortalecer la conceptualización de la magnitud y sus medidas, mejorar la actividad práctica de medición y la capacidad estimativa y, posicionar la estimación de medida en el proceso de enseñanza-aprendizaje desde los primeros años de la escolaridad; (3) la percepción de reto y habilidad y la demanda de la tarea tienen una correlación positiva débil y no están asociadas; el desempeño tiene una correlación negativa débil con la percepción de reto y una correlación positiva débil con la percepción de habilidad. La percepción de reto y habilidad no está asociada linealmente con el desempeño; (4) el desempeño de los estudiantes en medición y estimación de medida de una cantidad de longitud mejoró significativamente del Pretest al Postest y en gran medida se debió al trabajo riguroso y progresivo de la secuencia didáctica, que en su alta demanda le apuntaba al desarrollo y ejercitación de la habilidad de medir y estimar una cantidad de longitud

desde lo práctico en contextos de la vida real, y al apoyo pedagógico que motivó la participación y persistencia de los estudiantes con la tarea.

Iniciar con la medición de una cantidad longitud de manera no estandarizada y no aritmetizada favorece el trabajo de estimación de medida de una cantidad de longitud, les permite a los estudiantes contar con unos referentes auxiliares, tomar conciencia del tamaño de las unidades de medida que utiliza y ampliar el sentido del número.

El análisis de tarea fue de gran utilidad al momento de caracterizar los desempeños y comprensiones de los estudiantes y analizarlos a la luz del desempeño experto esperado. Pudo constatarse que una tarea con una estructura que contemple distintos niveles de complejidad y les demande algún reto, que esté alineada con los objetivos y la evaluación, que tenga en cuenta el conocimiento previo de los estudiantes, que sea reajustada y retroalimentada de acuerdo con las necesidades, devela las comprensiones de los estudiantes e impacta sus desempeños.

Este estudio sirve de guía a futuras investigaciones interesadas en asumir el análisis de tarea como técnica de análisis de datos para estudios en investigación cualitativa. A su vez, aporta evidencia empírica de las comprensiones en pensamiento métrico relativo a la medición y estimación de medida de una cantidad de longitud de un grupo de estudiantes del grado 6° en un contexto particular de resolución de problemas propuestos en una secuencia didáctica fundamentada en el reto, la cual se constituye en un instrumento metodológico que contribuye a transformar las problemáticas planteadas por algunos autores respecto a: (1) la aritmetización de la medida (Escorcía et al., 2013; Mengual et al., 2016); (2) la escasa investigación de la estimación en el ámbito escolar; (3) el desconocimiento de los aspectos clave de la estimación de medida por parte de algunos maestros, hasta el punto de confundirla con la medición no estandarizada; (4) la poca seguridad de cómo construir un tratamiento de la estimación de medida para que los

estudiantes entreguen respuestas razonables (Pizarro et al., 2017); (5) la identificación de ciertos componentes que intervienen en la creación de conocimiento relativo a la estimación en medida (Castillo et al., 2011); y (6) la existencia de poca literatura alrededor de la relación entre la percepción de reto-habilidad y la comprensión del pensamiento métrico identificada en la revisión de los antecedentes de esta investigación.

Ahora bien, si tomamos en consideración la conclusión, de esta investigación, sobre la no asociación lineal entre la percepción de reto-habilidad y la comprensión o desempeño en pensamiento métrico, valdría la pena investigar otras variables, tales como: el compromiso cognitivo, el estilo de enseñanza de los docentes, las interacciones, la retroalimentación, las emociones positivas frente a la actividad específica, etc., que posiblemente ejercen alguna influencia en la comprensión en pensamiento métrico y que no fueron consideradas en este estudio.

En este estudio, como se tomaron las mediciones de las percepciones de reto y habilidad al inicio y casi al final de una misma actividad, los estudiantes reportaron, en general, sus percepciones para distintas situaciones y solo en muy pocos casos para una misma situación. Por lo tanto, se recomienda para futuras investigaciones tomar mediciones de las percepciones de reto y habilidad al inicio y al final o en distintos momentos de una misma situación dentro de una actividad para analizar las posibles transformaciones que puedan darse en dichas percepciones a medida que el estudiante desarrolla la tarea.

Los cuestionarios MME para identificar las percepciones de reto y habilidad de los estudiantes, se aplicaron digitalmente mediante formularios de Microsoft Teams 365 y antes de su utilización se hizo una prueba con 5 estudiantes, quienes reportaron que las preguntas eran claras, era fácil de diligenciar, y les tomó poco tiempo (menos de 1 minuto). Ya en la práctica se presentaron algunos inconveniente e imprevistos que se pudieron solucionar y que vale la pena

alertar para evitar que en una próxima oportunidad ocurran. Algunos estudiantes diligenciaron dos o 3 veces el cuestionario porque no estaban seguros de su envío, por lo tanto, se recomienda activar en el formulario la opción de permitir sólo una respuesta por participante antes de compartirlo a los estudiantes. El envío por correo electrónico es una buena alternativa cuando no cargue el formulario. Otra forma ágil y organizada de compartir y diligenciar el cuestionario MME es a través de un link en el chat. Sin embargo, hubo momentos donde algunos estudiantes no querían diligenciar el cuestionario porque no querían parar el trabajo que estaban haciendo.

El trabajo desde la virtualidad generó algunas complicaciones de conectividad y fallos con la internet para algunos estudiantes y la profesora. Y aunque se explicó paso a paso y con ejemplos cómo hacer el envío de trabajos, fue necesario, en el Pretest, verificar la entrega estudiante por estudiante, pues algunos hacían el envío de la tarea sin adjuntar el archivo. Como el uso de la plataforma Teams era nuevo para todos, se debió tener mucha paciencia y control para que la investigación siguiera su curso de la mejor manera.

A nivel metodológico y en concordancia con el enfoque constructivista que guía la elaboración de la secuencia didáctica, se recomienda replantear el predominio de la demanda cognitiva de nivel alto en las sesiones de dicha secuencia para una posterior utilización, de tal manera que el reto sea ajustable a las habilidades de los estudiantes y se facilite el andamiaje en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Sólo 3 de 11 sesiones de la secuencia didáctica contemplan demandas bajas o medias.

Por otro lado, iniciar la implementación de la secuencia didáctica a la semana siguiente de la aplicación del Pretest, sin haber hecho la revisión de las comprensiones de los estudiantes y habiendo priorizando la revisión y análisis de las percepciones de reto-habilidad en el Pretest, no dio tiempo para detectar oportunamente las dificultades de los estudiantes y hacer las respectivas retroalimentaciones. Por lo tanto, se recomienda en una futura implementación hacer primero la

revisión y análisis de las comprensiones de los estudiantes en el Pretest, antes de analizar las percepciones de reto-habilidad o de dar inicio a la implementación de la secuencia didáctica, hasta donde sea posible, ya que esto permitirá tener una mejor idea de ellos y hacer las retroalimentaciones necesarias previas y no tenerlo que hacer en la marcha. Más aún, si se cuenta con un tiempo ajustado y un gran número de estudiantes y de situaciones problema en el Pretest.

A los maestros se les recomienda revisar la manera como se está direccionando la comprensión en pensamiento métrico y la enseñanza aprendizaje de la medición y estimación de medida desde los primeros años de escolaridad y a lo largo de los grados posteriores en su institución. Debe evitarse la aritmetización de la medida, la premura de la medición con instrumentos con unidades de medida estandarizada y el tratamiento algorítmico de las conversiones entre las unidades de medida. Darle lugar a la medición no estandarizada de una cantidad de magnitud concreta diferenciando los diversos elementos presentes en una medición, pues eso ayudará a una mejor comprensión de la magnitud, construir significado para la medición y sus implicaciones, ir consolidando el uso de referentes auxiliares para la estimación de medida, entre otros. Cuando se aborde la medición estandarizada de una cantidad de magnitud, se recomienda volver objeto de discusión el proceso mismo de medir y sus implicaciones, al igual que variar los instrumentos de medición atendiendo distintos rangos de medida, de manera que los estudiantes comprendan la necesidad de seleccionar el más apropiado al momento de medir, conozcan el instrumento, su uso y funcionalidad. El trabajo previo con la medición prepara el terreno para la estimación de medida.

Respecto a la estimación de medida, es importante distinguirla de la medición y posicionarla dentro del proceso de enseñanza aprendizaje. Se recomienda lo que plantean algunos autores acerca de tener presente sus componentes: Percepción, Referentes y la Valoración (Jones et al., 2012; Pizarro et al., 2016), generar tareas que les permitan a los estudiantes asociar una cantidad de

longitud con un rango de medida determinado, para desarrollar el rango de la medida de la cantidad magnitud y el tamaño de las unidades de medida que actúan como referentes presentes o ausentes en el lugar de la estimación y manejar un margen de error aceptable para la situación.

Pedirles siempre a los niños que hagan descripción escrita, oral y gráfica de sus procesos, y que socialicen diferentes estrategias de resolución cuando se les pide realizar mediciones o estimaciones, favorece la comprensión, la comunicación y la organización del pensamiento. En concordancia con los planteamientos de algunos autores, realizar retroalimentaciones puntuales y dirigidas en nivel apropiado (Hattie y Timperley, 2007) y proponer tareas contextualizadas, demandantes (aunque no las perciban), con nivel de complejidad gradual y alineadas con los objetivos y la evaluación (Biggs, 2006), es fundamental para el aprendizaje. El Pretest permitió diagnosticar los conocimientos previos de los estudiantes y a partir de allí realizar ajustes teniendo en cuenta las necesidades y comprensiones reales de los estudiantes.

Finalmente, se les recomienda a los estudiantes mayor atención a las instrucciones dadas en clase respecto a la tarea a realizar y tomarse el tiempo para hacer el trabajo de manera calmada, reflexiva, organizada y oportuna, retomando la información relevante proporcionada por el problema y enunciando los procedimientos, estrategias o explicaciones para soportar y respaldar sus respuestas. También, conservar el esfuerzo y actitudes positivas para persistir y sacar adelante una meta o una tarea que de entrada puede percibirse como poco o algo retadora, dada nuestras percepciones de habilidad, pero que en realidad nos ponen de manifiesto la necesidad e importancia de mejorar y construir nuevos aprendizajes. Muchas veces nuestros conocimientos limitados o la poca comprensión de las cosas nos impiden percibir o dimensionar su potencial, de ahí que el verdadero reto fue haberlo podido identificar, intervenir y transformar.

REFERENCIAS

- Ahmed, W., Van der Werf, G., Kuyper, H., & Minnaert, A. (2013). Emotions, self-regulated learning, and achievement in mathematics: A growth curve analysis. *Journal of educational psychology, 105*(1), 150.
- Ahumada, P. (2005). Un sistema alternativo de evaluación de los aprendizajes: hitos históricos y principios de una evaluación auténtica. *En Hacia una evaluación auténtica del aprendizaje* (pp. 41-55). Paidós.
- APA Work Group of the Board of Educational Affairs. (1997). Learner-centered psychological principles: A framework for school reform and redesign. Washington, DC: American Psychological Association. <https://www.apa.org/ed/governance/bea/learner-centered.pdf>
- Bandura, A. (1997). *Self-efficacy: The exercise of control*. New York: W.H. Freeman.
- Biggs, J. (2006). Construir el aprendizaje alineando la enseñanza: alineamiento constructivo. En *Calidad del aprendizaje universitario* (pp. 29-53). Narcea
- Casal, J. D. (2014). ¿Cómo lo medimos? Siete contextos de indagación para detectar y corregir concepciones erróneas sobre magnitudes y unidades. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las ciencias*, 398-409.
- Castillo, J., Segovia, I., Castro, E., & Molina, M. (2011). Estudio sobre la estimación de cantidades continuas: longitud y superficie.
- Castillo Mateo, J. J. (2013). *Estimación de cantidades continuas: longitud y superficie*. Universidad de Granada.
- Celis, J., Moreno, L., & Bautista, C. (2013). Talleres para potenciar el pensamiento numérico, métrico y geométrico en estudiantes de séptimo grado de educación básica secundaria.

- Cleary, T. J., y Chen, P. P. (2009). Self-regulation, motivation, and math achievement in middle school: Variations across grade level and math context. *Journal of School Psychology, 47*, 291-314.
- Csikszentmihalyi, M., Abuhamdeh, S., & Nakamura, J. (2005). Flow. In A. Elliot (Ed.), *Handbook of competence and motivation* (pp. 598-698). The Guilford Press.
- Csikszentmihalyi, M. (2010). *Fluir (flow): una psicología de la felicidad*. Editorial Kairós.
- DE INSTALACIONES, P. Y. D. (2015). NORMA TÉCNICA NTC COLOMBIANA 4595.
- Escorcía, J., Chaucañés, A., Medrano, A., & Therán, E. (2013). Estrategias didácticas para potenciar el pensamiento matemático a partir de situaciones del entorno métrico en estudiantes de educación básica y media del municipio de Sincelejo.
- Federici, R. A., & Skaalvik, E. M. (2014). Students' perceptions of emotional and instrumental teacher support: Relations with motivational and emotional responses. *International Education Studies, 7*, 21–36.
- Gamboa Araya, R. (2014). Relación entre la dimensión afectiva y el aprendizaje de las matemáticas. *Revista electrónica EDUCARE, 18*(2). <http://dx.doi.org/10.15359/ree.18-2.6>
- Godino, J. D., del Carmen Batanero, M., & Roa, R. (2002). *Medida de magnitudes y su didáctica para maestros*. Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática.
- Golnabi, L. (2015). The conditions of flow and mathematical problem solving. *Philosophy of Mathematics Education Journal, 29*(1).
- González-Tejero, J. M. S., Parra, R. M. P., & Padilla, M. O. (2011). El desarrollo del conocimiento matemático. *Psicogente, 14*(26), 269-293.
- Hattie, J. y Timperley, H. (2007). The power of feedback. *Review of educational research, 77*(1), 81-112.

Hektner, J. M., Schmidt, J. A., & Csikszentmihalyi, M. (2007). *Experience sampling method: Measuring the quality of everyday life*. Sage.

Hirschfeld, A. & Gelman, S. (2002). Hacia una topografía de la mente: una introducción a la especificidad de dominio. En L. Hirschfeld & S. Gelman (Comps.), *Cartografía de la Mente* (pp. 23-67). Gedisa.

Homecenter. (2020). *Puerta Cleopatra [fotografía]*.

<https://www.homecenter.com.co/homecenter-co/product/332868/Puerta-Cleopatra-Cafe-90x210-Derecha/332869>

Homecenter. (2020). *Puerta Lista Capri [fotografía]*.

<https://www.homecenter.com.co/homecenter-co/product/298950/Kit-Puerta-Lista-para-instalar-Capri-0.70-X-2.04-m-apertura-derecha>

Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES) (2010). *Resultados de Colombia en TIMSS 2007 Resumen Ejecutivo*. ICFES.

<http://aplicaciones2.colombiaaprende.edu.co/ntg/ca/Modulos/magnitudes/docs/ResultadosdeColombiaenTIMSS2007.pdf>

Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES) (2012) Cuadernillo de preguntas de Matemáticas, SABER 5°.

Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES) (2014) Cuadernillo de preguntas de Matemáticas, SABER 5°. Pregunta 36, pág. 144.

<https://www.icfes.gov.co/documents/20143/489407/Ejemplos%20de%20preguntas%20saber%205%20matematicas%202014%20v4.pdf>

Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES) (2017). *Pruebas Saber 3°, 5° y 9°*. ICFES. <http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/>

- Jones, M. G., Gardner, G. E., Taylor, A. R., Forrester, J. H., & Andre, T. (2012). Students' accuracy of measurement estimation: Context, units, and logical thinking. *School Science and Mathematics, 112*(3), 171-178.
- López, J. (2015). La taxonomía de Bloom y sus actualizaciones.
- Luelmo, M. J. (2001). Medir en secundaria: algo más que fórmulas. *X JAEM Ponencia Ponencia P83*, 727-737.
- Medina, A. B. M., Cuadra, F. G., & Carretero, M. F. M. (2013). Experiencias de Flujo en el Aprendizaje de las Matemáticas. *European Scientific Journal, ESJ, 9*(20).
- Medina, A. B. M. (2015). *Motivación y matemáticas: Experiencias de flujo en estudiantes de Maestro de Educación Primaria* (Vol. 336). Universidad Almería.
- Mengual, E., Gorgorió, N., & Albarracín, L. (2016). Las actividades de medida en el libro de texto: un estudio de caso.
- Mesurado, B. (2010). La experiencia de Flow o Experiencia Óptima en el ámbito educativo. *Revista Latinoamericana de Psicología, 42*(2), 183-192.
- Ministerio de Educación Nacional (MEN) (1998). *Lineamientos curriculares en matemáticas*. Bogotá: MEN. <https://www.mineducacion.gov.co/1621/article-89869.html>
- Ministerio de Educación Nacional (MEN) (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas*. MEN. https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf
- Ministerio de Educación Nacional (MEN) (2017). Derechos básicos de aprendizaje (V2). http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/DBA_Matem%C3%A1ticas.pdf
- Montoro, A. B., & Gil, F. (2011). Concentración y disfrute con actividades matemáticas.

- Mora, A. R. T., Romero, J. F. L., & Cardozo, A. Z. C. (2019). Diagnóstico del pensamiento métrico con estudiantes de grado séptimo. *Cultura Científica*, (17), 91-162.
- Muñoz, F. L. M., Montenegro, M. J. B., & Blanco-Álvarez, H. (2015). Estudio sobre los factores que influyen en la pérdida de interés hacia las matemáticas. *Amauta*, 13(26), 149-166.
- Ochoa-Angrino, S., Montes-González, J. A., & Rojas-Ospina, T. (2018). Percepción de habilidad, reto y relevancia como predictores de compromiso cognitivo y afectivo en estudiantes de secundaria. *Universitas Psychologica*, 17(5), 1-18.
- Organization for Economic Cooperation and Development (OECD) (2015). Country Note – Results from PISA 2015. <http://www.oecd.org/pisa/PISA-2015-Colombia.pdf>
- Osés Bargas, R. M., Aguayo Chan, J. C., Duarte Briceño, E., Ortega, M., & Isaac, J. (2014). Autorregulación y los efectos de una intervención educativa en secundaria. *Revista electrónica de investigación educativa*, 16(1), 43-55.
- Otálora, Y. (2007). El análisis de tarea como estrategia metodológica para acceder a la cognición encubierta. Documento de trabajo. Universidad del Valle.
- Páramo, F. (31 de mayo de 2016). *Rutas* [imagen].
<https://es.slideshare.net/franciscoparamo74/prueba-saber-5-matemticas-2012>
- Picos, A. P., Alonso, S. H., Saez, A. M., & del Rincón, T. O. (2013). Causas y consecuencias de la ansiedad matemática mediante un modelo de ecuaciones estructurales. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 31(2).
- Pizarro, N., Gorgorió, N., & Albarracín, L. (2016). Caracterización de las tareas de estimación y medición de magnitudes. *Números*, 91, 91-103.

- Pizarro, N., Gorgorió, N., & Albarracín, L. (2017). Irrupción de un concepto en el currículo: profesores de primaria definen y aplican el concepto de estimación de medida. *Dilemas Contemporáneos: Educación, Política y Valores*, 5(1).
- Ricoy, M-C y Couto, M. J. (2018). Desmotivación del alumnado de secundaria en la materia de matemáticas. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 20(3), 69-79.
<https://doi.org/10.24320/redie.2018.20.3.1650>
- Rodríguez, M. E. (2011). La matemática y su relación con las ciencias como recurso pedagógico. *NÚMEROS. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 77, 35-49.
- Rosário, P. J. S. L. D., Lourenço, A., Paiva, O., Rodrigues, A., Tuero Herrero, E., & Valle Arias, A. (2012a). Predicción del rendimiento en matemáticas: efecto de variables personales, socioeducativas y del contexto escolar. *Psicothema*.
- Rosário, P., Lourenço, A., Paiva, O., Núñez, J., González-Pienda, J., y Valle, A. (2012b). Autoeficacia y utilidad percibida como condiciones necesarias para un aprendizaje académico autorregulado. *Anales de Psicología*, 28(1), 37-44.
- Sampieri, H., Fernández, C., & Baptista, L. (2014). Metodología de la Investigación. Sexta edición. Editorial McGRAW-HILL.
- Sánchez, C. (08 de febrero de 2019). Normas APA -7ma (séptima) edición. *Normas APA (7ma edición)*. <https://normas-apa.org/>
- Schmidt, Q. (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas: guía sobre lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden [1]*. Ministerio.

- Sherhoff, D. J., & Csikszentmihalyi, M. (2009). Flow in schools: Cultivating engaged learners and optimal learning environments. In R. Gilman, E. S. Huebner, & M. Furlong (Eds.), *Handbook of Positive Psychology in Schools* (pp. 131-145). New York: Routledge.
- Sherhoff, D. J., Kelly, S., Tonks, S. M., Anderson, B., Cavanagh, R. F., Sinha, S., & Abdi, B. (2016). Student engagement as a function of environmental complexity in high school classrooms. *Learning and Instruction, 43*, 52-60.
<https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2015.12.003>.
- Shumow, L. & Schmidt, J. (2014a). Value. En *Enhancing Adolescents Motivation for Science: Research Based Strategies for Teaching Male and Female Students* (pp. 13-26). CA: Corwin.
- Shumow, L. & Schmidt, J. (2014b). Challenge. En *Enhancing Adolescents Motivation for Science: Research-Based Strategies for Teaching Male and Female Students* (pp. 111-124). CA: Corwin.
- Stone, M. (1999). Capítulo 3. ¿Qué es la Enseñanza para la comprensión? En M. Stone Wiske (Comp.), *La enseñanza para la comprensión* (pp. 95-126). Paidós.
- Strati, A. D., Schmidt, J. A., & Maier, K. S. (2017). Perceived challenge, teacher support, and teacher obstruction as predictors of student engagement. *Journal of Educational Psychology, 109*(1), 131.
- Torrano, F., & Soria, M. (2016). Una aproximación al aprendizaje autorregulado en alumnos de educación secundaria. *Contextos Educativos. Revista de Educación, 97-115*.
- Valero, P. (2006). ¿De carne y hueso? La vida social y política de la competencia matemática. *Memorias del Foro Educativo Nacional de Colombia—Competencias matemáticas. MEN*.

Valle, A., Rodríguez, S., Núñez, J.C., Cabanach, R., González-Pianda, J.A. y Rosário, R. (2010).

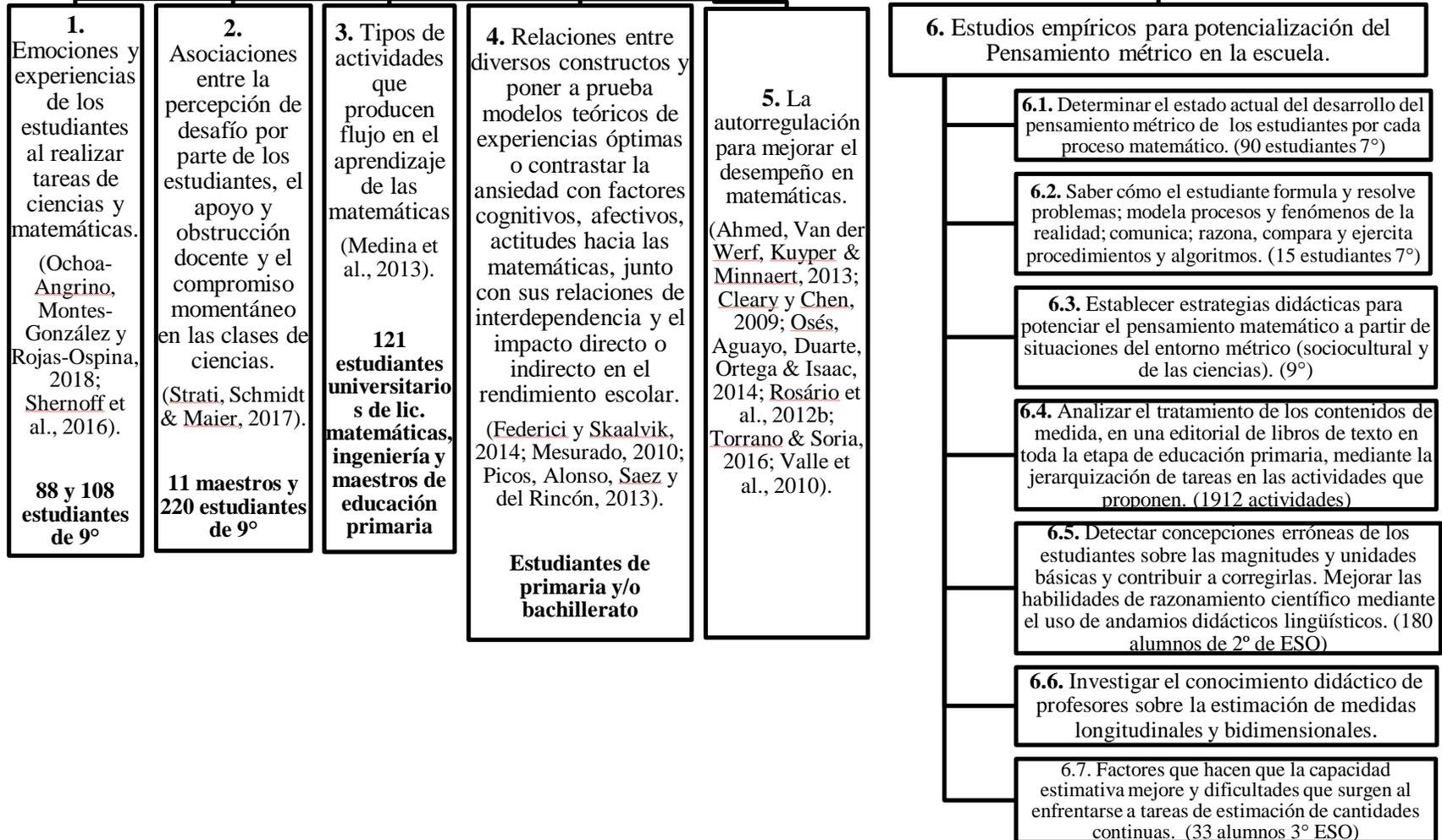
Motivación y aprendizaje autorregulado. *Interamerican Journal of Psychology*, 44(1), 86-

97.

ANEXO 1. Mapa de la revisión de literatura sobre la brecha de conocimiento identificada

BRECHA DE CONOCIMIENTO: Existe poca literatura sobre estudios cuasi-experimentales basados en reto y habilidad para estudiantes de secundaria en el área de matemáticas y que además aporten a la comprensión del pensamiento métrico.

Revisión de literatura



ANEXO 2. Carta al rector del colegio solicitando el aval de la investigación



Pontificia Universidad
JAVERIANA
Cali

CONSENTIMIENTO INFORMADO SOLICITADO A LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA

Institución Educativa/ institución educativa privada de la ciudad de Cali.

Código DANE: *****

Número de contacto: *****

Investigadora: Rongnie Mosquera López

Introducción

La Maestría en Educación de la Pontificia Universidad Javeriana de Cali es un programa de profundización que tiene como objetivo fundamental favorecer el desarrollo de competencias investigativas en los educadores, para analizar, diseñar, implementar y evaluar programas, proyectos y prácticas educativas significativas que contribuyan al mejoramiento de la calidad de la educación básica y media. Con este fin, se hace necesario la realización de trabajos aplicados a partir de las prácticas educativas que los estudiantes de Maestría llevan a cabo en sus propias instituciones con el fin de aplicar los conocimientos obtenidos al investigar una realidad o práctica concreta para modificarla y transformarla hasta donde sea posible para mejorarla.

¿Cuáles son los procedimientos de la actividad a desarrollar? ¿Qué tendré que hacer?

La docente de su institución educativa debe realizar registros filmicos y fotográficos en el aula de clase con fines pedagógicos, durante el cuarto semestre (período 2 del año 2020), los cuales se requieren para la realización del estudio investigativo “*La percepción de reto-habilidad y su relación con la comprensión del pensamiento métrico*” como propuesta de trabajo de grado, para optar por el título de Magister en Educación de la Pontificia Universidad Javeriana de Cali. Esta actividad será realizada por el docente(s) a cargo y no implicará ninguna intervención de personas externas a la Institución Educativa. Se tramitarán los consentimientos y asentimientos informados.

¿Cuáles son los riesgos o inconvenientes de la actividad?

La actividad propuesta es segura, respeta la dignidad e integridad de la Institución, del docente(s) y de todos los estudiantes que hagan parte del proyecto de investigación. Creemos por tanto que los riesgos son mínimos. El único posible inconveniente podría ser el tiempo invertido del docente en la preparación, implementación y análisis de la actividad.

¿Cómo será protegida la información de los participantes?

La información obtenida en esta actividad, será empleada solo con propósitos académicos e investigativos, ya sea en informes técnicos o publicaciones realizadas por los docentes involucrados en la actividad y por los profesionales a cargo de la Maestría en Educación. En estos documentos, cualquier referencia a la identidad de los participantes (estudiantes, docente(s) e Institución Educativa) serán mantenidas bajo estricta confidencialidad con el objetivo de proteger la privacidad de los participantes.

¿Recibiré algún pago por la participación? ¿Existen costos por su participación?

No existen costos para su institución o para el docente(s) a cargo por participar en la investigación. Ni su institución ni el docente(s) a cargo recibirán pago por participar. La Universidad Javeriana tampoco provee compensación por los daños y perjuicios que pudieran resultar de la participación en la actividad antes mencionada. No obstante, esto no debe ser entendido como una renuncia a los derechos legales que usted tiene como mediador en esta actividad.

¿Puedo desistir de participar en la actividad de observación y cuáles son mis derechos?

La participación de su institución en esta observación en el aula es absolutamente voluntaria, es decir, usted como Director(a) de la Institución Educativa, decide si permite que el docente(s) de su institución filme o registre la actividad solicitada. Usted es libre de retirar la participación de la Institución en cualquier momento.

¿A quién puedo contactar si tengo preguntas acerca del estudio?

Será grato para nosotros responder a cualquier pregunta que tenga acerca de esta actividad. Si tiene preguntas relacionadas con sus derechos como institución participante en la actividad, usted puede contactar al Mg. Hugo Fernando Pardo Pinzó (tutor del trabajo de grado) al teléfono ***** o al correo electrónico *****.

Docente a Cargo

Rongnie Mosquera

Persona contacto del
Programa de Maestría



Permiso Para que la Institución Educativa participe del trabajo de investigación “La percepción de reto-habilidad y su relación con la comprensión del pensamiento métrico”.

Yo _____ en calidad de (Director/a, Rector/a), de la Institución Educativa _____ he leído este formato y he decidido que el docente(s): _____ realice la actividad descrita anteriormente. El propósito general, las particularidades de su participación y los posibles riesgos e inconvenientes han sido explicados para mi satisfacción. Yo entiendo que puedo retirar la participación de mi Institución en cualquier momento.

Nombre Completo del
Director(a) / Rector(a) de la
Institución Educativa

Firma
Cédula:

Fecha

Nombre completo del Testigo

Firma
Cédula:

Fecha

ANEXO 3. Consentimiento informado padres o acudientes



CONSENTIMIENTO INFORMADO PADRES O ACUDIENTES

Institución Educativa/ institución educativa privada de la ciudad de Cali.

Código DANE: ****

Número de contacto: *****

Director de investigación: HUGO FERNANDO PARDO PINZÓN

La profesora RONGNIE MOSQUERA LÓPEZ del área de Matemáticas de Sexto grado, se encuentra realizando su trabajo de grado para optar por el título de Magíster en Educación, el cual consiste en una intervención de aula en la que se implementará una secuencia didáctica en la clase de Matemáticas en el grado, al cual pertenece su hijo(a). Este estudio tiene como propósito describir la relación entre la percepción de reto-habilidad de los estudiantes del grado sexto de la institución educativa privada de la ciudad de Cali, en cuestión, y la comprensión del pensamiento métrico para el estudio de la magnitud longitud.

¿Cuáles son los procedimientos del estudio?

Si usted está de acuerdo con que su hijo(a) participe en este estudio, se le pedirá a él o ella, el asentimiento informado para su participación en la grabación de las sesiones de clase y contestar un cuestionario de motivación, conformado por cuatro preguntas de opción múltiple, el cual será aplicado durante seis sesiones de clases de Matemáticas. En la dinámica de este estudio, las respuestas del cuestionario, se constituyen en elemento central para el análisis de las percepciones de reto y habilidad de los estudiantes.

La intención de este trabajo es conocer cómo se percibe el nivel de desafío en las actividades de Matemáticas propuestas y qué tan capaz se siente su hijo(a) para resolverlas. También, caracterizar los desempeños de los estudiantes en la comprensión en pensamiento métrico en relación con la magnitud longitud, su medición y estimación de medida para luego analizar la demanda de la tarea en relación con la percepción de reto-habilidad y el desempeño de los estudiantes antes, durante y después de la implementación de una secuencia didáctica de 4 actividades.

¿Cuáles son los riesgos o inconvenientes de la investigación?

La participación en este estudio es seguro, respeta la dignidad e integridad de todos los participantes.

¿Cómo será protegida la información?

La información obtenida en este estudio será utilizada con propósitos académicos. Cualquier referencia a la identidad de su hijo/a será mantenida bajo estricta confidencialidad dado que un código aparecerá en cualquier registro y/o material. En el futuro, otras investigaciones podrían usar los archivos de datos del estudio para escribir artículos, pero el nombre de su hijo/a no estará

disponible para ellos. La información suministrada por su hijo(a) sólo será usada para el trabajo de grado.

¿Cuáles son los beneficios de la situación de esta intervención?

Es posible que su hijo/a directamente no tenga beneficios adicionales más allá de la actividad de enseñanza observada. Sin embargo, su participación en dicha actividad servirá para que el docente a cargo, pueda cualificarse en procesos de formación y así mejorar a futuro sus prácticas de enseñanza.

¿Recibiré algún pago por participar? ¿Existen costos por participar?

No existen costos para usted o su hijo/a por participar en la actividad de observación en el aula. Usted y su hijo tampoco recibirán pago por participar.

¿Puedo negarme o desistir de participar en el estudio y cuáles son mis derechos?

La participación en este estudio es absolutamente voluntaria, es decir, usted como padre de familia decide si nos permite registrar la información solicitada. En caso tal que no autorice la participación de su hijo/a, no le incluiremos en las actividades del estudio, y no se incluirá en los datos del estudio. En caso de aceptar, usted es libre de retirar a su hijo/a de esta actividad en cualquier momento.

Cualquier pregunta acerca del estudio debe ser dirigida a los siguientes contactos: *****

Yo _____ mayor de edad, padre, madre o acudiente del estudiante _____, del grado 6_____, he leído este formato y atendiendo a la normatividad vigente sobre consentimientos informados (Ley 1581 de 2012, Decreto 1377 de 2012 y Resolución 008430 de 1993 del Ministerio de Salud), de forma consciente y voluntaria y reconociendo que la presente investigación no genera riesgo alguno;

DOY EL CONSENTIMIENTO

NO DOY EL CONSENTIMIENTO

para que mi hijo(a) o estudiante del que soy acudiente participe en la investigación descrita anteriormente. Igualmente, autorizo el uso de la información obtenida en esta investigación solo con propósitos de tipo académico. El propósito general, las particularidades de la participación de mi hijo(a) y los posibles inconvenientes han sido explicados para mi satisfacción, y entiendo que puedo retirar a mi hijo(a) de la investigación en cualquier momento.

Fecha: D _____ M _____ A _____

FIRMA
CC/CE:

Firma testigo: _____

ANEXO 4. Asentimiento informado

ASENTIMIENTO INFORMADO

Proyecto de investigación: "“La percepción de reto-habilidad y su relación con la comprensión del pensamiento métrico"

Investigadora: Rongnie Mosquera López

Director de la Investigación: Hugo Fernando Pardo Pinzón, Mg.

Querido estudiante.

Durante las siguientes 6 semanas, vamos a realizar un estudio investigativo para el cual vamos a necesitar que participes en varias actividades de clase que tienen el propósito de describir la relación entre la percepción de reto-habilidad de los estudiantes del grado sexto de la institución educativa privada de la ciudad de Cali, en cuestión, y la comprensión del pensamiento métrico para el estudio de la magnitud longitud.

Se ha informado a tus padres que podrás participar contestando un Cuestionario de Muestreo de Experiencias (MME) de cuatro preguntas de opción múltiple, durante las actividades de la clase de Matemáticas, en seis sesiones de este primer periodo académico, las cuales serán grabadas según las necesidades de la investigación. La intención es conocer cómo percibes el nivel de desafío en las actividades de Matemáticas propuestas y qué tan capaz te sientes para resolverlas. También, caracterizar los desempeños de los estudiantes en el grado en la comprensión en pensamiento métrico en relación con la magnitud longitud, su medición y estimación de medida, para luego analizar la demanda de la tarea en relación con la percepción de reto-habilidad y el desempeño de los estudiantes antes, durante y después de la implementación de una secuencia didáctica de 4 actividades.

La profesora Rongnie Mosquera, responsable de la clase de Matemáticas, será la encargada de liderar este trabajo y durante este tiempo, podrás hacer todas las preguntas que te surjan de este trabajo, y las podrás hacer las veces que quieras, así como podrás dejar de participar en el momento en que lo decidas.

La clase de Matemáticas se desarrollará en horario habitual dado que hace parte de tu responsabilidad escolar.

Te invitamos a dialogar con tus papás acerca de la investigación antes de decidir. Agradecemos de antemano tu participación en esta investigación, que beneficiará el trabajo en el aula tanto de ustedes como de otros compañeros del colegio.

Este documento es firmado a los _____ días del mes de _____ de 2020

Firma de la investigadora: _____

Firma del participante en el estudio: _____

Firma testigo: _____

ANEXO 5. Cuestionario del Muestreo de Experiencias (MME)

CUESTIONARIO DEL MUESTREO DE EXPERIENCIAS (MME)

EXPERIENCE SAMPLING FORM					
<p>Traducción y adaptación al español del Instrumento adaptado por Schmidt, J. A. y Smith, M. C. (2008). Looking inside high school science classrooms; An exploration of males' and females' subjective experience. National Science Foundation, Human Resources Directorate, program in Science and Engineering. Grant No. HRD-0827526. Instrumento original: de Csikszentmihalyi, m. y Larson, R. (1987). Validity and reliability of the experience sampling method. Journal of Nervous and Mental Disease, 175,526-536.</p>					
<p>INSTRUCCIONES: Por favor responde a las siguientes preguntas. Llena completamente el círculo, y en caso de equivocarte al responder señala con una X sobre la respuesta incorrecta y llena de nuevo la opción, como el siguiente ejemplo;</p>					
<p>No <input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/> <input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/></p>					
Código del Participante:	Fecha:	DD	MM	AAAA	Edad:
	Hora				
<p>¿Con quiénes estabas haciendo la actividad principal cuando se te pidió responder este cuestionario? (marca todas las que correspondan)</p>					
<p><input type="radio"/> Solo <input type="radio"/> Con un compañero <input type="radio"/> En un grupo pequeño <input type="radio"/> Con toda la clase <input type="radio"/> Con el profesor</p>					
<p><i>Cuando se te pidió que respondieras al cuestionario:</i></p>					
<p>- ¿En cuál de las Actividades estabas trabajando?:</p>					
<p>Actividad 1 <input type="radio"/> Actividad 2 <input type="radio"/> Actividad 3 <input type="radio"/></p>					
<p>- ¿Qué Tarea estabas haciendo principalmente?:</p>					
<p>Tarea 1 <input type="radio"/> Tarea 2 <input type="radio"/> Tarea 3 <input type="radio"/></p>					
<p><i>Indica cómo te sentías cuando estabas haciendo la actividad principal:</i></p>					
Reto:	1	2	3	4	5
-¿Qué tan retadora era la actividad?	<input type="radio"/> Nada	<input type="radio"/> Un poco	<input type="radio"/> Algo	<input type="radio"/> Bastante	<input type="radio"/> Mucho
Habilidad:	1	2	3	4	5
-¿Qué tan hábil te sentías realizando esta actividad?	<input type="radio"/> Nada	<input type="radio"/> Un poco	<input type="radio"/> Algo	<input type="radio"/> Bastante	<input type="radio"/> Mucho

Versión digital del cuestionario MME (Pretest y Postest)

https://forms.office.com/Pages/DesignPage.aspx?origin=OfficeDotCom&lang=es-ES#FormId=9_83fcA-8EKWcrdrK7v11axMJixW9dZGqO8FhQ_SLBpUNFFMSzdDN09ZUDBHTjk3NEpYOEJPVE8wNS4u

ANEXO 6. Pretest. Análisis objetivo y subjetivo y niveles de desempeño

EVALUACIÓN INICIAL SOBRE MEDICIÓN Y ESTIMACIÓN DE MEDIDA DE UNA CANTIDAD DE LONGITUD			
ESTUDIANTE:		CURSO:	

INTRODUCCIÓN.

Resuelve de manera individual las situaciones problema que se te presentan a continuación. En algunas de ellas se te pide que realices una estimación, lo que significa que debes dar el resultado de la medida de un objeto sin utilizar ningún instrumento de medida. Tu participación es muy valiosa y se requiere que des lo mejor de ti. Recuerda diligenciar el cuestionario MME cuando escuches la señal. *¡Mucho ánimo!*

Situación 1. Identificando y seleccionando instrumentos de medición de longitud y ejemplificando cantidades de longitud acordes con el instrumento.

¿Cuáles de los siguientes instrumentos te sirven para medir una longitud? Escribe debajo de los instrumentos que seleccionaste un ejemplo de una cantidad de longitud que puedas medir con él.

A. 	B. 	C. 	D. 
E. 	F. 	G. 	H. 

Situación 2. Midiendo una cantidad de longitud antropométricamente

¿Cuánto mide el largo de tu celular (o el de un familiar) usando tu pulgada como unidad de medida?



Solución: El largo del celular mide

Escribe los pasos que has seguido para llegar al resultado (puedes ayudarte realizando una representación gráfica del proceso de medición que realizaste para encontrar la solución):

Doy la medida de mi pulgada en cm.

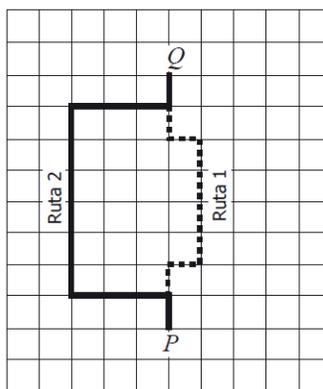
Mi pulgada mide

Situación 3. Resolviendo problemas de medición de longitudes (distancia y trayectoria).

A continuación, se presentan dos rutas para ir de la ciudad P a la ciudad Q. La ruta 1 equivale a 20 kilómetros.

Figura 3

Dos rutas para ir de la ciudad P a la ciudad Q



Tomado de *Rutas* [imagen], Páramo, 2016. [https://es.slideshare.net/franciscoparamo74/prueba-saber-5-matemticas-](https://es.slideshare.net/franciscoparamo74/prueba-saber-5-matemticas-2012)

Argumenta: ¿Cuántos kilómetros se recorren por la ruta 2 para llegar de la ciudad P a la ciudad Q? ¿Cuánto es la distancia de la ciudad P a la ciudad Q?

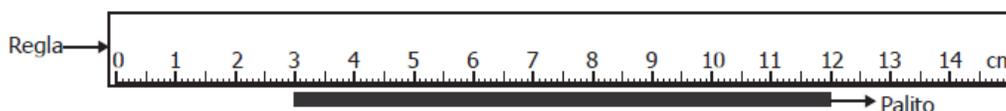
Solución: Para llegar de la ciudad P a la ciudad Q por la ruta 2 se recorren
Argumentación:
Solución: La distancia de la ciudad P a la ciudad Q es
Argumentación:

Situación 4. Resolviendo problemas de medición y estimación de medida de una cantidad de longitud con unidad de medida estandarizada.

Para medir el largo de un palito de madera, Johana coloca la regla como se muestra en la siguiente figura.

Figura 4

Problema de medición de cantidad de longitud de un palo



Tomado de ICFES (2014) Cuadernillo de preguntas de Matemáticas, SABER 5°. Pregunta 36, pág. 144.

Argumenta: ¿Cuál es la medida del largo del palito? y ¿cuánto mide aproximadamente el ancho de dicho palito? Justifica tu respuesta

Solución: La medida del largo del palito es
Argumentación:
Solución: El ancho del palito mide aproximadamente

Argumentación:

Situación 5. Estimando la medida de una cantidad de longitud.

En la página web de Homecenter se encontró el siguiente anuncio publicitario:

Figura 5

Fotografía publicitaria puerta cleopatra



Fortis Doors
Puerta Cleopatra Café 90x210 Izquierda
Código 332869
★★★★★ 0.0 (0)

\$359.900

Selecciona tu talla

Izquierda Derecha

— 1 + **Agregar al carro**

 **Satisfacción Garantizada** [ver más](#)

Si este producto no cumple con tus necesidades tienes 30 días para acercarte a cualquiera de nuestros almacenes o comunicarte con la línea de atención al cliente en Bogotá: 3077115 o a la línea Nacional: 320 88 999 33

Tomado de Homecenter, 2020. <https://www.homecenter.com.co/homecenter-co/product/332868/Puerta-Cleopatra-Cafe-90x210-Derecha/332869>

¿Cuánto mide aproximadamente la altura de los candelabros colgados a cada lado de la pared a la entrada de dicha casa?

Solución: La altura de los candelabros es aproximadamente

Escribe en este recuadro los pasos que has seguido para llegar al resultado, especificando todo aquello en lo que hayas pensado o los razonamientos que hayas llevado a cabo para llegar a la solución:

Situación 6: Asociando cantidades de longitud con un rango determinado.

Asocia cada cantidad de longitud indicada con el rango de longitud más apropiado:

1. El largo del coliseo del colegio *****	mm
2. El ancho de la pantalla de tu computador	cm
3. El grosor de un clip	dm
4. La altura de una puerta	m
5. El ancho de tu celular	Más de 10 m

La siguiente tabla muestra el análisis Objetivo y Subjetivo del Pretest.

Tabla 10

Análisis del Pretest

N. Objetivo: estructura de la Tarea		N. Subjetivo: demanda cognitiva y Procedimiento ideal		Nivel de Compl.
Actividad 1. Pretest	Elementos constitutivos	Funcionamientos cognitivos que exige la actividad	Desempeño experto	
Situación 1 Identificando y seleccionando instrumentos de medición de longitud y ejemplificando cantidades de longitud acordes con el instrumento.	Imágenes de diversos instrumentos de medición de distintas magnitudes (longitud, tiempo y masa). Por seleccionar, aquellos que son apropiados para la longitud y un ejemplo de una cantidad de longitud acorde con el instrumento.	Recordar: la tarea exige observación y recuperación de información. – Traer a la memoria información relevante de la memoria de largo plazo. – Identificación de instrumentos de medición apropiados para la longitud. – Reconocimiento del uso y funcionalidad del instrumento de medición.	El estudiante identifica las opciones A: pie, C: Calibre, D: odómetro, F: cinta métrica, G: palo y H: hilo, como instrumentos apropiados para medir longitudes y ejemplifica adecuadamente cantidades de longitud que se pueden medir con el instrumento.	Bajo
Situación 2 Midiendo una cantidad de longitud antropométricamente	La instrucción de medir el largo de un celular usando su pulgada, se presenta una imagen de la unidad a emplear y una tabla para el registro de la solución y el proceso empleado.	<ul style="list-style-type: none"> Diferenciación entre alto, ancho y largo de un objeto en el espacio. Medición: <ul style="list-style-type: none"> Identificar y usar la unidad de medida solicitada para la realización de la medición. Itera la unidad de medida Estima la última unidad iterada. Asigna valor y unidad de media al largo del celular por comparación directa 	El estudiante mide adecuadamente el largo del celular usando su pulgada y escribe con detalle el proceso empleado.	Alto

		<p>con la unidad de medida antropométrica solicitada.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Dominio del sistema notacional alfanumérico. • Dominio de la representación numérica del racional. 		
<p>Situación 3 Resolviendo problemas de medición de longitudes (distancia y trayectoria).</p>	<p>Un gráfico con dos rutas diferentes para ir de la ciudad P a la ciudad Q en una rejilla cuadrículada.</p> <p>Información explícita que dice que la ruta 1 equivale a 20 kilómetros.</p> <p>Por determinar el valor de la trayectoria por la ruta 2 y la distancia de P a Q.</p>	<p>Comprender y Aplicar: la tarea exige interpretación y uso de la información, hechos y conocimientos para solucionar el problema.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Conteo de cuadrículas – Establecimiento de relaciones entre las medidas 20 kilómetros y la medida del lado de cada cuadrado de la rejilla. – Dominio de operaciones – Diferenciación entre distancia y recorrido. – Cuantificación del recorrido por la ruta 2 y de la distancia de la ciudad P a la ciudad Q usando un objeto de conteo. 	<p>El estudiante diferencia distancia de trayectoria, y asigna el valor y unidad de medida 28 kilómetros al recorrido para ir de la ciudad P a la ciudad Q por la ruta 2 y 18 kilómetros a la distancia de entre ambas ciudades, mediante la cuantificación de la medida del lado de cada cuadrado (2 kilómetros) de la rejilla y su uso como objeto de conteo para resolver el problema.</p>	Medio
<p>Situación 4 Resolviendo problemas de medición y estimación de medida de una cantidad de longitud con unidad de medida estandarizada.</p>	<p>Ilustración de una estrategia de medición del largo de un palo usando como instrumento de medición una regla graduada en cm con una apreciación de mm y un desfase respecto al cero.</p> <p>Por determinar la medida del largo y estimar el ancho justificando las respuestas.</p>	<p>Analizar y Evaluar: la tarea exige análisis y evaluación de los elementos estructurantes de la tarea y las estrategias utilizadas para resolverla.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Observación del objeto – Analiza y tiene en cuenta el desfase en la medición. – Dominio de las unidades de medida cm y mm. – Dominio del sistema notacional alfanumérico. – Dominio operatorio – Asignación de un valor y una unidad de medida a una cantidad de longitud usando un referente auxiliar (cuantificación del largo y ancho del objeto). 	<p>El estudiante responde que la medición inicia desde 3 cm en el instrumento y termina en 12 cm, por lo tanto, hay 9 cm en total y corresponden a la medida del largo del palito.</p> <p>Y que el ancho mide de 2 a 3 mm aprox. por percepción visual o por uso o comparación con un referente auxiliar.</p>	Alto
<p>Situación 5 Estimando la medida de una cantidad de longitud.</p>	<p>Un anuncio publicitario con la imagen de la entrada de una casa con varios objetos, entre ellos la puerta</p>	<p>Estimación de medida: la tarea exige asignar perceptivamente un valor (o intervalo de valores) y una unidad correspondiente a una cantidad de longitud</p>	<p>El estudiante responde que la medida del alto del candelabro es la tercera parte de la altura de la puerta</p>	Alto

	Cleopatra café con unas especificaciones e información mostradas a la derecha de la imagen. Por definir, la altura de los candelabros colgados a cada lado de la pared.	por medio de conocimientos previos o comparación no directa con objeto auxiliar. <ul style="list-style-type: none"> • Tiene referentes propios o auxiliares de tipo estandarizado (mm o cm). • Usa sus sentidos y/o la comparación visual o mental con el referente propio o auxiliar estandarizado al estimar. • Ampliación del concepto de número. • Dominio del número en múltiples usos (código, medida, precio, etc.). 	aprox. (70 cm aprox.). <u>Nota:</u> se acepta un rango de valores muy próximo a ese valor.	
Situación 6. Asociando cantidades de longitud con un rango determinado.	Unas cantidades de longitud de su entorno. Por asociar, longitudes con un rango de longitud mm, cm, dm, m y más de 10m.	Evaluar: la tarea exige escoger basado en argumentos razonados. <ul style="list-style-type: none"> • Internalización de las unidades de medida mm, cm, dm, m y más de 10 m. • Estimación de longitudes con un rango específico. • Diferenciación de largos, anchos, altos. 	El estudiante asocia adecuadamente longitudes con un rango de longitud de mm, cm, dm, m y más de 10m presentes en su entorno.	Medio

Tabla 11

Niveles de Desempeño Pretest

Niveles de desempeño Pretest	
Niveles	Desempeños
Bajo	<ul style="list-style-type: none"> • El estudiante identifica entre las opciones dadas pocos o ninguno de los instrumentos para la medición de longitudes o, aunque identifica varios instrumentos, sus ejemplificaciones para las cantidades de longitud a medir no son adecuadas. • No mide adecuadamente el largo del celular usando su pulgada, confunde la pregunta o no expresa bien la medida ni escribe el proceso empleado. • No diferencia distancia de recorrido, no asigna el valor y unidad de medida 28 kilómetros al recorrido para ir de la ciudad P a la ciudad Q por la ruta 2 ni 18 kilómetros a la distancia de entre ambas ciudades o se le dificulta la cuantificación de la medida del lado de cada cuadradito (2 kilómetros) de la rejilla y su uso como objeto de conteo para resolver el problema. • Se le dificulta asignar o justificar adecuadamente las medidas del largo y del ancho del palito. • No responde o da una medida del alto del candelabro no próxima a la tercera parte de la altura de la puerta aprox. (valores alejados de 70 cm).

	<ul style="list-style-type: none"> • Asocia adecuadamente pocas o ninguna longitud con un rango de longitud de mm, cm, dm, m y más de 10m presentes en su entorno.
Medio	<ul style="list-style-type: none"> • El estudiante identifica entre las opciones dadas varios de los instrumentos de medición de longitud y ejemplifica adecuadamente algunas cantidades de longitud que se pueden medir con el instrumento. • Mide el largo del celular usando su pulgada con algunas imprecisiones. Escribe con poco detalle el proceso empleado. • Diferencia distancia de recorrido, asigna el valor de 28 al recorrido para ir de la ciudad P a la ciudad Q por la ruta 2 o 18 a la distancia de entre ambas ciudades olvidando explicitar la unidad de medida, aunque hizo la cuantificación de la medida del lado de cada cuadradito (2 kilómetros) de la rejilla y lo usó para resolver el problema. • Asigna y justifica adecuadamente al menos una de las dos medidas: largo y del ancho del palito. • Responde que la medida del alto del candelabro es un valor próximo a la tercera parte de la altura de la puerta aprox. (valores próximos a 70 cm). • Asocia adecuadamente algunas longitudes con un rango de longitud de mm, cm, dm, m y más de 10m presentes en su entorno.
Alto	<ul style="list-style-type: none"> • El estudiante identifica adecuadamente, entre las opciones dadas, todos o la gran mayoría de los instrumentos para la medición de longitudes (A: pie, C: Calibre, D: odómetro, F: cinta métrica, G: palo y H: hilo, como instrumentos apropiados para medir longitudes) y ejemplifica adecuadamente cantidades de longitud que se pueden medir con el instrumento. • Mide adecuadamente el largo del celular usando su pulgada y escribe con detalle el proceso empleado. • Diferencia distancia de recorrido, y asigna el valor y unidad de medida 28 kilómetros al recorrido para ir de la ciudad P a la ciudad Q por la ruta 2 y 18 kilómetros a la distancia de entre ambas ciudades, mediante la cuantificación de la medida del lado de cada cuadradito (2 kilómetros) de la rejilla y su uso como objeto de conteo para resolver el problema. • Asigna y justifica adecuadamente las medidas del largo (9cm) y del ancho del palito (de 2 mm a 3 mm). • Responde que la medida del alto del candelabro es la tercera parte de la altura de la puerta aprox. (70 cm aprox.). • Asocia adecuadamente todas o la gran mayoría de longitudes con un rango de longitud de mm, cm, dm, m y más de 10m presentes en su entorno.

ANEXO 7. Postest. Análisis objetivo y subjetivo y niveles de desempeño

EVALUACIÓN FINAL SOBRE MEDICIÓN Y ESTIMACIÓN DE MEDIDA DE UNA CANTIDAD DE LONGITUD			
ESTUDIANTE:		CURSO:	

INTRODUCCIÓN. Resuelve de manera individual las situaciones problema que se te presentan a continuación. En algunas de ellas se te pide que realices una estimación, lo que significa que debes dar el resultado de la medida de un objeto sin utilizar ningún instrumento de medida. Recuerda diligenciar el cuestionario MME cuando escuches la señal. *¡Mucho ánimo!*

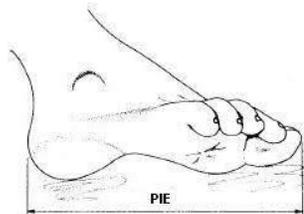
Situación 1. Identificando y seleccionando instrumentos de medición de longitud y ejemplificando cantidades de longitud acordes con el instrumento.

¿Cuáles de los siguientes instrumentos te sirven para medir una longitud? Escribe debajo de los instrumentos que seleccionaste un ejemplo de una cantidad de longitud que puedas medir con él.

A. 	B. 	C. 	D. 
E. 	F. 	G. 	H. 

Situación 2. Midiendo una cantidad de longitud antropométricamente

¿Cuánto mide el largo de tu cama usando tu pie como unidad de medida?



Solución: El largo de mi cama mide

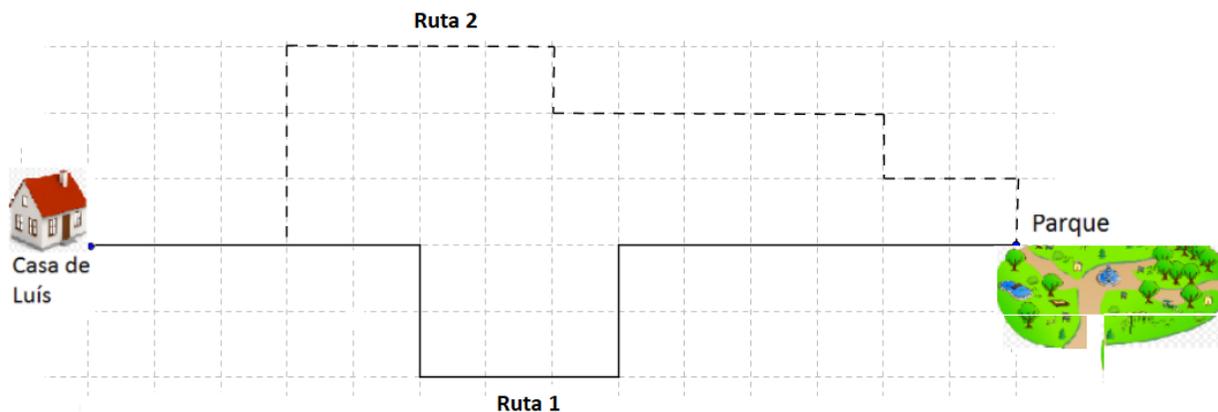
Escribe los pasos que has seguido para llegar al resultado (puedes ayudarte realizando una representación gráfica del proceso de medición que realizaste para encontrar la solución):

Doy la medida de mi pie en cm.

El largo de mi pie mide

Situación 3. Resolviendo problemas de medición de longitudes (distancia y trayectoria).

Entre la casa de Luís y el parque, hay un tramo en reparación, lo que obliga a tomar una ruta alternativa para ir al parque. La siguiente figura muestra dos rutas (trayectorias) posibles que hace Luís para ir de su casa al parque. La ruta 2 equivale a 450 m.



Argumenta: ¿Cuántos metros recorre Luís por la ruta 1 para ir de su casa al parque? ¿Cuánto es la distancia de la casa de Luís al parque?

Solución: Para ir de su casa al parque por la ruta 1, Luís recorre

Argumentación:

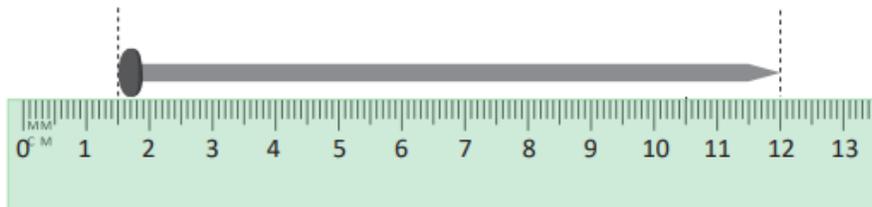
Solución: La distancia de la casa de Luís al parque es
Argumentación:

Situación 4. Resolviendo problemas de medición y estimación de medida de una cantidad de longitud con unidad de medida estandarizada.

Para medir el largo de un clavo, Luís coloca la regla como se muestra en la siguiente figura.

Figura 6

Medición de una Puntilla



Tomado de https://www.jica.go.jp/project//elsalvador/004/materials/ku57pq00002w8xyf-att/guia_metodologica_primaria_02_05.pdf

Argumenta: ¿Cuál es la medida del largo del clavo? y ¿cuánto mide aproximadamente el ancho de dicho clavo. Justifica tu respuesta

Solución: La medida del largo del clavo es
Argumentación:
Solución: El ancho del clavo mide aproximadamente
Argumentación:

Situación 5. Estimando la medida de una cantidad de longitud

En la página web de Homecenter se encontró el siguiente anuncio publicitario:

Figura 7

Fotografía Publicitaria Puerta Lista Capri (70x204)



Tomado de Homecenter, 2020. <https://www.homecenter.com.co/homecenter-co/product/298950/Kit-Puerta-Lista-para-instalar-Capri-0.70-X-2.04-m-apertura-derecha>

¿Cuánto es aproximadamente la distancia del piso a la base del florero que está sobre la mesa?

Solución: La distancia del piso a la base del florero sobre la mesa es aproximadamente ...

Escribe en este recuadro los pasos que has seguido para llegar al resultado, especificando todo aquello en lo que hayas pensado o los razonamientos que hayas llevado a cabo para llegar a la solución:

Situación 6: Asociando cantidades de longitud con un rango determinado

Asocia cada cantidad de longitud indicada con el rango de longitud más apropiado:

1. El largo de la cancha de football del colegio *****	mm
2. El alto de la pantalla de tu televisor	cm
3. El grosor de una puntilla	dm
4. La altura de un poste de luz	m
5. El largo de tu dedo índice	Más de 10 m

La siguiente tabla muestra el análisis Objetivo y Subjetivo del Postest.

Tabla 12

Análisis del Postest

N. Objetivo: estructura de la Tarea		N. Subjetivo: demanda cognitiva y Procedimiento ideal		Nivel de Compl.
Actividad 1. Pretest	Elementos constitutivos	Funcionamientos cognitivos que exige la actividad	Desempeño experto	
<p>Situación 1 Identificando y seleccionando instrumentos de medición de longitud y ejemplificando cantidades de longitud acordes con el instrumento.</p>	<p>Imágenes de diversos instrumentos de medición de distintas magnitudes (longitud, tiempo y masa). Por seleccionar, aquellos que son apropiados para la longitud y un ejemplo de una cantidad de longitud acorde con el instrumento.</p>	<p>Recordar: la tarea exige observación y recuperación de información.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Traer a la memoria información relevante de la memoria de largo plazo. – Identificación de instrumentos de medición apropiados para la longitud. – Reconocimiento del uso y funcionalidad del instrumento de medición. 	<p>El estudiante identifica las opciones A: cuerpo, B: odómetro, C: micrómetro, F: flexómetro, G: soga y H: palo, como instrumentos apropiados para medir longitudes y ejemplifica adecuadamente cantidades de longitud que se pueden medir con el instrumento.</p>	Bajo
<p>Situación 2 Midiendo una cantidad de longitud antropométricamente</p>	<p>La instrucción de medir el largo de su cama usando su pie, se presenta una imagen de la unidad a emplear y una tabla para el registro de la solución y el proceso empleado.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Diferenciación entre alto, ancho y largo de un objeto en el espacio. <p>Medición:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Identificar y usar la unidad de medida solicitada para la realización de la medición. • Itera la unidad de medida • Estima la última unidad iterada. • Asigna valor y unidad de medida al largo de su cama 	<p>El estudiante mide adecuadamente el largo de su cama usando su pie como unidad de medida y escribe con detalle el proceso empleado. Obtiene un bajo margen de error.</p>	Alto

		<p>por comparación directa con la unidad de medida antropométrica solicitada.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Dominio del sistema notacional alfanumérico. • Dominio de la representación numérica del racional. 		
<p>Situación 3 Resolviendo problemas de medición de longitudes (distancia y trayectoria).</p>	<p>Un gráfico con dos rutas diferentes para ir de la casa de Luís al parque en una rejilla cuadrículada.</p> <p>Información explícita que dice que la ruta 2 equivale a 450 m.</p> <p>Por determinar el valor del recorrido por la ruta 1 y la distancia de la casa de Luís al parque.</p>	<p>Comprender y Aplicar: la tarea exige interpretación y uso de la información, hechos y conocimientos para solucionar el problema.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Conteo de cuadrículas – Establecimiento de relaciones entre las medidas 450 m y la medida del lado de cada cuadrado de la rejilla. – Dominio de operaciones – Diferenciación entre distancia y recorrido. – Cuantificación del recorrido por la ruta 1 y de la distancia de la casa de Luís al parque, usando un objeto de conteo. 	<p>El estudiante diferencia distancia de recorrido, asigna el valor y unidad de medida 405 m a la trayectoria para ir de la casa de Luís al parque por la ruta 1 y 315m a la distancia de la casa de Luís al parque, mediante la cuantificación de la medida del lado de cada cuadrado ($450m \div 20 = 22,5 m$) de la rejilla y su uso como objeto de conteo para resolver el problema.</p>	Medio
<p>Situación 4 Resolviendo problemas de medición y estimación de una cantidad de longitud con unidad de medida estandarizada.</p>	<p>Ilustración de una estrategia de medición del largo de un clavo usando como instrumento de medición una regla graduada en cm con una apreciación de mm y un desfase respecto al cero.</p> <p>Por determinar la medida del largo y estimar el ancho justificando las respuestas.</p>	<p>Analizar y Evaluar: la tarea exige análisis y evaluación de los elementos estructurantes de la tarea y las estrategias utilizadas para resolverla.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Observación del objeto – Analiza y tiene en cuenta el desfase en la medición. – Dominio de las unidades de medida cm y mm. – Dominio del sistema notacional alfanumérico. – Dominio operatorio – Asignación de un valor y una unidad de medida a una cantidad de longitud usando un referente auxiliar (cuantificación del largo y ancho del objeto). 	<p>El estudiante responde que la medición inicia desde 1,5 cm en el instrumento y termina en 12 cm, por lo tanto, hay 10,5 cm en total y corresponden a la medida del largo del clavo.</p> <p>Y que el ancho mide de 4 mm aprox. por percepción visual o por uso o comparación con un referente auxiliar.</p>	Alto
<p>Situación 5</p>	<p>Un anuncio publicitario con la</p>	<p>Estimación de medida: la tarea exige asignar</p>	<p>El estudiante responde que la</p>	Alto

Estimando la medida de una cantidad de longitud.	imagen de puerta en el interior de una casa, con sus respectivas medidas del ancho y alto con varios objetos cercanos. Por definir, la distancia del piso a la base del florero que está sobre la mesa.	<p>perceptivamente un valor (o intervalo de valores) y una unidad correspondiente a una cantidad de longitud por medio de conocimientos previos o comparación no directa con objeto auxiliar.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Tiene referentes propios o auxiliares de tipo estandarizado (mm o cm). • Usa sus sentidos y/o la comparación visual o mental con el referente propio o auxiliar estandarizado al estimar. • Ampliación del concepto de número. • Dominio del número en múltiples usos (código, medida, precio, etc.). 	<p>distancia del piso a la base del florero que hay sobre la mesa es 51 cm aprox. (la cuarta parte de la altura de la puerta).</p> <p><u>Nota:</u> se acepta un rango de valores muy próximo a ese valor.</p>	
Situación 6. Asociando cantidades de longitud con un rango determinado.	Unas cantidades de longitud de su entorno. Por asociar, longitudes con un rango de longitud mm, cm, dm, m y más de 10m.	<p><u>Evaluar:</u> la tarea exige escoger basado en argumentos razonados.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Internalización de las unidades de medida mm, cm, dm, m y más de 10 m. • Estimación de longitudes con un rango específico. • Diferenciación de largos, anchos, altos. 	El estudiante asocia adecuadamente todas o la mayoría de longitudes con un rango de longitud de mm, cm, dm, m y más de 10m presentes en su entorno.	Medio

Tabla 13

Niveles de Desempeño Postest

Niveles de desempeño Postest	
Niveles	Desempeños
Bajo	<ul style="list-style-type: none"> • El estudiante identifica entre las opciones dadas pocos o ninguno de los instrumentos para la medición de longitudes o, aunque identifica varios instrumentos, sus ejemplificaciones para las cantidades de longitud a medir no son adecuadas. • No mide adecuadamente el largo de su cama usando su pie, confunde la pregunta o no expresa bien la medida ni escribe el proceso empleado. • No diferencia distancia de recorrido, no asigna el valor y unidad de medida 405 m a la trayectoria para ir de la casa de Luís al parque por la ruta 1 ni 315m a la distancia de la casa de Luís al parque o se le dificulta la cuantificación de la medida del lado de cada cuadradito ($450m \div 20 = 22,5 m$) de la rejilla y su uso como objeto de conteo para resolver el problema. • Se le dificulta asignar o justificar adecuadamente las medidas del largo y del ancho del clavo.

	<ul style="list-style-type: none"> • No responde o da una medida no próxima a 51 cm o la tercera parte de la altura de la puerta. • Asocia adecuadamente pocas o ninguna longitud con un rango de longitud de mm, cm, dm, m y más de 10m presentes en su entorno.
Medio	<ul style="list-style-type: none"> • El estudiante identifica entre las opciones dadas varios de los instrumentos de medición de longitud y ejemplifica adecuadamente algunas cantidades de longitud que se pueden medir con el instrumento. • Mide el largo de su cama usando su pie con algunas imprecisiones. Escribe con poco detalle el proceso empleado. • Diferencia distancia de recorrido, asigna el valor y unidad de medida 405 a la trayectoria para ir de la casa de Luís al parque por la ruta 1 o 315 a la distancia de la casa de Luís al parque, olvidando colocar la unidad de medida aunque hizo la cuantificación de la medida del lado de cada cuadradito ($450m \div 20 = 22,5 m$) de la rejilla y lo usó como objeto de conteo para resolver el problema. • Asigna y justifica adecuadamente al menos una de las dos medidas: largo o ancho del clavo. • Da valores próximos a 51 cm, la cuarta parte de la altura de la puerta aproximadamente para la distancia del piso a la base del florero que hay sobre la mesa. • Asocia adecuadamente algunas longitudes con un rango de longitud de mm, cm, dm, m y más de 10m presentes en su entorno.
Alto	<ul style="list-style-type: none"> • El estudiante identifica adecuadamente, entre las opciones dadas, todos o la gran mayoría de los instrumentos para la medición de longitudes (A: cuerpo, B: odómetro, C: micrómetro, F: flexómetro, G: soga y H: palo, como instrumentos apropiados para medir longitudes) y ejemplifica adecuadamente cantidades de longitud que se pueden medir con el instrumento. • Mide adecuadamente el largo de su cama usando su pie como unidad de medida y escribe con detalle el proceso empleado. Obtiene un bajo margen de error. • Diferencia distancia de recorrido, asigna el valor y unidad de medida 405 m a la trayectoria para ir de la casa de Luís al parque por la ruta 1 y 315m a la distancia de la casa de Luís al parque, mediante la cuantificación de la medida del lado de cada cuadradito ($450m \div 20 = 22,5 m$) de la rejilla y su uso como objeto de conteo para resolver el problema. • Asigna y justifica adecuadamente las medidas del largo (10,5 cm) y del ancho del clavo (4 mm aprox.). • Responde que la distancia del piso a la base del florero que hay sobre la mesa es 51 cm aprox. (la cuarta parte de la altura de la puerta). • Asocia adecuadamente todas o la mayoría de longitudes con un rango de longitud de mm, cm, dm, m y más de 10m presentes en su entorno.

ANEXO 8. Secuencia didáctica

1. Presentación de la secuencia didáctica

La secuencia didáctica “**Mis retos en el mundo de las medidas.** *¿Qué tan conscientes somos de lo que significa e implica medir y estimar una cantidad de longitud y cómo hacerlo?*”, aquí propuesta, está dirigida a estudiantes (entre 11 y 12 años de edad) del Grado 6° de una institución educativa privada de la ciudad de Cali; comuna 22. Consiste en un espacio de aprendizaje significativo y flexible, dentro del dominio de las matemáticas, pensado para favorecer la comprensión del pensamiento métrico útil para la vida, donde se privilegian la construcción del conocimiento y la comprensión⁵ de la medición y estimación de medida de una cantidad de longitud en contextos de la vida real.

2. Nivel de Análisis Objetivo

En este apartado se delimitan los elementos constitutivos o estructurantes de la tarea –aquellos invariantes que la objetivan, la restringen y la diferencia de cualquier otra tarea– y las relaciones existentes entre ellos, con el fin de definir el nivel de complejidad de la misma. Se toma como unidad de análisis la tarea en sí misma.

Tabla 14

Descripción de la Tarea

Descripción de la Tarea	
Nombre	Mis retos en el mundo de las medidas. <i>¿Qué tan conscientes somos de lo que significa e implica medir y estimar una cantidad de longitud y cómo hacerlo?</i>
Objetivo	Medir y estimar la medida de cantidades de longitud en el entorno inmediato, mediante el uso y selección apropiada de unidades de medida (no estandarizadas y estandarizadas); diversos instrumentos de medición; y referentes propios o auxiliares, acordes con el rango de la magnitud, para desarrollar el sentido de la medida y el uso flexible de los sistemas métricos.
Materiales	Diversos patrones e instrumentos de medición (El propio cuerpo, flexómetro o cinta métrica, calibre o pie de rey y regla graduada), unas puertas y el espacio

⁵ Entendida como usar de manera creativa y novedosa lo que uno sabe para actuar en el mundo (Stone, 1999).

Consigna
general o
introdutoria

físico inmediato, una llave, una moneda de \$ 1.000 y otros objetos, celular para toma de fotos, guías de trabajo (diario de campo digital), lápiz, computador, internet, Power Point y referentes propios o auxiliares de unidades de medida. Te invito a que juntos abordemos la misión: **Mis retos en el mundo de las medidas.** *¿Qué tan conscientes somos de lo que significa e implica medir y estimar una cantidad de longitud y cómo hacerlo?*, la cual nos permitirá resolver diversas situaciones problema relativas a la medición y estimación de medida, analizar y diagnosticar elementos de circulación presentes en nuestro entorno y que comunican o separan los diferentes espacios de los que hacemos uso diariamente sin fijarnos en su diseño o sin preguntarnos qué tan adecuados son.

Fuente: elaboración propia.

En el desarrollo de la secuencia didáctica “**Mis retos en el mundo de las medidas.** *¿Qué tan conscientes somos de lo que significa e implica medir y estimar una cantidad de longitud y cómo hacerlo?*” se trabajarán actividades cognitivas y motoras relacionadas con la medición y estimación de medida de cantidades de longitudes en el entorno inmediato. La tarea se llevará a cabo en cuatro momentos (Actividades), para 12 sesiones de clase, siguiendo las instrucciones en unas guías de trabajo que les serán entregadas a los estudiantes:

Momento 1: Identificando y midiendo cantidades de longitud de manera no estandarizada (Ver Anexo 8.1).

Parte 1. Identificando longitudes en una puerta de tu casa.

Parte 2. Usando e interpretando tu cuerpo como unidad de medida para cantidades de longitud.

Parte 3: Midiendo el ancho de la puerta y estableciendo relaciones entre unidades de medida no estandarizadas y estandarizadas para la longitud.

Momento 2: Midiendo las dimensiones de una puerta de tu casa usando instrumentos de medida con unidades estandarizadas y argumentando funcionalidades (Ver Anexo 8.2).

Parte 1. Midiendo las dimensiones de la puerta con instrumentos que tienen unidad de medida estandarizada.

Parte 2. Discriminando los elementos de una medición y los posibles errores en la medida.

Parte 3. Indagando y argumentando de manera colaborativa si la puerta se ajusta a las características y funcionalidades estándar establecidas.

Parte 4. Exponiendo el producto de la indagación y argumentación en una plenaria.

Momento 3: Resolviendo problemas de medición de una cantidad de longitud (Ver Anexo 8.3).

Situación 1. Identificando el instrumento y unidad de medida apropiado para una determinada cantidad de longitud.

Situación 2. Interpretando la medida del ancho de un objeto.

Situación 3. Estableciendo relaciones entre unidades de medida no estandarizada y estandarizada y seleccionando la mejor opción de compra acorde con la situación.

Situación 4. Midiendo diferentes cantidades de longitud y argumentando si las medidas son apropiadas para lo que plantea la situación.

Momento 4: Resolviendo problemas de estimación de medida de cantidades de longitud (Ver Anexo 8.4).

Situación 1. Estimando la medida de la estatura de una persona.

Situación 2. Estimando la medida del largo de una cuerda.

Situación 3. Interpretando y estimando distancia entre objetos.

Situación 4. Estimando la medida de cantidades de longitud en objetos.

Situación 5. Proponiendo objetos que tengan una cantidad de longitud con una medida indicada.

Situación 6. Asociando y proponiendo cantidades de longitud con un rango determinado.

Descripción de la Tarea

Al inicio del trabajo de la secuencia didáctica, se les explicará a los estudiantes en que consiste, su objetivo y lo que se pretende lograr con el desarrollo de la misma. También se socializan los materiales requeridos para que puedan organizarlos y disponer de ellos con tiempo en las sesiones de trabajo. La profesora les pregunta si les es clara la información o si tienen alguna pregunta. Se destina un tiempo para atender las dudas que surjan. Luego, procede a contextualizar el trabajo de esta primera sesión, relacionada con la medición no estandarizada, les entrega la primera guía de trabajo (actividad 1: partes 1 y 2) para ser desarrollada y presentada de manera individual en esta primera sesión de clase. Les insiste a los estudiantes que deben trabajar solos esta primera guía sin la ayuda de nadie en la casa y que deben estar siempre conectados en Microsoft Teams para hacer preguntas, aclarar sus dudas y diligenciar oportunamente el cuestionario de Muestreo de Experiencias (MME) al momento de la señal. Finaliza diciendo que en la próxima sesión de clase se trabajará la parte 3 de la actividad. En esta sesión se diligencia el cuestionario MME.

En la segunda sesión de clase la profesora retoma el trabajo realizado hasta el momento trayendo a discusión la relación inversa existente entre las unidades de medida y el valor numérico (escalar) que caracterizan a la medida. Se espera que los estudiantes hallan comprendido que una magnitud (longitud en este caso) puede medirse con diferentes unidades de medida de su misma naturaleza y que mientras más grande sea el tamaño de la unidad de medida cabe menos veces en la cantidad de longitud a medir, mientras la cantidad de longitud a medir con distintas unidades de medida permanece invariante. Es por esta razón que en la primera actividad la atención se centra en una misma cantidad de longitud (Ancho de la puerta) a medir con diferentes unidades de medida. Una vez discutidos y aclarados éstos aspectos, se les hace entrega de la parte 3 de la actividad 1 para ser trabajada de modo individual, pero utilizando una unidad de medida

antropométrica de un integrante de la familia del estudiante. En esta oportunidad se pone en consideración no solo la invariancia de la cantidad de longitud a medir (Ancho de la puerta) sino las implicaciones, ventajas y desventajas de las mediciones con unidades no estandarizada frente a la medición con instrumentos de medida con unidades estandarizadas. Aspecto que ha sido de suma importancia a lo largo de la historia, marcó la evolución de la medición y el establecimiento de un Sistema Internacional de medidas que facilitara la comunicación y las relaciones comerciales entre diversas culturas.

Posteriormente, y debido a las dificultades detectadas en las comprensiones de los estudiantes y teniendo en cuenta las diversas situaciones –producto de la implementación del Modelo de Alternancia en el colegio- que alteraron la regularidad del trabajo en clase, fue necesario adelantar y asignar como trabajo para el fin de semana en casa; la lectura de la conferencia: “Elementos de una medición” (parte 2 de la Actividad 2) complementada con la siguiente actividad subsidiaria, la cual fue discutida y puesta en común al inicio de la siguiente sesión de clase.

ACTIVIDAD SUBSIDIARIA:

Resuelve las siguientes preguntas teniendo en cuenta la lectura de la conferencia:

1.) Identifica los elementos de una medición en el siguiente enunciado:

"En el 2017 los estudiantes del grado sexto realizaron la medición del Ancho de la cancha al interior del coliseo del colegio ***, usando un flexómetro, y obtuvieron 28,9 metros"**

2) Analiza cada una de las siguientes instrucciones teniendo en cuenta los elementos de una medición y di ¿qué opinas de ellas? ¿Son claras y completas? ¿Les ves algún inconveniente? ¿Cuál (es)? ¿Por qué?

Instrucción	Análisis
1. Mide el ancho	
2. Mide la escalera	
3. Usa tu pie o la regla para medir	
4. Mide el ancho de la mesa del comedor de tu casa	

3) ¿Qué nuevas ideas tienes sobre la medición y que no tenía antes?

En la tercera sesión de clase se puso en común la conferencia junto con la actividad subsidiaria. Los estudiantes participaron activamente y se resaltó con color los elementos de una medición presentes en el enunciado. En general, se observó una adecuada comprensión por parte de los estudiantes, aunque algunos en sus participaciones persistían en la confusión, lo que hizo necesario retomar sus participaciones y analizarlas para tomar conciencia del error. Las instrucciones de la actividad subsidiaria fueron muy bien analizadas por los estudiantes, lograron darse cuenta que estaban incompletos y que les hacía falta alguno de los elementos de la medición. Después de la socialización de la conferencia y la actividad subsidiaria, la profesora hizo las aclaraciones respectivas, socializó el objetivo de la segunda actividad, la cual constaba de 4 partes, sólo que en esta sesión se abordarían las dos primeras. Se entregó la respectiva guía de trabajo con las partes 1 y 2 para ser trabajadas individualmente acorde con el trabajo adelantado y las explicaciones dadas. Durante esta tercera sesión, los estudiantes diligenciaron el cuestionario MME.

En la cuarta sesión de clase se trabajó de manera colaborativa la parte 3 de la actividad 2, se les entregó la consigna de trabajo junto con sus criterios evaluativos, se les dio el tiempo necesario para el trabajo indagatorio y la organización de sus argumentos para ser expuestos y discutidos con el resto de la clase.

En la quinta sesión de clase se realizó una plenaria para la socialización y exposición de los productos de la inspección de la puerta, abriendo así posibilidades de mayor retroalimentación, participación, discusión y colaboración en la construcción del conocimiento, optimizando el tiempo y permitiendo conocer las formas de pensar de los estudiantes, cómo comunican sus ideas y llegan a consensos, sus habilidades argumentativas, sus conocimientos e ideas sobre el tema. Los

estudiantes tuvieron la oportunidad no sólo de presentar y compartir información sino complementarla, precisarla, confrontarla, debatirla, aclararla, formular preguntas, entre otros.

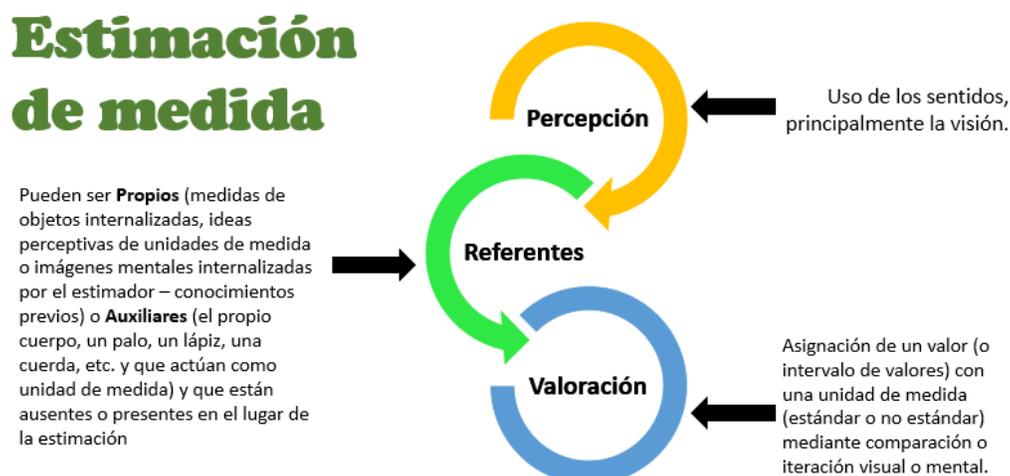
Una vez concluido el trabajo anterior se propuso la actividad 3 de resolución de 4 situaciones problema relativos a la medición para ser trabajados de manera individual en las sesiones 6 (situaciones 1 y 3) y 7 (situaciones 2 y 4) con el fin de profundizar en la medición estandarizada de una cantidad de longitud y sus elementos. Durante estas sesiones los estudiantes diligenciaron el cuestionario MME en diversas oportunidades.

En la sesión 8 se hizo la introducción a la estimación de medida de una cantidad de longitud mediante la siguiente dinámica comunitaria con los siguientes roles: 2 metrólogos, 3 estimadores por cada metrólogo y observadores-evaluadores.

DINÁMICA COMUNITARIA. Estimando la medida de la cantidad de longitud de un objeto (mirar el objeto y estimar la cantidad de longitud): Dos estudiantes buscaban en su casa un objeto (libro, juguete, marcador, etc.) de cualquier tamaño, medían una de sus longitudes y luego mostraban dicho objeto indicando la longitud que midieron sin decir la medida, para que 3 estudiantes la estimaran. Los dos estudiantes metrólogos debían tomar nota de las estimaciones y responder: ¿cuál de los tres estudiantes hizo la mejor estimación? ¿por qué? ¿Qué margen de error tuvo la estimación de la medida de la cantidad de longitud?. Cada uno de los estimadores, una vez conocía la medida respectiva dada por el metrólogo, analizaba su estrategia y valoración de su estimación. El resto de la clase y la profesora realizaban las observaciones, aportes y aclaraciones respectivas del trabajo realizado y observado.

Con dicha dinámica se pudo discutir las estrategias de estimación (comparación visual o mental de la cantidad de longitud a estimar con el referente de unidad de medida estandarizada o no estandarizada: cm, mm o el cuerpo del estimador) empleadas por los estudiantes, la asignación

de un valor o intervalo de valores con una unidad de medida, el error (exceso o defecto) presente en la estimación realizada y los siguientes componentes de una estimación:



En la sesión 9 se dio inicio a la última actividad de la secuencia didáctica, consistente en 6 situaciones problema relativas a la estimación de medida de una cantidad de longitud, se trabajaron las situaciones 3 y 6 de manera grupal (en parejas o tríos), cada equipo envió su trabajo a la profesora y al final se abrió un espacio de discusión y socialización. En las sesiones 10 y 11 se trabajaron las situaciones 1, 2, 4 y 5 de manera individual. En la sesión 12 se destinó tiempo para hacer el cierre de la secuencia dialogando con los estudiantes y autoevaluando el proceso (Ver Anexo 8.6).

Finalmente, se realizó en el siguiente espacio de clase el Postest.

Tabla 15

Componentes Esenciales de la Tarea (Estructura de la Tarea)

Componente	Descripción
Meta	Resolver diversas situaciones problema relativas a la medición y estimación de medida de una cantidad de longitud.
Medios	Puertas, elementos métricos y distribución espacial en el entorno inmediato, anuncios publicitarios, imágenes y fotografías.
Obstáculos	– <i>¿Qué tan conscientes somos de lo que significa e implica medir y estimar la medida de una cantidad de longitud y cómo hacerlo de manera</i>

	<p><i>adecuada?</i> se convierte en el principal obstáculo y por tanto un desafío para la realización de la tarea propuesta.</p> <ul style="list-style-type: none"> – No contar con los instrumentos de medición adecuados ni con el material o guía de trabajo. – Dominio de los instrumentos de medición y de las unidades de medida. – Poco aprovechamiento del tiempo de trabajo en clase. – Fallas de conectividad que puedan presentarse en la no presencialidad.
Restricciones	<ul style="list-style-type: none"> • Inexactitud en las medidas debido a imperfección del objeto, a defectos del instrumento de medición empleado o a errores cometidos en su manipulación. • Tener en cuenta las instrucciones dadas en la guía. • Trabajo colaborativo mixto (niños y niñas)

A continuación, se presenta el análisis de la estructura de la tarea, la demanda cognitiva o procesos cognitivos que le exige a cualquier persona experta resolver los problemas, y el procedimiento ideal, teniendo como referencia la taxonomía de Bloom (López, 2015), las definiciones de medición y estimación del marco teórico y las directrices ministeriales (Ver Anexo 8.5) para la enseñanza y aprendizaje de la medición y estimación de medida.

Tabla 16

Matriz de Análisis de la Estructura de la Tarea, Demanda Cognitiva y Procedimiento Ideal: Nivel de Análisis

Objetivo y Subjetivo de los Problemas (Previo a la Aplicación)

Actividad 1. Identificando y midiendo cantidades de longitud de manera no estandarizada				
N. Objetivo: estructura de la Tarea		N. Subjetivo: demanda cognitiva y Procedimiento ideal		Nivel de complej.
Actividad No 1.	Elementos constitutivos	Funcionamientos cognitivos que exige la actividad	Desempeño experto	
Parte 1. Identificando longitudes en una puerta de tu casa.	Una instrucción donde se le pide elegir una puerta de su casa, tomarle dos fotos según unas indicaciones. Por identificar, 5 longitudes presentes en dicha puerta.	<p>Recordar: la tarea exige observación y recuperación de información.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Traer a la memoria información relevante de la memoria de largo plazo. • Identificación de longitudes en un objeto concreto. • Habilidades tecnológicas para capturar una imagen, pegarla en un lugar y señalar elementos en ella. • Seguimiento de instrucción. 	El estudiante toma dos fotos al objeto según las indicaciones e identifica 4 o 5 longitudes en él.	Bajo

		<ul style="list-style-type: none"> • Diferenciar los elementos de una medición. 		
<p>Parte 2. Usando e interpretando tu cuerpo como unidad de medida para cantidades de longitud.</p>	<p>Ilustración de algunas unidades de medida antropométricas, la selección de un objeto concreto (puerta). Por cuantificar su ancho usando diversas unidades de medida antropométricas.</p>	<p><u>Comprender y Aplicar:</u> la tarea exige entender y hacer uso del conocimiento e información, aplicar un proceso aprendido y construir significado.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Diferenciación entre alto, ancho y largo de un objeto en el espacio. • Identificar y usar la unidad de medida solicitada para la realización de la medición. • Itera la unidad de medida • Estima la última unidad iterada. • Asigna valor y unidad de medida al ancho de la puerta por comparación directa con la unidad de medida antropométrica solicitada. • Dominio del sistema notacional alfanumérico. • Dominio de la representación numérica del racional. • Reconoce la invariancia de la cantidad de longitud y la relación inversa entre la unidad de medida y el valor numérico en la medida. • Interpreta la medida resultante. 	<p>El estudiante mide adecuadamente el ancho de la puerta usando las unidades de medida antropométricas indicadas e interpreta la medida.</p>	Medio
<p>Parte 3. Midiendo y verificando el ancho de la puerta.</p>	<p>Instrucción de completar unas tablas con la medición del ancho del objeto (puerta) usando unidades antropométricas propias y de un familiar. Por establecer, relaciones entre las medidas no estandarizadas y estandarizadas con su respectiva verificación.</p>	<p><u>Analizar y Evaluar:</u> la tarea le exige reconocer significados ocultos, descomponer el conocimiento y verificar el valor de la evidencia.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Mide el ancho del objeto usando unidades de medida estandarizada y no estandarizada. • Establecimiento de relaciones entre unidades de medida estandarizadas y no estandarizadas para la longitud. • Dominio de la representación numérica del racional. • Dominio operatorio con cantidades racionales. • Verificación de la medida. • Diferenciación de medidas y atribución de causas. • Reconocimiento de la equivalencia en las medidas al variar la unidad de medida, el carácter invariante de la cantidad de longitud y la 	<p>El estudiante mide adecuadamente el ancho de la puerta usando las respectivas unidades de medida no estandarizada (propia y de un familiar) y estandarizada (cm), establece relaciones entre las medidas y las verifica.</p>	Alto

		relación inversa entre el valor numérico y el tamaño de la unidad de medida.		
--	--	--	--	--

Actividad 2. Midiendo las dimensiones de una puerta de tu casa usando instrumentos de medida con unidades estandarizadas y argumentando funcionalidades.				
N. Objetivo: estructura de la Tarea		N. Subjetivo: demanda cognitiva y Procedimiento ideal		Nivel de complej.
Actividad No 2.	Elementos constitutivos	Funcionamientos cognitivos que exige la actividad	Desempeño experto	
<p>Parte 1. Midiendo el ancho de la puerta y estableciendo relaciones entre unidades de medida no estandarizadas y estandarizadas para la longitud.</p>	<p>Una tabla para completar con las medidas del ancho, alto y grosor de la puerta usando un instrumento con unidades de medida estandarizadas. Se pide explicar el proceso o estrategia de medición empleada.</p>	<p>Evaluar: la tarea exige evaluación de los elementos estructurantes de la tarea y las estrategias utilizadas para resolverla.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Selección adecuada del instrumento de medición y de la unidad de medida. • Subdivisión de la cantidad de magnitud por medio de una iteración de la unidad de medida. • Asignación de un valor y una unidad de medida a las dimensiones de la puerta por medio de un instrumento de medición con unidades de medida estandarizadas. • Explicación general del proceso o estrategia de medición empleado. • Dominio de unidades de medida estandarizadas • Dominio del sistema notacional alfanumérico. • Dominio operatorio. • Completa una tabla. 	<p>El estudiante mide de manera adecuada las dimensiones del objeto mediante un instrumento de medición con unidades de medida estandarizadas y explica cómo lo hizo.</p>	Alto
<p>Parte 2. Discriminando los elementos de una medición y los posibles errores en la medida.</p>	<p>Unas preguntas de reflexión y discusión sobre elementos y errores en una medición, complementadas con el material de lectura “Elementos de una medición”. Por realizar, la verificación de las medidas obtenidas de las dimensiones del objeto.</p>	<p>Analizar y Evaluar: la tarea exige reconocer significados ocultos, descomponer el conocimiento en sus partes y pensar cómo estas se relacionan con su estructura global, al igual que evaluar las estrategias utilizadas para resolver la tarea.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Diferenciar los elementos de una medición. • Detectar dificultades y errores en la medida identificando sus posibles causas. • Lectura comprensiva de la conferencia: “Elementos de una medición”. 	<p>El estudiante Diferencia los elementos y errores en una medición, selecciona instrumentos de medición apropiados para la longitud y verifica las medidas obtenidas de las dimensiones del objeto.</p>	Alto

		<ul style="list-style-type: none"> • Respuesta a preguntas basado en su experiencia y otras fuentes. • Selecciona instrumentos de medición apropiados para la longitud. • Verificación de las medidas de las dimensiones del objeto • Participación en la discusión. • Comunicación clara de sus puntos de vista. 		
Parte 3. Indagando y argumentando de manera colaborativa si la puerta se ajusta a las características y funcionalidades estándar establecidas.	Una situación problema contextualizada a un objeto concreto. Planteamientos de la norma internacional sobre medidas estandarizadas para el objeto. Por establecer se tienen unos argumentos, producto del trabajo colaborativo, alrededor de la inspección de un objeto particular (puerta).	<p><u>Evaluar:</u> la tarea exige reconocer significados ocultos, descomponer el conocimiento en sus partes y pensar cómo estas se relacionan con su estructura global, al igual que evaluar las estrategias utilizadas para resolver la tarea.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Lectura comprensiva de y seguimiento de instrucción. • Indagación de información • Argumentación con base a normas establecidas para medidas estandarizadas del objeto inspeccionado. • Organización de ideas • Trabajo colaborativo • Habilidades tecnológicas. 	El estudiante indaga en fuentes confiables las medidas estandarizadas para el objeto y argumenta con claridad y contundencia si su objeto medido se ajusta a dichas especificaciones y qué implicaciones tiene.	Alto
Parte 4. Exponiendo el producto de la indagación y argumentación en una plenaria.	La instrucción para la exposición del producto y argumentos teniendo en cuenta unos criterios preestablecidos.	<p><u>Comprender y aplicar:</u> la tarea le exige entender la información, construir significado a partir de material educativo (lecturas), interpretar hechos y hacer uso de la información para resolver la demanda de la tarea.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Exponer el producto del trabajo colaborativo con argumentos claros. • Establecimiento de conclusiones • Organizar y comunicar ideas. 	El estudiante expone con argumentos claros las conclusiones a las que llegaron sobre la indagación de las medidas estandarizadas para el objeto, acorde con las normas y sus implicaciones.	Medio

Actividad 3. Resolviendo problemas de medición de una cantidad de longitud				
N. Objetivo: estructura de la Tarea		N. Subjetivo: demanda cognitiva y Procedimiento ideal		Nivel de complej.
Actividad No 3.	Elementos constitutivos	Funcionamientos cognitivos que exige la actividad	Desempeño experto	

<p>Situación 1. Identificando el instrumento y unidad de medida apropiado para una determinada cantidad de longitud.</p>	<p>Una consigna con unas imágenes y opciones de instrumentos de medición de longitudes. Por identificar el instrumento y la unidad de medida más apropiados para la situación (medición del grosor de una llave común de una puerta interior)</p>	<p>Recordar: La tarea le exige observación y recordación de información.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Reconocer los distintos instrumentos de medición indicados y su funcionalidad. • Dominio de las unidades de medida. • Asociar el rango de la longitud con el respectivo instrumento. • Marcar o elegir la opción más apropiada para la situación. 	<p>El estudiante identifica el instrumento (micrómetro) y la unidad de medida (mm) apropiados para la cantidad de longitud indicada (grosor de una llave común de una puerta interior) y enuncia una explicación para su elección.</p>	<p>Bajo</p>
<p>Situación 2. Interpretando la medida del ancho de un objeto.</p>	<p>Un objeto usado como cuña de una puerta en una casa y dos imágenes de la medición de dicho usando el calibre. Por interpretar, la medida del ancho del objeto registrada por el instrumento de medición.</p>	<p>Comprender: La tarea le exige entender la información e interpretar hechos.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Dominio de la subdivisión de la unidad de medida (mm) registrada en el instrumento. • Apreciación del instrumento. • Coordinación viso motora en el conteo de las subdivisiones. • Reconocimiento del instrumento y sus unidades de medida. • Dominio del sistema notacional alfanumérico. 	<p>El estudiante Interpreta adecuadamente la medida del ancho del objeto registrada en el instrumento (calibre) de medición y enuncia que es 115,4 mm o 11,54 cm.</p>	<p>Medio</p>
<p>Situación 3. Estableciendo relaciones entre unidades de medida no estandarizada y estandarizada y seleccionando la mejor opción de compra acorde con la situación.</p>	<p>Un presupuesto de \$250.000 para la compra de una puerta. Los datos de la medición del ancho y alto de la puerta que hizo Mariana usando sus palmas. 4 Opciones de puerta disponibles para la compra de Mariana. Por seleccionar, la mejor opción de puerta acorde con la situación.</p>	<p>Evaluar: La tarea le exige al estudiante escoger basado en argumentos razonados.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Establecimiento de la relación entre el palmo de Mariana y el cm. • Concluir que la media del palmo de Mariana en la regla graduada es de 17,5 cm, teniendo en cuenta el desfase de 4cm. • Consideración del presupuesto disponible para la compra. • Dominio operatorio y realización de cálculos. 	<p>El estudiante Selecciona la opción 3 como la mejor opción de compra pues se ajusta al presupuesto y las medidas del ancho (17,5cm x 4 = 70 cm) y del alto (17,5cm x 12 = 210 cm) de la puerta dadas de manera estandarizada (cm) corresponden con las respectivas medidas no estandarizadas (palmo de Mariana = 17,5 cm).</p>	<p>Alto</p>

		<ul style="list-style-type: none"> • Discriminación, análisis e interpretación de la información relevante. 		
<p>Situación 4. Midiendo diferentes cantidades de longitud y argumentando si las medidas son apropiadas para lo que plantea la situación.</p>		<p>Evaluar: La tarea le exige escoger basado en argumentos razonados, comprobación y verificación de la evidencia.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Dominio operatorio y realización de cálculos. • Conversión de unidades de medida cm y m. • Medición de cantidades de longitud • Comparación de medidas. • Argumentación de su respuesta. • Discriminación, análisis e interpretación de la información relevante. • Establecimiento de la relación entre el ancho del baño (270 cm) y longitud de la entrada al baño. 	<p>El estudiante argumenta que la persona en silla de ruedas no podrá ingresar a dicho baño, porque la medida de la entrada al baño es menor que la cuarta parte del ancho del baño: $270\text{cm}/4 = 67,5\text{cm}$. O que, si la entrada al baño midiera 80 cm o más, eso implicaría que el baño tendría unas dimensiones mayores de las dadas en el problema. O que la entrada al baño cabe 4,75 veces aprox. en el ancho del baño, entonces si dividimos el ancho del baño entre 4,75 obtendremos una medida aprox. de la entrada al baño: $270\text{cm} \div 4,75 = 56,8421\text{cm} = 56,8\text{ cm aprox.}$ y es menor que el ancho (0,8 m = 80 cm) de la silla de ruedas. O también determinando el valor real (58,92 cm) de la entrada al baño haciendo manejo de las medidas a escala.</p>	Alto

Actividad 4. Resolviendo problemas de estimación de medida de cantidades de longitud				
N. Objetivo: estructura de la Tarea		N. Subjetivo: demanda cognitiva y Procedimiento ideal		Nivel de complej.
Actividad No 4.	Elementos constitutivos	Funcionamientos cognitivos que exige la actividad	Desempeño experto	
<p>Situación 1. Estimando la medida de la estatura de una persona.</p>	<p>Una imagen de una mujer sosteniendo una puerta. Por determinar, la estatura aproximada de la mujer tomando como referente la medida estándar del alto de la puerta (2,03 m o</p>	<p>Estimación de medida: la tarea exige asignar perceptivamente un valor (o intervalo de valores) y una unidad correspondiente a una cantidad de longitud por medio de conocimientos previos o comparación no directa con objeto auxiliar.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Tiene referentes propios (principalmente la medida 	<p>El estudiante estima que la estatura de la mujer está entre 1,50 m y 1,60 m aproximadamente usando como referente alguna de las medidas estándar de la</p>	Alto

	2,10 m como máximo) vista con anterioridad.	<p>estándar del alto de la puerta) u objetos auxiliares al momento de estimar la medida de una cantidad de longitud.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Usa sus sentidos y/o la comparación visual o mental con un referente propio o auxiliar al estimar la medida de una cantidad de longitud. • Asigna perceptivamente un valor y una unidad correspondiente a una cantidad de longitud por medio de unidades de medida o medidas de objetos que tiene internalizadas. • Asigna perceptivamente un valor y una unidad correspondiente a una cantidad de longitud por medio de la iteración mental de un objeto auxiliar presente que actúa como unidad de medida. • Dominio del carácter continuo de la longitud y su subdivisión. 	<p>puerta vistas con anterioridad.</p> <p>Nota. Es válido cualquier valor entre ese intervalo.</p>	
Situación 2. Estimando la medida del largo de una cuerda.	Una imagen de una cuerda colgada al frente de una puerta al interior de una casa. Por determinar, el largo de la cuerda tomando como referente la medida estándar del alto de la puerta (2,03 m o 2,10 m como máximo) vista con anterioridad.	Estimación de medida. Igual que la situación 1.	El estudiante estima que la medida del largo de la cuerda supera un poco (entre 5cm y 10 cm) la altura de la puerta. Nota. Es válido cualquier valor entre 2,05 m y 2,20 m. tomando como referente la medida estándar de la altura de la puerta vista con anterioridad.	Alto
Situación 3. Interpretando y estimando distancia entre objetos.	Un anuncio publicitario con la imagen de la entrada de una casa con varios objetos, entre ellos la puerta Cleopatra café con unas especificaciones e información mostradas a la derecha de la imagen. Por definir, la distancia aproximada entre	Estimación de medida. Igual que la situación 1. Adicionalmente, <ul style="list-style-type: none"> • Concepto de distancia. • Ampliación del concepto de número. • Dominio del número en múltiples usos (código, medida, precio, etc.). • Inferencia del alto (210 cm) y el ancho (90 cm) de la puerta, usando la información que aparece a la derecha en el anuncio. • Estimación indirecta. 	El estudiante expresa que la distancia entre los candelabros es más de 180 cm (el doble del ancho de la puerta) pero inferior a 270 cm (el triple del ancho de la puerta), asignando una distancia próxima a 206 cm.	Alto

	los candelabros colgados a cada lado de la pared.			
Situación 4. Estimando la medida de cantidades de longitud en objetos.	La instrucción de estimar el largo y grosor de una llave común de una puerta interior y el grosor y diámetro de una moneda de \$ 1.000.	<p>Estimación de medida: la tarea exige asignar perceptivamente un valor (o intervalo de valores) y una unidad correspondiente a una cantidad de longitud por medio de conocimientos previos o comparación no directa con objeto auxiliar.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Tiene referentes propios o auxiliares de tipo estandarizado (mm o cm). • Usa sus sentidos y/o la comparación visual o mental con el referente propio o auxiliar estandarizado al estimar la medida de una cantidad de longitud. • Asigna perceptivamente un valor y una unidad correspondiente a una cantidad de longitud por medio de unidades de medida estandarizadas que tiene internalizadas. 	El estudiante estima adecuadamente las medidas del espesor y largo de una llave común, al igual que el diámetro y espesor de la moneda, asignando valores próximos a los esperados.	Alto
Situación 5. Proponiendo objetos que tengan una cantidad de longitud con una medida indicada.	La instrucción de buscar en la casa un número determinado de objetos que tengan una longitud aproximada de 1mm, 1cm, 1dm y 1m mostrando la longitud respectiva.	<p>Evaluar: la tarea exige escoger basado en argumentos razonados.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Internalización de las unidades de medida mm, cm, dm y m. • Busca y selecciona objetos en su entorno inmediato que tengan unas medidas específicas y estandarizadas para su cantidad de longitud. • Estimación de longitudes en objetos con unas medidas específicas. 	El estudiante propone, adecuadamente y basándose en la estimación, objetos en su casa que tienen aproximadamente cantidades de longitud de 1mm, 1cm, 1dm y 1m, y muestra la longitud respectiva.	Alto
Situación 6. Asociando y proponiendo cantidades de longitud con un rango determinado.	Unas cantidades de longitud de su entorno y una imagen de un sector de piscinas del Acuaparque Parque de la Caña en Cali. Por asociar y proponer, longitudes con un rango de longitud mm, cm, dm, m y más de 10m.	<p>Evaluar: la tarea exige escoger basado en argumentos razonados.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Internalización de las unidades de medida mm, cm, dm, m y más de 10 m. • Estimación de longitudes con un rango específico. • Busca y propone longitudes en el sector de piscinas del Acuaparque Parque de la Caña en Cali, que tengan el rango especificado. 	El estudiante asocia y propone adecuadamente longitudes con un rango de longitud de mm, cm, dm, m y más de 10m presentes en su entorno y en el sector respectivo del Acuaparque Parque de la caña en Cali.	Alto

		<ul style="list-style-type: none"> • Visualización de longitudes no rectilíneas (irregulares y curvas). 		
--	--	--	--	--

3. Nivel de Análisis subjetivo

En la tabla anterior se especifican en la tercera columna la demanda cognitiva en términos de los funcionamientos cognitivos y en la cuarta columna los procesos de solución ideal o desempeño experto, los cuales le dan un valor predictivo al análisis subjetivo de tareas respecto a los varios niveles de desempeño, que darían cuenta de los niveles de comprensión de los estudiantes. Se toma como unidad de análisis el desempeño de los estudiantes.

Previo a la aplicación se utiliza como unidad de análisis el algoritmo de resolución del propio analista como experto, ya que conduce a la resolución correcta. Cuando los estudiantes resuelvan la tarea se hará el análisis de las estrategias de resolución (procedimiento real) que las personas ponen realmente en evidencia al enfrentarse a la tarea.

Considerando que la medición y la estimación son procesos o habilidades de dominio cognitivo de alto orden que se constituyen en prácticas o actividades culturalmente significativas que deben ser potencializadas, cada actividad que se propone es concebida como un instrumento para caracterizar la comprensión de los estudiantes al resolver la tarea, teniendo en cuenta la variabilidad en sus habilidades cognitivas se plantean tres niveles de desempeño Bajo, Medio y Alto, a partir de la trazabilidad de los procesos de medición y estimación en las directrices ministeriales (Ver anexo 8.5), y usando como referente los siguientes marcos conceptuales que han brindado elementos teóricos para analizar los procesos exigidos por los problemas propuestos a los estudiantes para su adecuada resolución:

Medición. Según Clements y Sarama (2014) citados por Pizarro et al. (2016, p. 98) medir es la asociación entre cantidad y número sustentada en dos aspectos: identificar y seleccionar una

unidad de medida apropiada y subdividir la cantidad de magnitud por medio de una iteración. La medición puede realizarse con unidades no estandarizadas, con instrumentos de medida que representan unidades estandarizadas o con instrumento de medida.

Estimación de medida. Según Pizarro et al. (2016) estimación de medida es “Asignar perceptivamente un valor o un intervalo de valores y una unidad correspondiente a una cantidad de magnitud discreta o continua por medio de los conocimientos previos o por comparación no directa a algún objeto auxiliar” (p. 94). Por lo tanto, la estimación de medida se sustenta en tres componentes fundamentales: valoración (V), la cual implica el desarrollo del sentido numérico; percepción (P) que involucra el uso de los sentidos y la comparación visual o mental; y referentes (R) propios (unidades de medida internalizadas por el estimador) o auxiliares (iteración mental de un objeto auxiliar presente que actúa como unidad de medida).

El National Council of Teachers of Mathematics (2000) citado por Pizarro et al (2016, p. 92) plantea que la estimación de medida es parte de la base para el aprendizaje de la medición física y contribuye a la base del conocimiento sobre la construcción de la comprensión conceptual y procedimental de la medida.

La siguiente tabla muestra la descripción de los niveles de desempeño (validados por los jurados de la investigación) teniendo en cuenta el análisis de tarea y el resolutor ideal para las actividades propuestas.

Tabla 17

Niveles de Desempeño de las Actividades de la Secuencia Didáctica

Niveles de Desempeño Actividad 1. Identificando y midiendo cantidades de longitud de manera no estandarizada	
Niveles	Desempeños
Bajo	<ul style="list-style-type: none"> • Toma una o dos fotos al objeto (puerta) olvidando seguir las indicaciones dadas e identifica con dificultad pocas o ninguna longitud en él. • No mide adecuadamente el ancho del objeto usando las unidades de medida antropométricas indicadas ni interpreta la medida.

	<ul style="list-style-type: none"> No mide adecuadamente el ancho de la puerta, no establece relaciones entre las medidas estandarizadas y no estandarizadas involucradas o no las verifica.
Medio	<ul style="list-style-type: none"> Toma dos fotos al objeto (puerta) según las indicaciones e identifica algunas longitudes en él. Se le dificulta medir el ancho del objeto usando las unidades de medida antropométricas indicadas e interpreta la medida. Se le dificulta medir el ancho de la puerta usando las respectivas unidades de medida no estandarizada (propia y de un familiar) y estandarizada (cm), establecer relaciones entre las medidas o verificarlas.
Alto	<ul style="list-style-type: none"> Toma dos fotos al objeto (puerta) según las indicaciones e identifica adecuadamente 4 o 5 longitudes en él sin confusiones. Mide adecuadamente el ancho del objeto usando las unidades de medida antropométricas indicadas e interpreta la medida. Mide adecuadamente el ancho de la puerta usando las respectivas unidades de medida no estandarizada (propia y de un familiar) y estandarizada (cm), establece relaciones entre las medidas y las verifica.

Niveles de Desempeño Actividad 2.	
Midiendo las dimensiones en una puerta de tu casa y analizando los elementos y errores de la medición.	
Niveles	Desempeños
Bajo	<ul style="list-style-type: none"> Presenta dificultades para medir las dimensiones del objeto mediante un instrumento de medición con unidades de medida estandarizadas o no explica cómo lo hizo. No diferencia los elementos y errores en una medición, selecciona pocos o ningún instrumento de medición apropiados para la longitud y no verifica las medidas obtenidas de las dimensiones del objeto. Indaga o no sobre las medidas estandarizadas para el objeto y se le dificulta dar argumentos de si su objeto medido se ajusta a dichas especificaciones y qué implicaciones tiene. Las conclusiones del trabajo son escasas o poco claras.
Medio	<ul style="list-style-type: none"> Mide las dimensiones del objeto mediante un instrumento de medición con unidades de medida estandarizadas y se le dificulta explicar cómo lo hizo. Diferencia algunos elementos y errores en una medición, selecciona algunos instrumentos de medición apropiados para la longitud y verifica las medidas obtenidas de las dimensiones del objeto. Indaga en fuentes confiables las medidas estandarizadas para el objeto y presenta algunos argumentos sobre si su objeto medido se ajusta a dichas especificaciones y qué implicaciones tiene. Presentan conclusiones del trabajo realizado.
Alto	<ul style="list-style-type: none"> Mide adecuadamente las dimensiones del objeto mediante un instrumento de medición con unidades de medida estandarizadas y explica cómo lo hizo. Diferencia los elementos y errores en una medición, selecciona instrumentos de medición apropiados para la longitud y verifica las medidas obtenidas de las dimensiones del objeto. Indaga en fuentes confiables las medidas estandarizadas para el objeto y expone argumentos claros y contundentes, siguiendo un hilo conductor, si su objeto medido se ajusta a dichas especificaciones y qué implicaciones tiene. Las conclusiones del trabajo son claras y profundas.

Niveles de Desempeño Actividad 3. Resolución de problemas de medición de una cantidad de longitud	
Niveles	Desempeños
Bajo	<ul style="list-style-type: none"> • No identifica el instrumento ni la unidad de medida apropiados para la cantidad de longitud indicada. • No interpreta la medida del ancho del objeto registrada en el instrumento (calibre) de medición y enuncia una medida no próxima a 115,4 mm o utiliza una unidad de medida incorrecta. • No selecciona la opción 3 como la mejor opción de compra o aunque la seleccione, no tiene en cuenta el presupuesto o no establece la equivalencia entre las medidas del ancho y del alto de la puerta dadas de manera estandarizada (cm) con las respectivas medidas no estandarizadas (palmos de Mariana). • Su respuesta, respecto a si la persona en silla de ruedas podrá ingresar al baño, carece de argumentación o los procedimientos empleados son inadecuados para la solución de la situación.
Medio	<ul style="list-style-type: none"> • Identifica el instrumento o la unidad de medida apropiados para la cantidad de longitud indicada. • Interpreta la medida del ancho del objeto registrada en el instrumento (calibre) de medición y enuncia que es 115 mm o un valor próximo a 115,4 mm. • Selecciona o no la opción 3 como la mejor opción de compra estableciendo la equivalencia entre las medidas del ancho y del alto de la puerta dadas de manera estandarizada (cm) corresponden con las respectivas medidas no estandarizadas (palmos de Mariana), pero no se percata del presupuesto. • Argumenta que la persona en silla de ruedas no podrá ingresar a dicho baño, pero le falta contundencia o claridad al argumento.
Alto	<ul style="list-style-type: none"> • Identifica con claridad el instrumento (micrómetro) y la unidad de medida (mm) apropiados para la cantidad de longitud indicada (grosor de una llave común de una puerta). • Interpreta adecuadamente la medida del ancho del objeto registrada en el instrumento (calibre) de medición y enuncia que es 115,4 mm o 11,54 cm. • Selecciona la opción 3 como la mejor opción de compra pues se ajusta al presupuesto y las medidas del ancho ($17,5\text{cm} \times 4 = 70\text{ cm}$) y del alto ($17,5\text{cm} \times 12 = 210\text{ cm}$) de la puerta dadas de manera estandarizada (cm) corresponden con las respectivas medidas no estandarizadas (palmo de Mariana = 17,5 cm). • Argumenta de manera clara y contundente que la persona en silla de ruedas no podrá ingresar a dicho baño pues la medida de la entrada al baño es menor que $0,8\text{m} = 80\text{ cm}$. (la medida del ancho de la silla de ruedas).

Niveles de Desempeño Actividad 4. Resolución de problemas de estimación de una cantidad de longitud	
Niveles	Desempeños
Bajo	<ul style="list-style-type: none"> • Estima inadecuadamente la estatura de la mujer, usa referentes inadecuados, no usa como referente las medidas estándar de la puerta vistas con anterioridad o confunde la pregunta. • Estima inadecuadamente la medida del largo de la cuerda. Asigna una medida que no es próxima a la esperada o sin unidad de medida. • Estima inadecuadamente la distancia entre los candelabros. Asigna una distancia que no es próxima al valor esperado (206 cm) o sin unidad de medida.

	<ul style="list-style-type: none"> • Estima inadecuadamente las medidas del espesor y largo de una llave común, al igual que el diámetro y espesor de la moneda, asignando valores no próximos a los esperados o mide las cantidades de longitud en cuestión. No tiene internalizadas las unidades mm o cm. • Propone pocos o ningún objeto en su casa que tiene aproximadamente las cantidades de longitud solicitadas, no muestra la longitud respectiva, cita objetos o medidas en lugar de la cantidad de longitud o recurre a la medición para resolver la situación. • Asocia o propone pocas o ninguna longitud con un rango de longitud de mm, cm, dm, m y más de 10m presentes en su entorno o el sector respectivo del Acuaparque Parque de la caña en Cali.
Medio	<ul style="list-style-type: none"> • Estima aceptablemente la estatura de la mujer usando como referente alguna de las medidas estándar de la puerta vistas con anterioridad. Tiene medidas próximas a la pedida. • Estima que la medida del largo de la cuerda supera (entre 10 cm y 15 cm) la altura de la puerta. • Estima que la distancia entre los candelabros es más de 180 cm (el doble del ancho de la puerta) pero inferior a 270 cm (el triple del ancho de la puerta) o asigna una distancia en ese intervalo con un margen de error máximo del 30%. • Estima aceptablemente las medidas del espesor y largo de una llave común, al igual que el diámetro y espesor de la moneda, asignando valores algo próximos a los esperados. • Propone, adecuadamente y basándose en la estimación, objetos en su casa que tienen aproximadamente algunas de las cantidades de longitud solicitadas y muestra la longitud respectiva. • Asocia y propone adecuadamente algunas longitudes con un rango de longitud de mm, cm, dm, m y más de 10m presentes en su entorno y en el sector respectivo del Acuaparque Parque de la caña en Cali.
Alto	<ul style="list-style-type: none"> • Estima que la estatura de la mujer está entre 1,50 m y 1,60 m aproximadamente usando como referente alguna de las medidas estándar de la puerta vistas con anterioridad. • Estima que la medida del largo de la cuerda supera un poco (entre 5cm y 10 cm) la altura de la puerta. Asigna un valor entre 2,05 m y 2,20 m, tomando como referente la medida estándar de la altura de la puerta vista con anterioridad. • Estima que la distancia entre los candelabros es más de 180 cm (el doble del ancho de la puerta) pero inferior a 270 cm (el triple del ancho de la puerta), asignando una distancia próxima a 206 cm. • Estima adecuadamente las medidas del espesor (2 mm) y largo (5,5 cm) de una llave común, al igual que el diámetro (26,7 mm) y espesor (2,76 mm) de la moneda de \$1.000, asignando valores próximos a los esperados. • Propone, adecuadamente y basándose en la estimación, objetos en su casa que tienen aproximadamente cantidades de longitud de 1mm, 1cm, 1dm y 1m, y muestra la longitud respectiva. • Asocia y propone adecuadamente todas o la mayoría de longitudes con un rango de longitud de mm, cm, dm, m y más de 10m presentes en su entorno y en el sector respectivo del Acuaparque Parque de la caña en Cali.

A partir de estos niveles previamente establecidos, es posible predecir grupos de comportamiento real, que hacen más fácil el análisis de los niveles de comprensión de los estudiantes.

ANEXO 8.1. Actividad No. 1. Identificando y midiendo cantidades de longitud de manera no estandarizada

ESTUDIANTE:		CURSO:	
PROFESORA:	Rongnie Mosquera L.	ÁREA:	Matemáticas
		FECHA:	

Parte 1. Identificando longitudes en una puerta de tu casa

Elige una puerta de tu casa y tómale 2 fotos (cerciórate que en ambas fotos se vea entera la puerta y en una de ellas aparezca tú al frente o al lado de la puerta). Pega las fotos en el siguiente recuadro y muestra 5 longitudes que identifiques en dicha puerta.

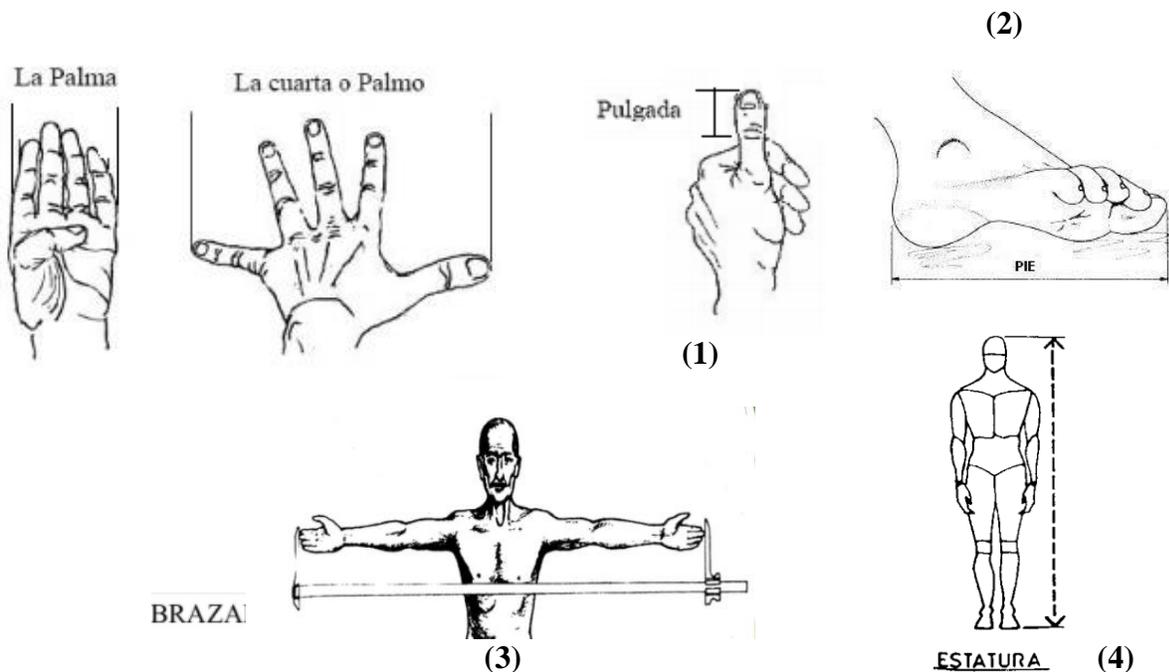
2 Fotos de una puerta de tu casa y menciona o muestra 5 longitudes en dicha puerta

Parte 2. Usando e interpretando tu cuerpo como unidad de medida para cantidades de longitudes

A continuación, aparecen unas cantidades de longitud presentes en el cuerpo humano que desde la antigüedad fueron usadas como unidades de medida antes de que se crearan patrones y unidades de medida estandarizadas.

Figura 8

Algunas Unidades de Medida Antropométricas



Tomadas y Adaptado de (1) <https://images.app.goo.gl/wfPLXd6PeJQ3n1KC8>, (2)

<https://images.app.goo.gl/w77wpo1PeZjcT1Sz7>, (3) <https://images.app.goo.gl/ZkV93kDHYFA7eMXk8> y (4)

<https://images.app.goo.gl/HMV5Tj1Lj8qBhjaH9>

- ¿Cuánto mide el ancho de la puerta que seleccionaste usando tu palma como unidad de medida?

Solución: El ancho de la puerta mide

Escribe los pasos que has seguido para llegar al resultado o realiza una representación gráfica del proceso de medición que realizaste para encontrar la solución:

- ¿Cuánto mide el ancho de la puerta que seleccionaste usando ahora tu cuarta (o palmo) como unidad de medida?

Solución: El ancho de la puerta mide

Escribe los pasos que has seguido para llegar al resultado.

- ¿Qué pasaría con la medida del ancho de la puerta si usaras tu braza como unidad de medida? ¿por qué?

Parte 3. Midiendo el ancho de la puerta y estableciendo relaciones entre unidades de medida no estandarizadas y estandarizadas para la longitud

Mide el ancho de la puerta usando la cuarta (o palmo) de un integrante de tu familia y registra la medida en la siguiente tabla.

Cantidad de longitud	Medida del ancho de la puerta usando tu palmo o cuarta	Medida del ancho de la puerta usando el palmo o cuarta de un integrante de tu familia
Ancho de la puerta		

- ¿Cómo son las medidas obtenidas del ancho de la puerta usando tu palmo y el palmo de un integrante de tu familia? ¿a qué se debe esto?
- Mide el ancho de la puerta usando como unidad de medida el centímetro (cm). ¿De acuerdo con esta información y teniendo en cuenta los datos registrados en la tabla anterior, cuál sería la medida de tu palmo y el de tu familiar en cm?

Solución: El ancho de la puerta mide cm.

Teniendo en cuenta esta información y datos de la tabla anterior, mi palmo mide cm y el palmo de mi familiar mide.....cm

Escribe los pasos que has seguido para llegar al resultado.

Usa tu regla y verifica la medida de tu palmo y la del palmo de tu familiar:

Mi palmo midecm

El palmo de mi familiar mide Cm

ANEXO 8.2. Actividad No. 2. Midiendo las dimensiones de una puerta de tu casa usando instrumentos de medida con unidades estandarizadas y argumentando funcionalidades

ESTUDIANTE:		CURSO:	
PROFESORA:	Rongnie Mosquera L.	ÁREA:	Matemáticas
		FECHA:	

Forma de presentación: Trabajo individual con puesta en común en clase comunitaria.

Recursos: una puerta de tu entorno inmediato, cámara o celular para toma de fotos, guía de trabajo (diario de campo), computador, internet, instrumento con unidad de medida estandarizada.

Tiempo de trabajo asignado: Una sesión de clase (60 minutos)

Parte 1. Midiendo las dimensiones de la puerta con instrumentos que tienen unidad de medida estandarizada.

Mide las dimensiones (ancho, alto y grosor) de la puerta que seleccionaste usando algún instrumento con unidad de medida estandarizada y explica cómo lo hiciste.

Dimensiones de la puerta	Medida usando un instrumento con unidades de medida estandarizada
Ancho	
Alto	
Grosor	
Explicación general del proceso de medición empleado:	

Parte 2. Discriminando los elementos de una medición y los posibles errores en la medida.

Responde las siguientes preguntas para ponerlas en común en clase comunitaria:

¿Qué elementos fueron necesarios tener en cuenta para poder realizar la medición del ancho, el alto y el grosor de la puerta?			
¿Qué dificultades y errores tuviste al medir el ancho, el alto y grosor de la puerta y cuáles fueron sus posibles causas?			
¿Cuáles de los siguientes instrumentos te sirven para medir una longitud? ¿qué otros conoces?			
 A.	 B.	 C.	 D.
 E.	 F.	 G.	 H.
<p>NOTA. Complementa las preguntas anteriores con la lectura de la conferencia: “Elementos de una medición” (Ver anexo 8.2.1) y verifica tus medidas.</p>			

Parte 3. Indagando y argumentando de manera colaborativa si la puerta se ajusta a las características y funcionalidades estándar establecidas

Las puertas son un elemento arquitectónico que siempre han estado presente a lo largo de la historia en la arquitectura de cualquier cultura o sociedad, aportan calidez, personalidad y estilo a nuestro hogar, además de intercomunicar diferentes espacios y permitir o no el acceso a un lugar. En la actualidad, las obras en construcción manejan –para las dimensiones de las puertas– medidas estándar o normalizadas que vienen definidas y reguladas en la Norma [UNE 56801:2008](#), lo cual garantiza la disponibilidad del producto, la oportunidad de disfrutar de gran variedad de diseños, acabados, modelo (de interiores o de seguridad) y en algunos casos diseños personalizados que en muchos casos pueden resultar más costosos. Sin embargo, muchas veces se les presta poca atención a tales medidas o pasan desapercibidas para la mayoría de los usuarios a menos de que se presente una necesidad especial, por ejemplo, la utilización de sillas de ruedas, la realización de alguna remodelación, un diseño a medida, la entrada de algún artefacto o mueble al hogar, entre otras. Tales medidas estandarizadas dependen de la ubicación (interior, exterior, de garaje, etc.) que se vaya a dar a las puertas. Algunos fabricantes recomiendan que, “el proceso de medición sea realizado por **personal calificado**, capaz de evaluar el paso de la puerta y las condiciones del marco para garantizar que las **medidas** sean acertadas con el tamaño de la puerta que se necesita” (Decopuertas, 2018)⁶ y su diseño adecuado.

INSTRUCCIÓN: Conformen equipos de trabajo de máximo 4 estudiantes (niños y niñas) y **argumenten de manera escrita:** ¿Cuáles son las medidas de una puerta estándar? ¿Por qué se establecieron esas medidas estándar? ¿Sus puertas cumplen con las medidas estándar establecidas? ¿qué diferencias encuentran? Y ¿qué implicaciones tiene esto para diferentes situaciones o necesidades, por ejemplo, para alguien en silla de ruedas que llegue de visita a tu casa?

Deben presentar a la profesora un trabajo escrito o una presentación clara y organizada sobre el tema, incluyendo las conclusiones a las que llegaron, las fuentes bibliográficas que usaron, al igual que las imágenes reales y completas de sus puertas junto con sus medidas respectivas.

Parte 4. Exponiendo el producto de la indagación y argumentación en una plenaria

Exponer el producto de su indagación, sus argumentos frente a los interrogantes planteados y las conclusiones a las que llegaron. Durante la plenaria todos los integrantes del equipo deben intervenir.

⁶ Tomado de: <http://www.decopuertas.com/medidas-y-dimensiones-estandar-para-puertas-para-interiores/>

ANEXO 8.2.1. Conferencia “Elementos de una medición”

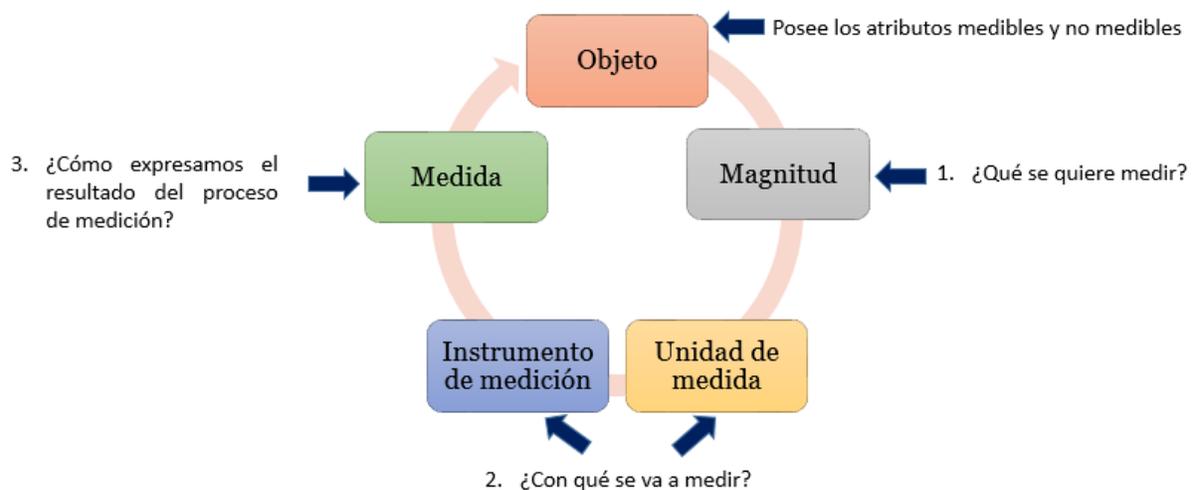
ESTUDIANTE:		CURSO:	
PROFESORA:	Rongnie Mosquera L.	ÁREA:	Matemáticas
		FECHA:	

Horizonte de sentido del Grado Sexto

"Construyo aprendizajes de forma colaborativa a partir de experiencias significativas, que me permitan crecer en responsabilidad y autonomía"

INTRODUCCIÓN: Ahora nos dispondremos a reflexionar sobre el acto de medir y sus elementos, con el fin de profundizar nuestros aprendizajes sobre el tema y mejorar nuestras competencias.

En un proceso de medición podemos identificar básicamente los siguientes elementos:



Elementos de una medición

Magnitud (El ¿qué medir?): es aquel atributo o propiedad de un objeto o fenómeno que puede ser medida directa o indirectamente. Los objetos no se miden, lo que se mide son las magnitudes que ellos poseen.

Patrón de medida: es el hecho aislado y conocido que sirve como fundamento para crear una unidad para medir magnitudes. Muchas unidades tienen patrones, pero en el SI solo las unidades básicas tienen patrones de medidas. Los patrones nunca varían su valor, aunque han ido evolucionando porque los anteriores establecidos eran variables y se establecieron otros diferentes considerados invariables.

Unidad de medida: es una cantidad o tamaño de magnitud estandarizada que se toma como referencia para medir magnitudes de su misma naturaleza, es definida y adoptada por convención o por ley. La unidad de medida no es única, se pueden tener diversas unidades para medir una misma magnitud. Magnitudes distintas no se pueden medir con las mismas unidades. Una unidad de medida toma su valor a partir de un patrón o de una composición de otras unidades definidas previamente. El Sistema Internacional (SI: Creado en 1875 por el Comité Internacional de Pesas y Medidas con sede en Francia) tiene 7 unidades fundamentales o básicas y de ellas se derivan todas las demás expresadas con una combinación matemática de las unidades fundamentales (Ejemplo: **km/h** para la velocidad).

Tabla de Unidades fundamentales del SI:

Magnitudes Físicas	Nombre de la Unidad	Símbolo
Longitud	Metro	m
Masa	Kilogramo	Kg
Tiempo	Segundo	s
Intensidad de corriente Eléctrica	Ampere	A
Temperatura	Kelvin	K
Cantidad de Sustancia	Mol	mol
Intensidad Luminosa	Candela	Cd

Como sabemos la unidad de medida del SI para la longitud es el **metro (m)**.

Instrumento de medición: es un aparato que se usa para comparar magnitudes físicas mediante un proceso de medición. Las [características](#) importantes de un instrumento de medida son:

- **Fidelidad:** es la capacidad de un instrumento de dar el mismo resultado en mediciones diferentes realizadas en las mismas condiciones.
- **Exactitud:** es la capacidad de un instrumento de medir un valor cercano al valor de la magnitud real.
- **Apreciación:** es la medida más pequeña que es perceptible en un instrumento de medida.
- **Sensibilidad:** es la relación de desplazamiento entre el indicador de la medida y la medida real.

Medida: es el valor que resulta al medir una magnitud y está compuesto por un número (entero o racional) asociado a una unidad. **Un número por sí solo no es una medida.** Para medir una cantidad de magnitud se hace una comparación entre dicha cantidad y una cantidad patrón de la misma naturaleza que se establece como unidad de medida. (Por ejemplo: si el valor de longitud que se intenta cuantificar es 7 veces mayor que el metro, se dice que su medida es de 7m. Para poder decir que una cantidad es 7 veces mayor que otra, es necesario que las cantidades de esa magnitud se puedan sumar).

No siempre la cantidad de magnitud a medir contiene un número entero de veces a la unidad elegida. De aquí surge la necesidad de fraccionar la unidad con el fin de expresar los resultados con más fidelidad y exactitud (precisión). Las medidas de las diferentes magnitudes físicas que intervienen en una experiencia dada nunca son exactas. Debido a la precisión limitada que todo instrumento de medida posee y a otros factores externos, siempre habrá un [error](#) experimental, por muy mínimo que sea y aunque se realicen varias mediciones en las mismas condiciones.

Valor Real = Promedio de todas las medidas experimentales

Error (absoluto) = Diferencia entre la medida experimental y el valor real

$$\text{Error relativo} = \frac{\text{Error absoluto}}{\text{Valor real}}$$

Porcentaje de error = Se obtiene al multiplicar el error relativo por 100.

Imprecisión = Promedio de todos los errores absolutos

El [error absoluto](#) nos sirve para determinar el grado de imprecisión de la medida y tiene unidad de medida. El error relativo nos sirve de indicador de la calidad de una medida y no tiene unidad de medida. Cuando se realiza una medición se considera que su calidad es mucho mayor cuanto más pequeño es el error relativo que se comete. Las principales [causas](#) que producen errores y que consideraremos son:

1. **Error debido al instrumento de medida:** error de alineación, calibración, fabricación, desgaste y precisión.
2. **Error debido al operador:** error de mal posicionamiento del instrumento de medida (no alinearlo o colocarlo con cierto ángulo), de lectura (apreciación, interpolación, coincidencia, etc.) y paralaje (la mirada del operador no es perpendicular al plano de escala).

Bibliografía:

http://www.educamix.com/educacion/3_eso_materiales/b_i/conceptos/conceptos_bloque_1_3.htm
https://es.wikipedia.org/wiki/Error_de_medici%C3%99

ANEXO 8.3. Actividad No. 3. Resolución de problemas de medición de una cantidad de longitud

ESTUDIANTE:		CURSO:	
PROFESORA:	Rongnie Mosquera L.	ÁREA:	Matemáticas
		FECHA:	

Situación 1. Identificando el instrumento y unidad de medida apropiado para una determinada cantidad de longitud

De las siguientes opciones, ¿cuál sería el instrumento y la unidad de medida más apropiados para medir el grosor o espesor de una llave de una puerta interior de una casa? ¿Por qué?

A. Odómetro

B. Cinta métrica

C. Micrómetro

D. Medidor laser



Situación 2. Interpretando la medida del ancho de un objeto

En una casa se utiliza un objeto (como el que se muestra en la imagen 1) para trancar una puerta e impedir que se cierre. Cuando se realizó la medición del ancho de dicho objeto, usando un calibre, el instrumento registró la medida que se muestra en la imagen 2.

Explica: ¿Cuál es la medida del ancho de dicho objeto?

(Sugerencia: Observa el video presente en el siguiente link <https://youtu.be/R8lfWS2LLx8>)

Figura 9

Medición del Ancho de un Objeto Usando el Calibre



Tomado de <https://www.youtube.com/watch?v=SHC-byLu4LA>

Situación 3. Estableciendo relaciones entre unidades de medida no estandarizada y estandarizada y seleccionando la mejor opción de compra acorde con la situación.

Mariana tiene un presupuesto de \$ 250.000 para la compra de una puerta nueva. Antes de ir a Homecenter decidió tomar unas medidas, pero como no tenía ningún instrumento de medición decidió usar su palmo como unidad de medida. Al medir el alto y el ancho de la puerta actual obtuvo 12 y 4 de sus palmos respectivamente. Cuando llegó a Homecenter se encontró con varias ofertas de puertas, habló con el vendedor y procedieron a medir el palmo de Mariana de la siguiente manera:



Argumenta: ¿Cuál de las siguientes puertas sería la mejor opción de compra para Mariana?

Figura 10

Modelos de Puertas Homecenter

Opción 1.	Opción 2.	Opción 3.	Opción 4.
			
Interdoors Puerta Manzano 65x210cm ★★★★★ (0) + Tallas disponibles	Interdoors Puerta Lista 70x204 cm Okume - Ap. Izquierda ★★★★★ (0) + Tallas disponibles	Interdoors Puerta Lista Jardin 70x210 cm - Ap. Derecha ★★★★★ (0) + Tallas disponibles	Interdoors Puerta Lista Galicia 70x220 cm - Ap. Izquierda ★★★★★ (0) + Tallas disponibles
\$243.900 UND	\$165.900 UND	\$239.900	\$261.900

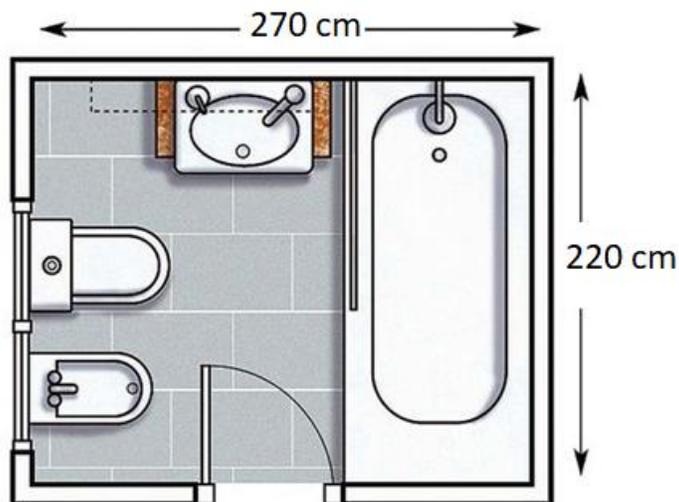
Tomado de <https://www.homecenter.com.co/homecenter-co/category/cat830124/puertas-en-madera/?currentpage=2>

Situación 4. Midiendo diferentes cantidades de longitud y argumentando si las medidas son apropiadas para lo que plantea la situación.

La siguiente imagen muestra las medidas del ancho y largo de un baño de una vivienda.

Figura 11

Medidas de un Baño

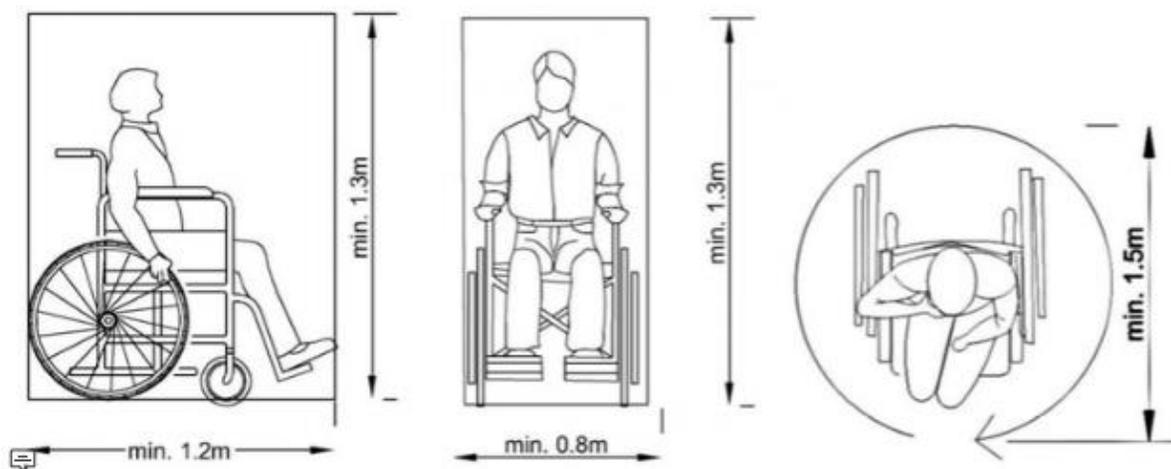


Adaptado de <https://images.app.goo.gl/xyopknnxq2undbW9>

Argumenta: ¿El ancho de la entrada al baño tiene una medida apropiada para que la siguiente persona pueda ingresar en su silla de ruedas?

Figura 12

Persona en Silla de Ruedas



Tomado de <https://www.archdaily.co/co/02-370920/en-detalle-diseno-universal-en-espacios-publicos>

ANEXO 8.4. Actividad No. 4. Resolución de problemas de estimación de medida de una cantidad de longitud

ESTUDIANTE:		CURSO:	
PROFESORA:	Rongnie Mosquera L.	ÁREA:	Matemáticas
		FECHA:	

Situación 1. Estimando la estatura de una persona. (TRABAJO INDIVIDUAL)

Una familia ha decidido remodelar algunos espacios de su casa y para ello cambiaron algunas puertas por otras nuevas como se muestra en la figura. ¿Qué estatura tiene aproximada la mujer que aparece sujetando la puerta?

Solución: La estatura de la mujer es	
	<p>Escribe en este recuadro los pasos que has seguido para llegar al resultado, especificando todo aquello en lo que hayas pensado o los razonamientos que hayas llevado a cabo para llegar a la solución⁷:</p>

Situación 2. Estimando la longitud de una cuerda. (TRABAJO INDIVIDUAL)

En tiempos de cuarentena algunos padres buscan formas de entretener a sus hijos en casa. Por ejemplo, se ha instalado una cuerda para trepar como se muestra en la imagen. ¿qué largo tiene aproximadamente dicha cuerda?

Solución: El largo de la cuerda es	
	<p>Escribe en este recuadro los pasos que has seguido para llegar al resultado, especificando todo aquello en lo que hayas pensado o los razonamientos que hayas llevado a cabo para llegar a la solución:</p>

⁷ Tomado de Castillo Mateo, J. J. (2013). *Estimación de cantidades continuas: longitud y superficie*. Universidad de Granada.

Situación 3. Interpretando y estimando distancia entre objetos. (TRABAJO GRUPAL)

En la página web de Homecenter se encontró el siguiente anuncio publicitario:

Figura 13

Fotografía Publicitaria Puerta Cleopatra



Fortis Doors
Puerta Cleopatra Café 90x210 Izquierda
 Código 332869
 ★★★★★ 0.0 (0)
\$359.900

Selecciona tu talla

Izquierda Derecha

− 1 + **Agregar al carro**

 **Satisfacción Garantizada** [ver más](#)
 Si este producto no cumple con tus necesidades tienes 30 días para acercarte a cualquiera de nuestros almacenes o comunicarte con la línea de atención al cliente en Bogotá: 3077115 o a la línea Nacional: 320 88 999 33

Tomado de Homecenter, 2020. <https://www.homecenter.com.co/homecenter-co/product/332868/Puerta-Cleopatra-Cafe-90x210-Derecha/332869>

¿Cuánto es aproximadamente la distancia que hay entre los dos candelabros colgados a cada lado de la pared a la entrada de la casa del anuncio publicitario?

Solución: La distancia entre los candelabros es
Escribe en este recuadro los pasos que has seguido para llegar al resultado, especificando todo aquello en lo que hayas pensado o los razonamientos que hayas llevado a cabo para llegar a la solución:

Situación 4. Estimando la medida de cantidades de longitud en objetos. (TRABAJO INDIVIDUAL)



- ¿Cuánto mide aproximadamente el espesor y el largo de una llave común de una puerta?

Medida de la cantidad de longitud estimada en una llave común	Proceso o estrategia empleado (Escribe los pasos que has seguido para llegar al resultado, especificando todo aquello en lo que hayas pensado o los razonamientos que hayas llevado a cabo para llegar a la solución)
El espesor (grosor) de la llave es de	

El largo de la llave es de	
-------------------------------------	--



- ¿Cuánto mide aproximadamente el espesor (grosor) y el diámetro de una moneda de \$ 1.000?

Medida de la cantidad de longitud estimada en una moneda de \$ 1.000	Proceso o estrategia empleado (Escribe los pasos que has seguido para llegar al resultado, especificando todo aquello en lo que hayas pensado o los razonamientos que hayas llevado a cabo para llegar a la solución)
El espesor (grosor) de una moneda de \$ 1.000 es de	
El diámetro de una moneda de \$ 1.000 es de	

Situación 5. Proponiendo objetos que tengan una cantidad de longitud con una medida indicada. (TRABAJO INDIVIDUAL)

Busca en tu casa un ejemplo de elementos u objetos que tengan una longitud aproximada de 1mm, 1cm, 1dm y 1m. Tómalas una foto y colócalas en la siguiente tabla indicando la longitud con la respectiva medida solicitada:

Foto de un objeto con una cantidad de longitud 1 mm aprox. (indica la longitud respectiva)
Foto de un objeto con una cantidad de longitud 1 cm aprox. (indica la longitud respectiva)
Foto de un objeto con una cantidad de longitud 1 dm aprox. (indica la longitud respectiva)
Foto de un objeto con una cantidad de longitud 1 m aprox. (indica la longitud respectiva)

Situación 6. Asociando y proponiendo cantidades de longitud con un rango determinado. (TRABAJO GRUPAL)

- Asocia cada cantidad de longitud indicada con el rango de longitud más apropiado:

1. El largo de un sacapuntas 	A. mm
2. Altura de un poste de luz	B. cm
3. La distancia de tu casa al colegio	C. dm
4. El ancho de tu computador	D. m
5. El grosor o espesor de tu regla	E. Más de 10 m

- Propone longitudes que estén en el rango de mm, cm, dm, m y más de 10 m teniendo en cuenta la siguiente imagen:

Figura 14

Fotografía Acuaparque Parque de la Caña en Cali, Colombia



Tomado de <https://elturismoencolombia.com/a-donde-ir/valle-del-cauca-turismo/cali-turismo-colombia/lugares-turisticos-cali-colombia/plazas-y-parques-de-cali-colombia/>

Longitud propuesta	Rango de longitud
	cm
	dm
	m
	más de 10 m

ANEXO 8.5. Trazabilidad de los procesos de medición y estimación en las directrices ministeriales

Documento Ministerial	Tipo	Descripción
Estándares Básicos De Competencias 2006	Competencias y aprendizajes en competencias comunicación y resolución de problemas.	<p>Conjunto de grado 6° y 7°</p> <ul style="list-style-type: none"> • Identifica relaciones entre distintas unidades utilizadas para medir cantidades de la misma magnitud. • Selecciona unidades estandarizadas y no estandarizadas apropiadas para diferentes mediciones. • Resuelve y formula problemas en el contexto de la medida. • Resuelve y formula problemas que requieren técnicas de estimación.
Matriz de Referencia 2015	Aprendizaje – evidencia	<p>Grado 5°. Establecer relaciones entre los atributos mensurables de un objeto o evento y sus respectivas magnitudes.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Identificar instrumentos que se pueden utilizar para cuantificar una magnitud. • Diferenciar los atributos mensurables de un objeto y sus respectivas medidas (longitud, superficie, etc.). • Interpretar información proveniente de situaciones prácticas de medición. <p>Grado 6°. Identificar unidades tanto estandarizadas como no convencionales apropiadas para diferentes mediciones y establecer relaciones entre ellas.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Identificar a partir de una situación que involucra magnitudes, la información relacionada con la medición. • Determinar cuándo una unidad de medida es más apropiada y asociar referencia de objetos reales a medidas convencionales.

Derechos
Básicos de
Aprendizaje -
DBA Versión
2 de 2017

Enunciado -
evidencia de
Aprendizaje

- Establecer relaciones entre diferentes unidades de medida.
- Utilizar diferentes unidades para expresar una medida.

Grado 6°. Propone y desarrolla estrategias de estimación, medición y cálculo de diferentes cantidades (ángulos, longitudes, áreas, volúmenes, etc.) para resolver problemas

- Decide acerca de las estrategias para determinar qué tan pertinente es la estimación y analiza las causas de error en procesos de medición y estimación.
 - Estima el resultado de una medición sin realizarla, de acuerdo con un referente previo y aplica el proceso de estimación elegido y valora el resultado de acuerdo con los datos y contexto de un problema.
 - Estima la medida de longitudes, áreas, volúmenes, masas, pesos y ángulos en presencia o no de los objetos y decide sobre la conveniencia de los instrumentos a utilizar, según las necesidades de la situación (MEN, 2017, p. 47).
-

ANEXO 8.6. Autoevaluación del estudiante

ESTUDIANTE:		CURSO:	
PROFESORA:	Rongnie Mosquera L.	ÁREA:	Matemáticas
		FECHA:	

PARTE 1. Responde las siguientes preguntas teniendo en cuenta la experiencia del diligenciamiento de los cuestionarios y el trabajo realizado en cada una de las actividades propuestas.	
1. ¿Qué entendías cuando en el cuestionario se te preguntaba qué tan retadora era la actividad para ti?	
2. ¿Qué entendías cuando en el cuestionario se te preguntaba qué tan hábil te sentías realizando la actividad?	
3. ¿Diligenciaste a conciencia el cuestionario todas las veces señaladas y en el tiempo establecido?	
4. ¿Crees que las actividades trabajadas te permitieron mejorar o desarrollar tus habilidades? ¿cuáles? ¿por qué?	
5. ¿En el desarrollo del trabajo qué fue lo que más se te dificultó, qué errores cometiste y cómo lograste superar dicha dificultad?	
6. ¿Cómo fueron tu participación en las clases y tu compromiso en el desarrollo de los trabajos (realizaste preguntas, hiciste aportes e indagabas para mejorar o enriquecer el trabajo, etc.)?	
7. ¿Cómo te sentiste trabajando las actividades propuestas? ¿por qué?	
PARTE 2: Retomando tu prueba diagnóstica realizada al inicio del periodo (donde se indagaban tus conocimientos previos sobre la longitud, su medición y estimación de medida) y comparándola con tus conocimientos actuales:	
1. ¿En qué ha cambiado tu conocimiento sobre la longitud, su medición y estimación de medida?	
2. ¿Qué diferencias y similitudes encuentras?	
3. ¿Se ha enriquecido tu conocimiento sobre el tema? ¿en qué?	
4. Después de haber realizado y finalizado el trabajo, ¿qué crees que dice la calidad del mismo? ¿qué le cambiarías o qué le mejorarías si tuvieras la oportunidad de volver a hacer este trabajo?	
5. ¿Cuál consideras que debería ser nota final? ¿por qué?	
Escribe tus opiniones, sugerencias y recomendaciones a la profesora para el enriquecimiento del trabajo:	

ANEXO 9. Caracterización de las comprensiones de los estudiantes en el Pretest

Aspectos	Medición Estandarizada y no Estandarizada de una Cantidad de Longitud.
Fortalezas evidenciadas	<ul style="list-style-type: none"> – En general, los estudiantes enunciaron longitudes como largos, altos, anchos y distancias, y sólo dos estudiantes como diagonales y contorno. – Lograron identificar 4, 5 o 6 de los 6 instrumentos de medición de una longitud. – El reconocimiento de unidades de medida de longitud del SI y del Sistema inglés. – La medición antropométrica solicitada no la realizaron y en cambio midieron el largo del celular usando un instrumento con unidad de medida estandarizada, y como conocían el valor o medida estándar de la pulgada lo utilizaron para determinar la medida solicitada, valiéndose de conversiones, operaciones y procedimientos algorítmicos. – El 19,18% estimó el ancho del palito valiéndose de la percepción visual y de la comparación con el referente de la unidad de medida estandarizada presente en el instrumento de medición dado en la situación.
Dificultades que tuvieron los estudiantes	<ul style="list-style-type: none"> – Limitada comprensión de la magnitud longitud. – Valorar la cantidad de longitud en cuestión como un número sin unidad de medida o dar respuestas (correctas o incorrectas) sin argumentación o sin enunciación del procedimiento o estrategia empleados en las diferentes situaciones. – 62, 26, 16, 66 y 24 estudiantes no lograron identificar el lápiz, el calibre, el odómetro, el hilo y el pie como instrumentos de medición de una cantidad de longitud, respectivamente. Algunos expresaron: “Con este instrumento no se puede medir nada”, “No sé qué es este objeto”, “no me acuerdo” o hicieron una inadecuada elección del instrumento de medición para la longitud. – No entendieron la consigna de ejemplificación de la cantidad de longitud a medir y en cambio dieron medidas, unidades de medida estandarizadas del Sistema internacional o del sistema inglés con las que se encontraban familiarizados, o citaron un objeto. Lo que evidencia confusión y poca distinción de los elementos de una medición. – La no realización de la medición no estandarizada de tipo antropométrico solicitada y sustituirla por una medición con instrumento con unidad de medida estandarizada. Sólo una minoría (13,68%) trabajó la situación de manera adecuada según el requerimiento de la situación. – En general, tenían poca claridad con el concepto de distancia, consideraron a cada ruta de la ciudad P a la ciudad Q como una distancia, o en su defecto sumaron dichas rutas para obtener la distancia. Otros usaron como estrategias de resolución del problema: (1) el conteo de cuadros; (2) el establecimiento de relaciones entre las dos rutas, con frecuencia incorrectas al asumir que la ruta 2 es el doble de la ruta 1; (3) procedimientos operatorios y algorítmicos teniendo en cuenta la información proporcionada, algunos se guiaron por la línea discontinua de la ruta 1, lo que les indujo un error en la medición, otros dieron respuestas correctas, pero con procedimientos o análisis incorrectos; y un solo estudiante usó (4) el tanteo de

medidas, por ejemplo: **E1**: porque me di cuenta que había 10 cuadros en la ruta 1 y 14 cuadros en la ruta 2 así que solo intente varios números hasta llegar a 20 km exactos sin pasarme del número 10 que era la cantidad de cuadros que se usaban en la ruta 1 y el número fue 2 así que cada cuadro es 2 km y luego hice lo mismo con la ruta 2.

- En la situación 4, algunos estudiantes confundieron el largo del palito con el ancho, midieron con regla el ancho en lugar de estimar su medida. Algunos sabían que el ancho estaba en el rango de mm porque no alcanzaba a ser de 1 cm, pero no asignaron valor ni unidad de medida, otros dieron una medida absurda teniendo en cuenta la situación.

Ejemplos
Desempeño
Real Alto:

Situación 1. Identificando y seleccionando instrumentos de medición de longitud y ejemplificando cantidades de longitud acordes con el instrumento.

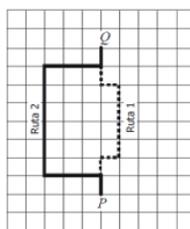
¿Cuáles de los siguientes instrumentos te sirven para medir una longitud? Escribe debajo de los instrumentos que seleccionaste un ejemplo de una cantidad de longitud que puedas medir con él.

<p>A.</p> 	<p>B.</p> 	<p>C.</p> 	<p>D.</p> 
<p>Para medir longitud Ejemplo: medir el largo de una habitación</p>	<p>Para medir tiempo Ejemplo: Medir cuánto tarda un nadador en cruzar toda una piscina</p>	<p>Para medir longitud Medir la longitud de una persona</p>	<p>Medir longitudes largas Medir el largo de un corredor</p>
<p>E.</p> 	<p>F.</p> 	<p>G.</p> 	<p>H.</p> 
<p>Medir peso Ejemplo: Cuanto pesa un alimento como una manzana</p>	<p>Medir longitud Ejemplo: medir el ancho de un edificio</p>	<p>Medir longitudes cortas Ejemplo: medir el largo de tu mesa</p>	<p>Medir longitudes Ejemplo: medir el alto de una puerta</p>

Ejemplo 1. El estudiante, fue el único en todo el grado que identificó adecuadamente todos los instrumentos de medición, ejemplificó cantidades de longitud que pueden medirse con los respectivos instrumentos, le faltó especificar (en el caso del calibre) a cuál longitud se refería en una persona.

Situación 3.
A continuación, se presentan dos rutas para ir de la ciudad P a la ciudad Q. La ruta 1 equivale a 20 kilómetros.

Figura 1 Rutas posibles de la ciudad P a la ciudad Q

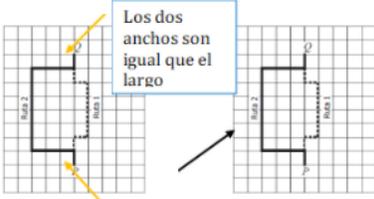


Tomado de Rutas [imagen], Páramo, 2016. <https://es.slideshare.net/franciscoparamo74/prueba-saber-5-matematicas-2012>

<p>Solución: Para llegar de la ciudad P a la ciudad Q por la ruta 2 se recorren 28 km</p>
<p>Argumentación: Son 28 km porque en la ruta 1 el total de distancia es de 20 km y cuento los cuadros que hay en la ruta 1 que son 10, entonces divido la distancia total que es 20 entre los 10 cuadros de la ruta 1 que me equivale a 2 km cada cuadro, ahora cuento los cuadros de la ruta 2 que son 14 y luego los multiplico por 2 para obtener la distancia de la ruta 2, equivalente a 28 km.</p>
<p>Solución: La distancia de la ciudad P a la ciudad Q es de 16 km</p>
<p>Argumentación: Porque si tu cuentas en línea recta de P a Q te da 8 cuadros lo que es igual a 16 km porque cada unidad es de 2 km, entonces si multiplicas 8 por 2 da 16km.</p>

Ejemplo 2. Buen análisis de la situación y de la información relevante, realizó bien los conteos de cuadros y determinó el valor de 2Km asociado a cada cuadro, sus procedimientos operatorios fueron correctos y coherentes con su análisis y datos de la situación. Se observa dominio del concepto de distancia y respuestas bien dadas y expresadas.

	<p>Situación 4. Para medir el largo de un palito de madera, Johana coloca la regla como se muestra en la siguiente figura.</p> <p style="text-align: center;">Figura 2 Problema de medición de cantidad de longitud de un palo</p>  <p>Tomado de ICES (2014) Cuadernillo de preguntas de Matemáticas, SABER 5°. Pregunta 36, pág. 144.</p> <p>Argumenta: ¿Cuál es la medida del largo del palito? y ¿cuánto mide aproximadamente el ancho de dicho palito? Justifica tu respuesta</p> <hr/> <p>Solución: La medida del largo del palito es 9cm.....</p> <hr/> <p>Argumentación: porque como Johana coloca el palito en el tres hasta el 12, pues si contamos del 3 hasta el 12 nos va a dar 9cm entonces el palito mide 9cm.</p> <hr/> <p>Solución: El ancho del palito mide aproximadamente ...2mm.....</p> <hr/> <p>Argumentación: a simple vista creo que mide 2mm</p>	<p>Ejemplo 3. Reconoció que la medición inicia desde 3 cm en el instrumento y termina en 12 cm, por lo tanto, hay 9 cm en total y corresponden a la medida del largo del palito. Y estimó la medida del ancho perceptivamente valiéndose de la comparación visual con el referente auxiliar de la</p>
<p>Ejemplos Desempeño Real Medio:</p>	<hr/> <p>Solución: La medida del largo del palito es</p> <hr/> <p>Argumentación: la medida del palito equivale a 9 cm porque se mide de 3 cm a 12 y si le restamos 3 a 12 da 9 cm</p> <hr/> <p>Solución: El ancho del palito mide aproximadamente2 mm.....</p> <hr/> <p>Argumentación: con la regla el ancho del palito mide aprox 2 mm y medio</p>	<p>Ejemplo 4. Midió y expresó bien el largo del palito. No estimó el ancho, sino que lo midió con la regla.</p>
<p>Ejemplos Desempeño Real Bajo:</p>	<p>Situación 2.</p> <p>¿Cuánto mide el largo de tu celular (o el de un familiar) usando tu pulgada como unidad de medida?</p>  <hr/> <p>Solución: El largo del celular mide</p> <hr/> <p>Escribe los pasos que has seguido para llegar al resultado (puedes ayudarte realizando una representación gráfica del proceso de medición que realizaste para encontrar la solución):</p> <hr/> <p>Doy la medida de mi pulgada en cm.</p> <p>Mi pulgada mide</p> <p>algorítmico que arrojaba un decimal finito de 10 cifras de las cuales sólo dejó 2. Al final asignó el valor 6,10 –sin indicar que es aproximado– y la unidad de medida pulgada para dar la medida de su celular.</p>	<p>Ejemplo 5. el estudiante halló una medida estandarizada del celular, conocía la medida estándar de la pulgada (2,54 cm) y la utilizó para hallar la medida de su celular en pulgadas valiéndose de una conversión y proceso</p>

	<p>Solución: Para llegar de la ciudad P a la ciudad Q por la ruta 2 se recorren 40kilometros</p> <p>Argumentación: Para llegar de la ciudad P a la ciudad Q por la ruta 2 se recorren 40 kilómetros ya que la ruta 2 es mas larga que la ruta 1, adicionalmente si sumamos los dos anchos de la ruta 2 nos va a dar lo mismo que el largo de la ruta 2, por tal razon esto quiere decir que es el doble de la ruta 1, así que si multiplicamos los 20 kilómetros por 2 nos a 40 kilómetros.</p>  <p>Solución: La distancia de la ciudad P a la ciudad Q es Por la ruta 1 es 20 kilómetros y por la ruta 2 es 40 kilómetros</p>	<p>Ejemplo 6. respondió de manera incorrecta, es cierto que la ruta 2 es mayor que la ruta 1 y que la suma de los dos largos de la ruta 2 igualan a lo que él considera el largo, cometió el error de asumir que por esa razón la ruta 2 es el doble de la ruta 1, es como si pensara que la ruta 1 equivale al “largo” de la ruta 2.</p>
<p>Hallazgos</p>	<p>Estimación de Medida de una Cantidad de Longitud</p>	
<p>Fortalezas evidenciadas en los estudiantes</p>	<ul style="list-style-type: none"> – Habilidad tecnológica y conocimientos informáticos para la realización y envío de la tarea. – Usaron como referente auxiliar la altura de la puerta o una subdivisión de la misma. – Sabían que debían asignar un número con o sin unidad de medida como respuesta a la situación 5. 	
<p>Estrategias empleadas por los estudiantes</p>	<ul style="list-style-type: none"> – En la situación 5 en general, no hicieron la estimación e intentaron medir el candelabro o la puerta usando la regla o algún otro instrumento sin tener en cuenta los datos o información proporcionada, por ejemplo: (1) “Solución: La altura de los candelabros es aproximadamente ...1 cm..... pues con la regla me da un poco mas de 1 cm”; (2) “Lo que hice fue coger una hoja que tuviera un ancho y altura parecido a el candelabro y lo medí, el resultado fue 29cm”; y (3) “Solución: La altura de los candelabros es aproximadamente...210 cm. Solo lei el anuncio y ahí decía “puerta cleopatra café 90 x 210 izquierda” Supongo que esos son los cm”. Algunos hicieron iteración de la altura del candelabro en el referente (altura de la puerta) y una sola estudiante lo resolvió correctamente usando razones y proporciones: <div data-bbox="487 1381 1331 1606" style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>Solución: La altura de los candelabros es aproximadamente70cm</p> <p>Escribe en este recuadro los pasos que has seguido para llegar al resultado, especificando todo aquello en lo que hayas pensado o los razonamientos que hayas llevado a cabo para llegar a la solución: 1. Medí la puerta y me dio 4.5cm en la imagen 2. Medí los candelabros y me dio 1.5cm en la imagen. Es decir que la puerta mide 3 veces mas 3. como la puerta mide realmente 210cm entonces dividi 210÷3 y me dio 70cm.</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> – En la situación 6 para poder asociar la cantidad de longitud con el rango respectivo optaron por: (1) reescribir la cantidad de longitud en el rango dado; (2) usar flechas o el resaltado por color para asociar la cantidad de longitud con su respectivo rango; y (3) cambiar el orden de los rangos para que coincidan uno a uno con su cantidad de longitud correspondiente. 	

<p>Dificultades o errores más comunes</p>	<ul style="list-style-type: none"> - No tener en cuenta la información proporcionada en el problema. - Algunos tomaron el dato de la altura de la puerta que aparece en el anuncio como si fuera la altura de los candelabros. - Asignar un número sin unidad de medida a la altura de los candelabros. - Dar respuestas incorrectas o correctas sin argumentación o poco fundamentadas. - Modificar o cambiar los rangos colocando unidades de medida o medidas arbitrarias incorrectas o absurdas para la cantidad de longitud dada.
--	---

Ejemplos

Desempeño Real Alto:

Situación 5.
En la página web de Homecenter se encontró el siguiente anuncio publicitario:

Figura 3 Fotografía publicitaria puerta cleopatra



Fortis Doors
Puerta Cleopatra Café 90x210 Izquierda
Código 332869
★★★★★ 0.0 (0)
\$359.900

Selecciona tu talla
Izquierda Derecha

- 1 + Agregar al carrito

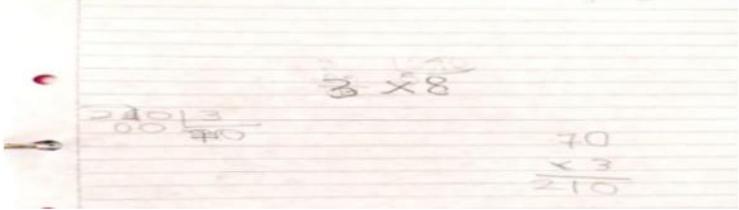
Satisfacción Garantizada [ver más](#)
Si este producto no cumple con tus necesidades tienes 30 días para acercarte a cualquiera de nuestros almacenes o comunicarte con la línea de atención al cliente en Bogotá: 3077115 o a la línea Nacional: 320 88 999 33

Tomado de Homecenter, 2020. <https://www.homecenter.com.co/homecenter-co/product/332868/Puerta-Cleopatra-Cafe-90x210-Derecha/332869>

¿Cuánto mide aproximadamente la altura de los candelabros colgados a cada lado de la pared a la entrada de dicha casa?

Solución: La altura de los candelabros es aproximadamente 70 cm

Escribe en este recuadro los pasos que has seguido para llegar al resultado, especificando todo aquello en lo que hayas pensado o los razonamientos que hayas llevado a cabo para llegar a la solución: **Primero mire que la puerta media 210 centímetros de alto y cogí la medida de un candelabro y note que cabía tres veces en la puerta, así que dividí 210 en 3 y me dio 70 cm y luego lo multiplique por 3 para verificar y me dio 210.**



Ejemplo 1. Buena argumentación y procedimiento. Usó la vista como elemento perceptivo, y tomó la medida del alto de la puerta como referente, iteración de la altura del candelabro en el referente. Estimación indirecta con procedimiento numérico de verificación de la medida.

Situación 6:
Asocia cada cantidad de longitud indicada con el rango de longitud más apropiado:

1. El largo del coliseo del colegio Berchmans	mm
2. El ancho de la pantalla de tu computador	cm
3. El grosor de un clip	dm
4. La altura de una puerta	m
5. El ancho de tu celular	Más de 10 m

Ejemplo 2. El estudiante usó la opción color de resaltado del texto, para asociar la cantidad de longitud dada con su respectivo

	rango. Se evidencia comprensión de la consigna y del rango de la magnitud para una determinada cantidad de longitud.										
<p>Ejemplo</p> <p>Desempeño</p> <p>Real Medio:</p>	<p>¿Cuánto mide aproximadamente la altura de los candelabros colgados a cada lado de la pared a la entrada de dicha casa?</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>Solución: La altura de los candelabros es aproximadamente 80cm</p> <p>Escribe en este recuadro los pasos que has seguido para llegar al resultado, especificando todo aquello en lo que hayas pensado o los razonamientos que hayas llevado a cabo para llegar a la solución:</p> <p>Lo que hago es ver que los candelabros en la parte de arriba están justo a la misma altura de la puerta, si la puerta mide 2.10 de alto, entonces calculo la mitad que es 1.05 y los candelabros llegan a menos de la mitad entonces calculando creo que los candelabros miden 0.80 m es decir 80cm</p> </div> <p>Ejemplo 3. El estudiante empleó una buena estrategia para la estimación de la altura de los candelabros tomando como referente los datos proporcionados sobre la altura de la puerta y percibiendo que llegan a menos de la mitad de dicha cantidad de longitud y estima el valor con una precisión del 14,29% aproximadamente.</p>										
<p>Ejemplos</p> <p>Desempeño</p> <p>Real Bajo:</p>	<p>¿Cuánto mide aproximadamente la altura de los candelabros colgados a cada lado de la pared a la entrada de dicha casa?</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>Solución: La altura de los candelabros es aproximadamente157,5cm</p> <p>Escribe en este recuadro los pasos que has seguido para llegar al resultado, especificando todo aquello en lo que hayas pensado o los razonamientos que hayas llevado a cabo para llegar a la solución:</p> <p>Para determinar qué tan alto estaban solo determine que los candelabros eran un cuarto de la altura de la puerta y luego dividi 210 (la altura de la puerta) por 4 y luego ese resultado lo multiplique por 3, el resultado fue 157,5cm.</p> </div> <p>Ejemplo 4. Se observa una tendencia operatoria sin justificación, no determinó la altura de los candelabros sino la altura a la cual se encuentran desde el piso. Hizo una subestimación de la medida de los candelabros tomando como referente la medida de la altura de la puerta y hallando su cuarta parte y multiplicándola por 3 para determinar la altura a la que se encontraban los candelabros en lugar de la altura de los mismo, es decir que no consideró a la altura como un atributo de los candelabros, lo cual es un error de interpretación del enunciado de la consigna.</p> <p>Situación 6: Asocia cada cantidad de longitud indicada con el rango de longitud más apropiado:</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tbody> <tr> <td style="padding: 2px;">1. El largo del coliseo del colegio Berchmans</td> <td style="text-align: right; padding: 2px;">m</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">2. El ancho de la pantalla de tu computador</td> <td style="text-align: right; padding: 2px;">pulgadas</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">3. El grosor de un clip</td> <td style="text-align: right; padding: 2px;">dm</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">4. La altura de una puerta</td> <td style="text-align: right; padding: 2px;">cm</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">5. El ancho de tu celular</td> <td style="text-align: right; padding: 2px;">cm</td> </tr> </tbody> </table> <p>Ejemplo 5. El estudiante cambió algunos rangos (mm y Más de 10 m), le asoció un rango mayor al grosor de un clip que al ancho de su celular, y al ancho de la pantalla del computador una unidad de medida de longitud del sistema inglés.</p>	1. El largo del coliseo del colegio Berchmans	m	2. El ancho de la pantalla de tu computador	pulgadas	3. El grosor de un clip	dm	4. La altura de una puerta	cm	5. El ancho de tu celular	cm
1. El largo del coliseo del colegio Berchmans	m										
2. El ancho de la pantalla de tu computador	pulgadas										
3. El grosor de un clip	dm										
4. La altura de una puerta	cm										
5. El ancho de tu celular	cm										

ANEXO 10. Caracterización de las comprensiones de los estudiantes durante la secuencia didáctica

Aspectos	Medición Estandarizada y no Estandarizada de una Cantidad de Longitud.
Fortalezas evidenciadas	<ul style="list-style-type: none"> – Medir las dimensiones de la puerta con instrumentos que tienen unidad de medida estandarizada. – Indagar y argumentar de manera colaborativa si la puerta se ajusta a las características y funcionalidades estándar establecidas. – Respecto a la pregunta: ¿Cómo son las medidas obtenidas del ancho de la puerta usando tu palmo y el palmo de un integrante de tu familia? ¿a qué se debe esto?, plantearon argumentos relacionados con el desarrollo y crecimiento, la diferencia en las edades y tamaño, el carácter no estándar de la unidad de medida. – Mejoraron en el uso e interpretación del propio cuerpo como instrumento de medida para cantidades de longitudes, al igual que la identificación del instrumento y unidad de medida apropiado para una determinada cantidad de longitud y la discriminación de los elementos de una medición y los posibles errores en la medida. – También hicieron buen análisis y expresión de las medidas asignando un número y unidad de medida estandarizada con cierto grado de precisión. – Las conclusiones del trabajo en algunos casos fueron claras y profundas, en varios casos fueron escasas, poco claras o inexistentes. – Para la exposición del producto de su indagación (Parte 4), los estudiantes construyeron de manera colaborativa (4 o 5 estudiantes por equipo) una presentación –en Power Point o documento de Word– siguiendo un hilo conductor y respondiendo a cada una de las preguntas planteadas en la guía de trabajo respecto a las medidas estándar de una puerta y si sus puertas se ajustaban a dichas especificaciones y sus implicaciones. En general, exponían con claridad y seguridad, se apoyaron en las imágenes de sus puertas que habían tomado con anterioridad. Algunos consultaron en otras fuentes para profundizar la información proporcionada en la fuente bibliográfica que aparecía en la guía de trabajo.
Dificultades que tuvieron los estudiantes	<ul style="list-style-type: none"> – Al inicio hacían una inadecuada o limitada identificación de cantidades de longitud en el objeto, tenían una marcada tendencia a lo operatorio y algorítmico y a realizar procesos de medición con instrumentos con unidad de medida estandarizada en lugar de la medición no estandarizada indicada en la tarea. Expresaban de manera inadecuada la medida asignando un número –por lo regular entero o decimal sin una adecuada aproximación– sin unidad de medida, daban respuestas sin enunciación del proceso de medición empleado y no seguían las instrucciones o no tenían en cuenta la información relevante y datos proporcionados en la situación. – la medición del ancho de la puerta usando su braza como unidad de medida, ya que el tamaño de dicha unidad de medida superaba la cantidad de longitud a medir. – no reconocer la equivalencia en las medidas de la cantidad de longitud al variar la unidad de medida al igual que la invariancia del ancho de la puerta y que el cambio

	<p>observado en la asignación numérica de la medida dependía del tamaño de la unidad de medida seleccionada.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Establecer relaciones entre unidades de medida no estandarizada y estandarizada y seleccionar la mejor opción de compra acorde con la situación. – Medir diferentes cantidades de longitud y argumentar si las medidas son apropiadas para lo que plantea la situación.
<p>Ejemplos Desempeño Real Alto:</p>	<p>2 Fotos de una puerta de tu casa y menciona o muestra 2 longitudes en dicha puerta</p>  <p>Ejemplo 1. El estudiante identificó y señaló en el objeto la longitud como dimensiones, aunque llamó largo a la altura de la puerta.</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Cuánto mide el ancho de la puerta que seleccionaste usando tu palma como unidad de medida? <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>Solución: El ancho de la puerta mide11 palmas y $\frac{1}{2}$ eso me dio 80.5 centímetros</p> <p>Escribe los pasos que has seguido para llegar al resultado o realiza una representación gráfica del proceso de medición que realizaste para encontrar la solución: primero medí mi palma y me dio 7 cm luego con mi palma medí la puerta entonces fueron 11 palmas y $\frac{1}{2}$ luego multiplique 7×11 y me dio 77cm, luego dividí 7 entre 2 y me dio 3.5 luego a el 77 le sume 3.5 y me dio 80.5cm que es lo que mide mi puerta aproximadamente.</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Cuánto mide el ancho de la puerta que seleccionaste usando ahora tu cuarta (o palmo) como unidad de medida? <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>Solución: El ancho de la puerta mide4 cuartas y $\frac{1}{2}$ aproximadamente, osea 76.5 cm</p> <p>Escribe los pasos que has seguido para llegar al resultado. Primero mido mi cuarta, eso me dio 17cm luego medí mi puerta con mis cuartas fueron 4 cuartas y $\frac{1}{2}$ entonces luego multiplique 17×4 y eso me dio 68cm luego dividí 17 entre 2 me dio 8.5 luego sume $68 + 8.5$ que es igual a 76.5 cm eso mide el ancho de mi puerta usando mi cuarta.</p> </div> <p>Ejemplo 2. El estudiante midió su palma y palmo de manera estandarizada, luego usa un método directo para medir “la puerta” –refiriéndose al ancho de la puerta– usando su palma y luego su cuarta como unidades de medida y estimando una fracción de la última unidad de medida iterada. Posteriormente, realiza con solvencia y eficacia tratamientos y operaciones con cantidades racionales mixtas y la fracción como parte-todo, para obtener la medida estandarizada aproximada del ancho de la puerta.</p>

De las siguientes opciones, ¿cuál sería el instrumento y la unidad de medida más apropiados para medir el grosor o espesor de una llave de una puerta interior de una casa? ¿Por qué?

- A. Odómetro B. Cinta métrica C. Micrómetro D. Medidor laser



Resolución:

En mi concepto, C, es decir, el micrómetro, es el instrumento más apropiado para medir el grosor o espesor de una llave de una puerta interior de una casa, porque el micrómetro es un instrumento que permite medir con precisión, grosores con lecturas de 0,001 mm. Los demás instrumentos (odómetro, cinta métrica, y el medidor laser), sirven para medir longitudes mas extensas, mientras que lo que necesitamos medir es el grosor de una llave y para esto se requiere un instrumento con más precisión.

Ejemplo 3. El estudiante identificó adecuadamente el instrumento de medición más apropiado para la situación, dio razones del porqué de su selección e indicó la precisión del instrumento. Enunció por qué no eligió los otros instrumentos.

En una casa se utiliza un objeto (como el que se muestra en la imagen 1) para trancar una puerta e impedir que se cierre. Cuando se realizó la medición del ancho de dicho objeto, usando un calibre, el instrumento registró la medida que se muestra en la imagen 2.

Explica: ¿Cuál es la medida del ancho de dicho objeto?

(Sugerencia: Observa el video presente en el siguiente link <https://youtu.be/R8lfWS2LLx8>)

Figura

Medición del Ancho de un Objeto Usando el Calibre



Tomado de <https://www.youtube.com/watch?v=SHC-byLu4LA>

Resolución:

Pues analizando la longitud del ancho de este objeto vemos que la barrita de abajo donde está el cero pasa el numero 11 = la raya de división de 11 cm, también alcanza a pasar la división de 11,5 y nada después para pero no es exacto 11,5 NO el cero está un poquito más corrido entonces use la barrita de abajo para las decimas entonces empecé a contar si coincidían con alguna división; el 1 NO, el 2 NO, el 3 NO pero casi y el 4 fue el más exactico entonces la medida fue de 11,54 cm el ancho del objeto para trancar puertas 😊

Ejemplo 4. Es estudiante hace lectura adecuada de la medida del ancho del objeto en el instrumento calibre y da la medida con precisión de décimas de milímetros.

Mariana tiene un presupuesto de \$ 250.000 para la compra de una puerta nueva. Antes de ir a Homecenter decidió tomar unas medidas, pero como no tenía ningún instrumento de medición decidió usar su palmo como unidad de medida. Al medir el alto y el ancho de la puerta actual obtuvo 12 y 4 de sus palmos respectivamente. Cuando llegó a Homecenter se encontró con varias ofertas de puertas, habló con el vendedor y procedieron a medir el palmo de Mariana de la siguiente manera:



Argumenta: ¿Cuál de las siguientes puertas sería la mejor opción de compra para Mariana?

Modelos de Puertas Homecenter

Opción 1.	Opción 2.	Opción 3.	Opción 4.
			
Interdoors Puerta Manzano 65x210cm ★★★★★ (0) + Tallas disponibles \$243.900 UND	Interdoors Puerta Lista 70x204 cm Okume - Ap. Izquierda ★★★★★ (0) + Tallas disponibles \$165.900 UND	Interdoors Puerta Lista Jardín 70x210 cm - Ap. Derecha ★★★★★ (0) + Tallas disponibles \$239.900	Interdoors Puerta Lista Galicia 70x220 cm - Ap. Izquierda ★★★★★ (0) + Tallas disponibles \$261.900

Tomado de <https://www.homecenter.com.co/homecenter-co/category/cat830124/puertas-en-madera/?currentpage=2>

Resolución:

Tomando en cuenta la fotografía de la palma se asume que cada palmo mide 17,5 cm, por lo tanto la puerta mide: 210 cm de alto (12 de sus palmos) X 70 cm de ancho (4 de sus palmos), y la opción más exacta es la número 3 que mide exactamente 70 cm X 210 cm que vale \$239.900 y le sobran \$10.100.

Ejemplo 5. Determina adecuadamente la medida del palmo de Mariana y la usa para calcular las dimensiones de la puerta que debe comprar, tiene en cuenta el presupuesto en su elección de puerta.

Ejemplos
Desempeño
Real Medio:

Resolución: la palma de mariana mide 17.5 cm cuando le miden la palma con la regla, con ese resultado lo multiplico por 4 ósea 4 palmas de mariana por 17.5 cm, cuando lo multiplique medio 70 cm osea el ancho, después lo hice con el alto, multiplique 12 palmas por 17.5 y me dio 210 cm, después de analizar esos resultados comenze a ver las fotos de las puertas y vi que la mas apropiada era opción 3

Ejemplo 6. Determina adecuadamente la medida del palmo de Mariana y la usa para calcular las dimensiones de la puerta que debe comprar, pero no dice nada del presupuesto.

Parte 3. Midiendo el ancho de la puerta y estableciendo relaciones entre unidades de medida no estandarizadas y estandarizadas para la longitud

Mide el ancho de la puerta usando la cuarta (o palmo) de un integrante de tu familia y registra la medida en la siguiente tabla.

Cantidad de longitud	Medida del ancho de la puerta usando tu palmo o cuarta	Medida del ancho de la puerta usando el palmo o cuarta de un integrante de tu familia
Ancho de la puerta	4 palmos	3 palmas

- ¿Cómo son las medidas obtenidas del ancho de la puerta usando tu palmo y el palmo de un integrante de tu familia? ¿a qué se debe esto?

La mano de mi mama es mas grande que la mía así que va a ser más fácil llegar en menos palmo al otro extremo de la puerta, pero como mi mano es mas pequeña entonces me va a tocar repetir el mismo procedimiento más veces para llegar al otro extremo.

- Mide el ancho de la puerta usando como unidad de medida el centímetro (cm). ¿De acuerdo con esta información y teniendo en cuenta los datos registrados en la tabla anterior, cuál sería la medida de tu palmo y el de tu familiar en cm?

Solución: El ancho de la puerta mide 70 cm.

Teniendo en cuenta esta información y datos de la tabla anterior,

mi palmo mide 17,5 cm y el palmo de mi familiar mide 23.3 cm

Escribe los pasos que has seguido para llegar al resultado.

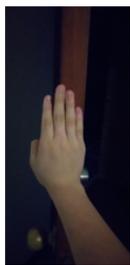
Pues dividí el ancho de la puerta en cm por las veces que el palmo mio tuvo que hacer para llegar al otro extremo, lo mismo con el de mi familiar.

Usa tu regla y verifica la medida de tu palmo y la del palmo de tu familiar:

Mi palmo mide 17 cm

El palmo de mi familiar mide 22 cm

Ejemplo 7. El estudiante tuvo confusión en la unidad de medida de su familiar, colocó “palmas” en lugar de palmos; hizo buen análisis de las medidas y de la relación inversa entre el tamaño de la unidad de medida y el escalar (asignación numérica); realizó buen procedimiento algorítmico y expresión de las medidas; dio una medida de los palmos, pero no la contrastó ni la verificó con las ya obtenidas, no se percató del error presente en un proceso de medición, aunque tiene un margen de error pequeño en las medidas de los palmos (suyo: 0,5 cm y el del familiar: 1,3 cm).

<p>Ejemplos Desempeño real Bajo:</p>	<ul style="list-style-type: none"> ¿Cuánto mide el ancho de la puerta que seleccionaste usando tu palma como unidad de medida? <p>Solución: El ancho de la puerta mide 6</p> <p>Escribe los pasos que has seguido para llegar al resultado o realiza una representación gráfica del proceso de medición que realizaste para encontrar la solución:</p> <p>He bajado y he pegado palma a la puerta y contado 1 uo 2 y repetirlo hasta terminar pues el ancho de la puerta</p>
	<ul style="list-style-type: none"> ¿Cuánto mide el ancho de la puerta que seleccionaste usando ahora tu cuarta (o palmo) como unidad de medida? <p>Solución: El ancho de la puerta mide6 palmos</p> <p>Escribe los pasos que has seguido para llegar al resultado.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;">   </div> <p>He puesto mi mano en la puerta y he visco cuanto ocupaba del total de mi palma</p>
<p>Ejemplo 8. Cuando se le preguntó por la medida del ancho de la puerta usando su palma, el estudiante dio solo un número sin unidad de medida y, distante del valor real de una medida estándar. En la figura se aprecia que es una puerta principal, por lo tanto, 6 “palmas” del estudiante darían un tamaño muy pequeño, esa entrada sería muy estrecha. Posiblemente el estudiante confundió palma con palmo o cuarta. En su descripción del proceso de medición se nota que tiene clara la iteración de la unidad de medida. Cuando se le pidió medir el ancho con su palmo o cuarta, se observa que para el estudiante el ancho de la puerta es su grosor. Seleccionó de manera inadecuada la unidad de medida antropométricas (uso la palma en lugar del palmo o cuarta). La medida dada no corresponde con la cantidad de la longitud que midió. No aclara de dónde sale el valor numérico (6) que le asignó a la medida de lo que él considera es el ancho de la puerta.</p>	

Hallazgos	Estimación de Medida de una Cantidad de Longitud
<p>Fortalezas evidenciadas</p>	<ul style="list-style-type: none"> – Asociar cantidades de longitud con un rango determinado. – Proponer objetos con una cantidad de longitud según una medida indicada. – Interpretar y estimar distancia entre objetos. – Valorar la cantidad de longitud de manera adecuada. – Reconocieron la longitud como contorno de un objeto irregular (la piscina del Acuaparque de la Caña), como distancia del resbalador de arriba abajo, altura del poste con los payasos, grosor de la baranda, ancho del tobogán o del mural de la pared de la piscina.
<p>Estrategias empleadas</p>	<ul style="list-style-type: none"> – Tomaron como referente propio la medida estándar del alto de una puerta vista en actividades anteriores, consultada por internet o de la puerta de su casa y se valieron

<p>por los estudiantes</p>	<p>de la subdivisión en partes congruentes de la longitud o medida de dicho referente para compararlo visualmente con la altura de la señora y valorarla.</p> <ul style="list-style-type: none"> – En el caso de la cuerda expresaron que ésta superaba la altura de la puerta ya que no estaba templada, colgaba desde el techo hasta el piso y se veía un poco doblada al final. – En algunos casos asignaron perceptivamente un valor o intervalo de valores con un margen de error inferior al 30% tomando como referente el ancho de la puerta o un múltiplo o submúltiplo de él. 												
<p>Dificultades o errores más comunes</p>	<ul style="list-style-type: none"> – Estimar la medida de una cantidad de longitud de objetos. – Medir con algún instrumento con unidades estandarizadas las cantidades de longitud indicadas en lugar de estimar su medida. – Cometían errores en la asignación de unidad de medida apropiada dando como resultado una medida absurda para la cantidad de longitud en cuestión, sobre-estimaron o sub-estimaron la medida ampliamente, aproximaron de manera inadecuada las cantidades decimales resultantes de sus procedimientos. También, errores operatorios o de cálculo, o se contradecían en sus argumentos o medidas. – El 12,05% asoció inadecuadamente algunas cantidades de longitud con el rango y propusieron objetos (escalera, muro, toboganes, etc.) en lugar de cantidades de longitud de dichos objetos para los rangos dados. 												
<p>Ejemplos Desempeño Real Alto:</p>	<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 65%;"> <p>Situación 4. Estimando la medida de cantidades de longitud en objetos.</p> <div style="text-align: center;">  <p>• ¿Cuánto mide aproximadamente el espesor y el largo de una llave común de una puerta?</p> </div> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 35%;">Medida de la cantidad de longitud estimada en una llave común</th> <th>Proceso o estrategia empleado (Escribe los pasos que has seguido para llegar al resultado, especificando todo aquello en lo que hayas pensado o los razonamientos que hayas llevado a cabo para llegar a la solución)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>El espesor (grosor) de la llave es de 2mm aproximadamente</td> <td>Mi referente es lo que yo recuerdo observar de las medidas de una llave y por ser una medida pequeña, yo estimo que es 2mm aproximadamente.</td> </tr> <tr> <td>El largo de la llave es de 5.3 cm aproximadamente</td> <td>Tome como referente la medida del largo de mi dedo índice y medio 8 cm, yo estimo que la largo de la llave es 2/3 aproximadamente de mi dedo. Esta medida seriar aproximadamente 5.3 cm</td> </tr> </tbody> </table> <div style="text-align: center; margin-top: 20px;">  <p>• ¿Cuánto mide aproximadamente el espesor (grosor) y el diámetro de una moneda de \$ 1.000?</p> </div> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 35%;">Medida de la cantidad de longitud estimada en una moneda de \$ 1.000</th> <th>Proceso o estrategia empleado (Escribe los pasos que has seguido para llegar al resultado, especificando todo aquello en lo que hayas pensado o los razonamientos que hayas llevado a cabo para llegar a la solución)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>El espesor (grosor) de una moneda de \$ 1.000 es de: aproximadamente 2mm</td> <td>Mi referente para estimarla medida del espesor de un moneda, seria la medida del grosor de un regla que seria aproximadamente 2mm</td> </tr> <tr> <td>El diámetro de una moneda de \$ 1.000 es de: 2.6 cm aproximadamente</td> <td>Mi referente para estimar el diámetro de una moneda seria la medida de largo de la primer falange de mi dedo índice que es aproximadamente 2.6 cm ya que mi dedo tiene de largo 8 cm</td> </tr> </tbody> </table> </div> <div style="width: 30%; padding-left: 20px;"> <p>Ejemplo 1. El estudiante usó referente propio estandarizado y referente auxiliar antropométrico para estimar la medida del grosor y largo de la llave, respectivamente. Para el caso de la moneda, usa un objeto (regla) y como referente el grosor de dicho objeto para estimar el espesor, y para el diámetro usó su falange como referente auxiliar.</p> </div> </div>	Medida de la cantidad de longitud estimada en una llave común	Proceso o estrategia empleado (Escribe los pasos que has seguido para llegar al resultado, especificando todo aquello en lo que hayas pensado o los razonamientos que hayas llevado a cabo para llegar a la solución)	El espesor (grosor) de la llave es de 2mm aproximadamente	Mi referente es lo que yo recuerdo observar de las medidas de una llave y por ser una medida pequeña, yo estimo que es 2mm aproximadamente.	El largo de la llave es de 5.3 cm aproximadamente	Tome como referente la medida del largo de mi dedo índice y medio 8 cm, yo estimo que la largo de la llave es 2/3 aproximadamente de mi dedo. Esta medida seriar aproximadamente 5.3 cm	Medida de la cantidad de longitud estimada en una moneda de \$ 1.000	Proceso o estrategia empleado (Escribe los pasos que has seguido para llegar al resultado, especificando todo aquello en lo que hayas pensado o los razonamientos que hayas llevado a cabo para llegar a la solución)	El espesor (grosor) de una moneda de \$ 1.000 es de: aproximadamente 2mm	Mi referente para estimarla medida del espesor de un moneda, seria la medida del grosor de un regla que seria aproximadamente 2mm	El diámetro de una moneda de \$ 1.000 es de: 2.6 cm aproximadamente	Mi referente para estimar el diámetro de una moneda seria la medida de largo de la primer falange de mi dedo índice que es aproximadamente 2.6 cm ya que mi dedo tiene de largo 8 cm
Medida de la cantidad de longitud estimada en una llave común	Proceso o estrategia empleado (Escribe los pasos que has seguido para llegar al resultado, especificando todo aquello en lo que hayas pensado o los razonamientos que hayas llevado a cabo para llegar a la solución)												
El espesor (grosor) de la llave es de 2mm aproximadamente	Mi referente es lo que yo recuerdo observar de las medidas de una llave y por ser una medida pequeña, yo estimo que es 2mm aproximadamente.												
El largo de la llave es de 5.3 cm aproximadamente	Tome como referente la medida del largo de mi dedo índice y medio 8 cm, yo estimo que la largo de la llave es 2/3 aproximadamente de mi dedo. Esta medida seriar aproximadamente 5.3 cm												
Medida de la cantidad de longitud estimada en una moneda de \$ 1.000	Proceso o estrategia empleado (Escribe los pasos que has seguido para llegar al resultado, especificando todo aquello en lo que hayas pensado o los razonamientos que hayas llevado a cabo para llegar a la solución)												
El espesor (grosor) de una moneda de \$ 1.000 es de: aproximadamente 2mm	Mi referente para estimarla medida del espesor de un moneda, seria la medida del grosor de un regla que seria aproximadamente 2mm												
El diámetro de una moneda de \$ 1.000 es de: 2.6 cm aproximadamente	Mi referente para estimar el diámetro de una moneda seria la medida de largo de la primer falange de mi dedo índice que es aproximadamente 2.6 cm ya que mi dedo tiene de largo 8 cm												

Situación 5. Proponiendo objetos que tengan una cantidad de longitud con una medida indicada.

Busca en tu casa un ejemplo de elementos u objetos que tengan una longitud aproximada de 1mm, 1cm, 1dm y 1m. Tómales una foto y colócalas en la siguiente tabla indicando la longitud con la respectiva medida solicitada:

La altura de una silla de comedor.



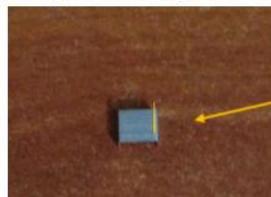
1 metro

El grosor de una lima de uñas.



1 milímetro

El largo de unas grapas.



1 centímetro

El largo de un vaso de vidrio.



1 decímetro

Ejemplo 2. El estudiante propone adecuadamente cantidades de longitud acorde con el rango de la medida. Lo permite reflexionar sobre el tamaño de las unidades.

Ejemplo
Desempeño
Real Medio:

- Asocia cada cantidad de longitud indicada con el rango de longitud más apropiado:

1. El largo de un sacapuntas		A. mm
2. Altura de un poste de luz		B. cm
3. La distancia de tu casa al colegio		C. dm
4. El ancho de tu computador		D. m
5. El grosor o espesor de tu regla		E. Más de 10 m

- Propone longitudes que estén en el rango de mm, cm, dm, m y más de 10 m teniendo en cuenta la siguiente imagen:

Fotografía Acuaparque Parque de la Caña en Cali, Colombia



Tomado de <https://elturismoencolombia.com/a-donde-ir/valle-del-cauca-turismo/cali-turismo-colombia/lugares-turisticos-cali-colombia/plazas-y-parques-de-cali-colombia/>

Longitud propuesta	Rango de longitud
EL CARTEL	cm
EL ESCALÓN	dm
EL TUBO DE LOS PAYASOS	m
EL CONTORNO DE LA PISCINA	más de 10 m

el reconocimiento de la longitud como contorno de un objeto irregular.

Ejemplo 3. El equipo asoció muy bien las cantidades de longitud con el rango dado, pero al momento de proponer cantidades de longitudes para un rango determinado en una situación dada citaron objetos en lugar de la cantidad de longitud del objeto, sólo la última cantidad propuesta (el contorno de la piscina) les quedó bien. Se evidenció

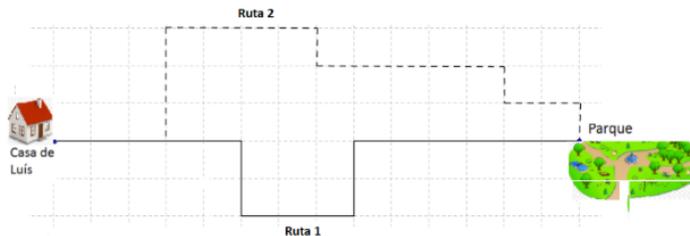
ANEXO 11. Caracterización de las comprensiones de los estudiantes en el Postest

Aspectos	Medición Estandarizada y no Estandarizada de una Cantidad de Longitud.
Fortalezas evidenciadas	<ul style="list-style-type: none"> – En general, identificaron bien de 3 a 6 instrumentos solicitados. Ninguno eligió un instrumento inapropiado para medir una longitud. – El 46,99% ejemplificó adecuadamente las cantidades de longitud –como distancias, trayectorias, diámetros, largos, anchos, alturas, diagonales, grosores y contornos de objetos– a medir acorde con el instrumento y su precisión. – El 44,58% realizó adecuadamente la medición antropométrica solicitada, con bajo margen de error y detallando el paso a paso del proceso de medición empleado. – El 36,15% evidenció comprensión de los conceptos de trayectoria y distancia los usaron para resolver el problema teniendo en cuenta la información proporcionada, el conteo de subdivisiones en la cuadrícula y la realización correcta de procedimientos y operaciones. – Su producción escrita mejoró en la enunciación o explicación de la estrategia de resolución empleada, ya no se limitaban a dar simplemente números como respuesta a la situación. – Un 85,54% determinó y expresó adecuadamente la medida del largo del clavo teniendo en cuenta el desfase presente en la medición con el instrumento de medida.
Dificultades que tuvieron los estudiantes	<ul style="list-style-type: none"> – El 37,35% aunque identificó bien la mayoría de los instrumentos de medición de una cantidad de longitud, sus ejemplificaciones fueron inadecuadas (daban objetos o medidas en lugar de cantidades de longitud), escasas o en pocos casos nulas. – 26, 26, 24, 66 y 24 estudiantes no lograron identificar el palo, el micrómetro, el odómetro, la soga y el cuerpo humano como instrumentos de medición de una cantidad de longitud, respectivamente. 3 estudiantes expresaron: “¿Qué es esto?”, refiriéndose al cuerpo humano o al micrómetro. – El 20,48% midió de manera estandarizada su pie y posteriormente midieron su cama e hicieron la conversión a pies, en lugar de realizar la medición no estandarizada solicitada. Un 34,94% midió de manera poco precisa asignando valores enteros lo que les aumentó el margen de error. – Un 48,19% no interpretó bien la situación (en especial el punto de inicio de la ruta 2, lo que evidenció la no apropiación del significado de trayectoria) o no tuvieron en cuenta los datos proporcionados para determinar la medida de cada lado de los cuadrillos de la cuadrícula y usarlo en la resolución, hicieron operaciones y tratamientos algorítmicos de manera errónea como producto de la inadecuada interpretación de la situación o la no diferenciación de los conceptos de distancia y trayectoria. – Un 14,46% asignó un número correcto, pero sin unidad de medida para el largo de clavo y una medida con un alto margen de error para su ancho.

**Ejemplos
Desempeño
Real Alto:**

Situación 3.

Entre la casa de Luis y el parque, hay un tramo en reparación, lo que obliga a tomar una ruta alternativa para ir al parque. La siguiente figura muestra dos rutas (trayectorias) posibles que hace Luis para ir de su casa al parque. La ruta 2 equivale a 450 m.



Argumenta: ¿Cuántos metros recorre Luis por la ruta 1 para ir de su casa al parque? ¿Cuánto es la distancia de la casa de Luis al parque?

Solución: Para ir de su casa al parque por la ruta 1, Luis recorre

Argumentación: para encontrar la medida tendríamos que ver cuántos cuadros (subdivisiones) hay en la en la ruta 2 que son 20 subdivisiones los cuales si dividimos la medida completa de la ruta que es 450 m y lo dividimos en 20 que serían las subdivisiones nos da 22.5 luego ese resultado hay que multiplicarlo por la cantidad de cuadrillos que hay en la ruta 1 que serian 18, eso nos da 405 m.

la ruta 1 mide 405 m

Se cuentan los cuadrillos basados en las líneas puntiagudas, desde la casa de Luis hasta el parque

Solución: La distancia de la casa de Luis al parque es

Argumentación:
Para encontrar la distancia entre la casa de Luis y el parque hay que ver cuántos cuadrillos (subdivisiones) hay, pero de forma rectilínea, eso es igual a 14 subdivisiones entonces habría que multiplicar 22,5 que sería cuanto equivale cada subdivisión por 14, eso nos da 315m.

La distancia de la casa de Luis al parque es de 315m

Ejemplo 1. El estudiante identificó la longitud como distancia y como trayectoria, hizo una adecuada interpretación, análisis y resolución de la situación valiéndose del conteo de subdivisiones que tiene cada trayectoria y de la información relevante que proporciona la situación respecto a la medida de la ruta 2 y poder determinar el valor numérico de la medida de cada subdivisión (omitió la unidad de medida) mediante el cociente de 405m entre 20.

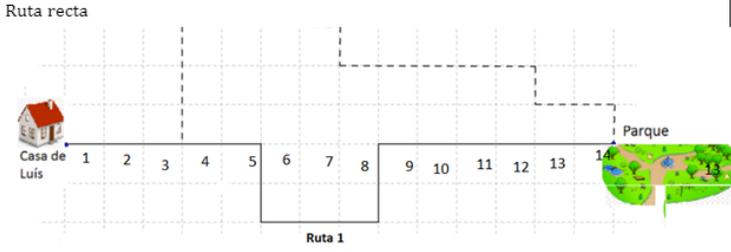
Tiene claro el concepto de distancia y con los datos encontrados y la información extraída del conteo de subdivisiones de la distancia resolvió la situación. Realizó un buen procedimiento.

Solución: Para ir de su casa al parque por la ruta 1, Luis recorre 405 metros aproximadamente.

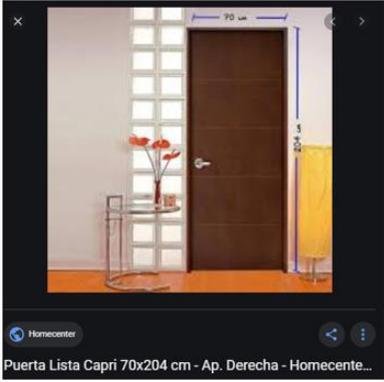
Argumentación:

Ruta 1

Ruta 2

	<p>Ruta recta</p>  <p>Observando la figura puedo ver que para ir de la casa de Luis al parque hay 18 cuadros por la ruta 1, mientras que por la ruta 2 hay 20 cuadros.</p> <p>Si la ruta 2 tiene 450 metros, lo que hago es dividir 450 metros por 20 cuadrados para saber cuánto mide cada cuadro, lo que me da 22.5 metros aproximadamente.</p> <p>Como la ruta uno tiene 18 cuadrados, lo que hago es multiplicar lo que mide cada cuadrado (22.5) por 18, lo que me da 405 metros aproximadamente.</p> <p>Por lo tanto, Luis recorre 405 metros aproximadamente para llegar al parque por la ruta 1.</p> <p>Solución: La distancia de la casa de Luis al parque es 315 metros aproximadamente</p> <p>Argumentación: Si observo la figura puedo observar que hay 14 cuadrados (si me voy en línea recta), si ya se cuando mide cada cuadro (22.5 metros), entonces la distancia desde la casa de Luis al parque es de $22.5 * 14 = 315$ metros aproximadamente</p>	<p>Ejemplo 2. El estudiante resuelve de manera adecuada y rigurosa la situación. Enumeró o contó las subdivisiones de cada trayectoria y de la distancia teniendo en cuenta la cuadrícula, usó la información proporcionada en el problema sobre la medida de la ruta 2 y el total de su subdivisiones para hallar la medida de cada subdivisión y utilizar dicho dato para resolver la situación.</p>																
<p>Ejemplos Desempeño Real Medio:</p>	<p>¿Cuáles de los siguientes instrumentos te sirven para medir una longitud? Escribe debajo de los instrumentos que seleccionaste un ejemplo de una cantidad de longitud que puedas medir con él.</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td style="width: 25%;">A. </td> <td style="width: 25%;">B. </td> <td style="width: 25%;">C. </td> <td style="width: 25%;">D. </td> </tr> <tr> <td></td> <td>Medir unidades grandes, por ejemplo, una calle.</td> <td>Medir unidades pequeñas, por ejemplo, el grosor de una puerta.</td> <td></td> </tr> <tr> <td>E. </td> <td>F. </td> <td>G. </td> <td>H. </td> </tr> <tr> <td></td> <td>El ancho o largo de una puerta.</td> <td>Un patio de una casa.</td> <td></td> </tr> </table>	A. 	B. 	C. 	D. 		Medir unidades grandes, por ejemplo, una calle.	Medir unidades pequeñas, por ejemplo, el grosor de una puerta.		E. 	F. 	G. 	H. 		El ancho o largo de una puerta.	Un patio de una casa.		<p>Ejemplo 3. El estudiante identificó adecuadamente 4 de instrumentos de medición de una cantidad de longitud y en sus ejemplos reconoció la longitud como dimensión de un objeto, sabe cuándo utilizarlo, aunque en dos ejemplos le faltó especificar la cantidad de longitud a medir en el objeto citado. No reconoció el cuerpo humano ni el palo como posibles instrumentos de medición. De una cantidad de longitud.</p>
A. 	B. 	C. 	D. 															
	Medir unidades grandes, por ejemplo, una calle.	Medir unidades pequeñas, por ejemplo, el grosor de una puerta.																
E. 	F. 	G. 	H. 															
	El ancho o largo de una puerta.	Un patio de una casa.																
	<table border="1" style="width: 100%;"> <tr> <td> <p>Solución: El largo de mi cama mide ...9 pies y un poco más....</p> <p>Escribe los pasos que has seguido para llegar al resultado (puedes ayudarte realizando una representación gráfica del proceso de medición que realizaste para encontrar la solución): Fui poniendo mi pie por el largo de mi cama y hasta donde llegaban mis dedos, iba poniendo pedazos de cinta pequeños como marca y así seguí hasta que llegué al resultado.</p> <p>Doy la medida de mi pie en cm.</p> <p>El largo de mi pie mide ...24,5 cm...</p> </td> </tr> </table> <p>medición mediante la iteración de la unidad de medida antropométrica, el colocar pedazos de cinta en lugar de hacer marcas mas finas con un lápiz aumenta su margen de error, asignó un número decimal explicitando su parte entera y sin estimar la última</p>	<p>Solución: El largo de mi cama mide ...9 pies y un poco más....</p> <p>Escribe los pasos que has seguido para llegar al resultado (puedes ayudarte realizando una representación gráfica del proceso de medición que realizaste para encontrar la solución): Fui poniendo mi pie por el largo de mi cama y hasta donde llegaban mis dedos, iba poniendo pedazos de cinta pequeños como marca y así seguí hasta que llegué al resultado.</p> <p>Doy la medida de mi pie en cm.</p> <p>El largo de mi pie mide ...24,5 cm...</p>	<p>Ejemplo 4. El estudiante realiza la medición antropométricas indicada, reconoció la cantidad de longitud a medir e hizo su</p>															
<p>Solución: El largo de mi cama mide ...9 pies y un poco más....</p> <p>Escribe los pasos que has seguido para llegar al resultado (puedes ayudarte realizando una representación gráfica del proceso de medición que realizaste para encontrar la solución): Fui poniendo mi pie por el largo de mi cama y hasta donde llegaban mis dedos, iba poniendo pedazos de cinta pequeños como marca y así seguí hasta que llegué al resultado.</p> <p>Doy la medida de mi pie en cm.</p> <p>El largo de mi pie mide ...24,5 cm...</p>																		

	unidad no entera iterada. Dio la medida estandarizada de su pie con una precisión de décimas de cm.				
Ejemplos Desempeño real Bajo:	<p>Argumenta: ¿Cuál es la medida del largo del clavo? y ¿cuánto mide aproximadamente el ancho de dicho clavo. Justifica tu respuesta</p> <table border="1"> <tr> <td>Solución: La medida del largo del clavo es</td> </tr> <tr> <td>Argumentación: 10,5 porque se le resta al 12 el 1cm y el 0,5cm y nos da 10,5</td> </tr> <tr> <td>Solución: El ancho del clavo mide aproximadamente</td> </tr> <tr> <td>Argumentación 1 no es la herramienta para medir grosor pero mediría aproximadamente 2,5mm</td> </tr> </table> <p>Ejemplo 5. El estudiante asignó un número sin unidad de medida para la medida del largo del clavo y para el ancho reconoció que la regla no era el instrumento de medición más apropiado y dio un valor aproximado de 2,5mm con un alto margen de error (37,5%).</p>	Solución: La medida del largo del clavo es	Argumentación: 10,5 porque se le resta al 12 el 1cm y el 0,5cm y nos da 10,5	Solución: El ancho del clavo mide aproximadamente	Argumentación 1 no es la herramienta para medir grosor pero mediría aproximadamente 2,5mm
Solución: La medida del largo del clavo es					
Argumentación: 10,5 porque se le resta al 12 el 1cm y el 0,5cm y nos da 10,5					
Solución: El ancho del clavo mide aproximadamente					
Argumentación 1 no es la herramienta para medir grosor pero mediría aproximadamente 2,5mm					
Hallazgos	Estimación de Medida de una Cantidad de Longitud				
Fortalezas evidenciadas	<ul style="list-style-type: none"> – Se observó mejoría en la producción escrita argumentativa y explicativa de los procesos y estrategias empleadas por los estudiantes. En general, ya no se limitaban a dar respuestas sin fundamento o sin explicación de la estrategia utilizada. – En sus valoraciones de la cantidad de longitud utilizaron tanto el número (entero o decimal) como la unidad de medida empleada. Ya sus respuestas no eran solo números. – Uso de referentes auxiliares diversos. usaron como referentes auxiliares la altura de la puerta, una fracción de ella o las subdivisiones congruentes de su diseño, el adorno amarillo a la derecha de la puerta, las 10 primeras subdivisiones congruentes de la rejilla en la pared al lado de la puerta para asignar un valor una unidad de medida estándar (cm) de modo visual y perceptivo para la cantidad de longitud indicada. – Fortalecimiento de la percepción visual, ampliación del sentido del número y de la aproximación, mayor internalización del rango de la magnitud concreta proporcionada. – Asociación adecuada de cada cantidad de longitud con su respectivo rango. 				
Estrategias empleadas por los estudiantes	<ul style="list-style-type: none"> – El conteo – La subdivisión de la altura de la puerta o de algún otro referente. – La composición y descomposición de la medida del referente. – La aproximación de la medida. – Tratamientos operatorios y conversiones entre unidades de medida. – Establecimiento de relaciones entre unidades de medida no estándar “cuadritos” y una estándar (cm). 				
Dificultades o errores más comunes	<ul style="list-style-type: none"> – Dar respuestas incorrectas (la tercera parte de la altura de la puerta) sin enunciación del proceso o con poco detalle de la estrategia de estimación empleada. 				

<p>Ejemplos</p> <p>Desempeño Real Alto:</p>	<p>Situación 5. En la página web de Homecenter se encontró el siguiente anuncio publicitario:</p> <p>Figura Fotografía Publicitaria Puerta Lista Capri (70x204)</p>  <p>Tomado de Homecenter, 2020. https://www.homecenter.com.co/homecenter-co/product/298950/Kit-Puerta-Lista-para-instalar-Capri-0.70-X-2.04-m-apertura-derecha</p> <p>¿Cuánto es aproximadamente la distancia del piso a la base del florero que está sobre la mesa?</p> <p>Solución: La distancia del piso a la base del florero sobre la mesa es aproximadamente 51 CMS ...</p> <p>He contado por observacion el No. De recuadros que existen en el sector donde esta el florero , en relación con la puerta que mide 204 cm . Lo recuador son 10 , o ea que cada recuadro mide 20.40 cm. La altura de la mesa obre la que esta el florero des de 2.5 cuadro o sea 51 cms ($2.5 \times 20.4 = 51$)</p> <p>una de dichas subdivisiones. Afirma que la altura de la mesa sobre la que está el florero es de 2,5 cuadros –probablemente estimó este valor al observar la fotografía– e hizo su conversión a centímetros obteniendo una medida o valoración de “51 cms”, lo cual es correcto. Hay algunas palabras mal escritas (error de digitación).</p>	<p>Ejemplo 1. El estudiante resolvió adecuadamente la situación valiéndose de la observación, el conteo, tratamientos operatorios y relaciones métricas entre cantidades de longitud. Usó como referentes auxiliares 10 recuadros verticales del diseño que hay en la pared al lado izquierdo de la puerta y la medida de la altura de la puerta. Estableció una equivalencia entre la altura de la puerta y la altura total de 10 recuadros verticales que hay en el diseño de la pared para determinar la medida (en centímetros) correspondiente a cada</p>
	<p>Solución: La distancia del piso a la base del florero sobre la mesa es aproximadamente 51cm</p> <p>Escribe en este recuadro los pasos que has seguido para llegar al resultado, especificando todo aquello en lo que hayas pensado o los razonamientos que hayas llevado a cabo para llegar a la solución:</p> <p>La puerta mide 204cm y a la derecha de la puerta hay un adorno amarillo que parece ser la mitad de la puerta. Luego si miro a la izquierda veremos el estante con el jarrón, el estante parece ser la mitad del adorno el cual es la mitad de la puerta, la cual esta junto al piso. Entonces la mitad de la mitad equivale a un cuarto y un cuarto de 204 es 51, por lo tanto ese es aproximadamente el resultado.</p>	<p>Ejemplo 2. El estudiante realizó una adecuada valoración de la cantidad de longitud en cuestión. Interpretó bien la información relevante proporcionada en el anuncio respecto a la altura de la puerta. Usó como referente auxiliar de estimación el adorno amarillo ubicado al lado derecho de la puerta y visualmente estima que equivale a la mitad de la puerta sin explicitar que se refiere a la altura del adorno, a su vez percibió que la altura de la mesa donde está ubicado el jarrón equivale a la mitad de su referente. Sabe que la mitad de la mitad equivale a un cuarto y por tanto la altura del jarrón mide la cuarta parte de lo que mide la altura de la puerta, o sea 51 aproximadamente, dice el estudiante. Al final en su proceso omite la unidad de medida, pero la tiene en cuenta cuando hace la valoración de la cantidad de longitud solicitada.</p>

Escribe en este recuadro los pasos que has seguido para llegar al resultado, especificando todo aquello en lo que hayas pensado o los razonamientos que hayas llevado a cabo para llegar a la solución:

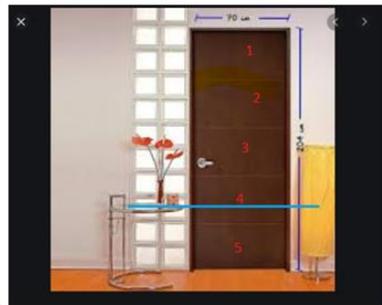
Si observo la puerta veo que mide 204 cm de alto y se encuentra dividida en 5 partes.



Para calcular cuando mide cada división de la puerta, lo que hago es dividir el largo por 5
 $204 / 5 = 40.8$ centímetros.

Cada parte de la puerta mide 40.8 centímetros.

Si se observa donde se encuentra la base del florero, se puede decir que no alcanza a llegar a la mitad del segundo cuadrado, por lo que yo dividí el cuadrado en tres partes para saber cuando mide la parte marcada en azul.



Al dividir 40.8 por 3 me da 13.6 centímetros.

Por lo tanto, puedo decir que la distancia entre la base del florero y el piso es de 40.8 centímetros del primer cuadrado más 13.6 centímetros del segundo cuadrado, lo que me da 54.4 centímetros aproximadamente.

de la segunda subdivisión de la puerta, de abajo hacia arriba, y se vale del trazo de una línea horizontal de color azul como guía para estimar que es la tercera parte de la segunda subdivisión de la puerta y procede a dividir, sin mostrar el algoritmo, el número 40,8 de la medida de cada subdivisión de la puerta por 3 y obtiene 13, 6 centímetros, lo cual está bien. Finalmente, halla la medida de la cantidad de longitud solicitada componiendo aditivamente la medida de una de las subdivisiones de la puerta con la medida de la tercera parte de la siguiente subdivisión obteniendo un valor de 54,4 centímetros aproximadamente, el cual es muy próximo al esperado.

Ejemplo 3. El estudiante resolvió adecuadamente la situación y de manera rigurosa con un margen de error del 6,67%, lo cual es aceptable. Se percató de la medida del alto de la puerta, percibió visualmente que la puerta se encuentra dividida en 5 partes, las enumera con color rojo de arriba hacia abajo y las usó como referente auxiliar para la resolución de la situación. Determinó la medida de cada subdivisión de la puerta dividiendo el número de la medida del ancho de la puerta entre 5 y obtiene un resultado de 40,8 centímetros (operó con los números, pero no perdió de vista la unidad de medida). Luego, percibió que donde se encuentra el florero no alcanza a llegar a la mitad

**Ejemplo
Desempeño
Real Medio:**

1. El largo de la cancha de football del colegio Berchmans		mm
2. El alto de la pantalla de tu televisor		cm
3. El grosor de una puntilla		dm
4. La altura de un poste de luz		m
5. El largo de tu dedo índice		Más de 10 m

altura de un poste de luz con el rango dm en lugar del m, y el alto de una pantalla del televisor con el m en lugar del dm. Las demás le quedaron bien relacionadas.

Ejemplo 4. El estudiante usó flechas para relacionar la cantidad de longitud con el rango. Relaciona de manera inadecuada la

<p>Ejemplo Desempeño Real Bajo:</p>	<div data-bbox="440 216 1369 464" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>Solución: La distancia del piso a la base del florero sobre la mesa es aproximadamente ... 70,344cm</p> <p>Escribe en este recuadro los pasos que has seguido para llegar al resultado, especificando todo aquello en lo que hayas pensado o los razonamientos que hayas llevado a cabo para llegar a la solución:</p> <p>La puerta equivale a 10 cuadritos de al lado, así que los cuadritos miden 20,4cm, y para llegar a la base del florero hay 2,9 cuadritos porque no completa tres, así que divido 20,4 por 2,9 igual a 70,344cm que para confirmar multiplico 70,344cm por 2,9 igual 204cm si se redondea.</p> </div> <p>Ejemplo 5. El estudiante hizo una valoración numérica de la cantidad de longitud solicitada con una precisión de milésimas de centímetro y una sobrevaloración con un alto margen de error (37,93%), en su enunciación del proceso realizado, realizó una equivalencia entre los 10 cuadritos de al lado y la altura de la puerta lo que le permitió determinar la medida de la longitud del lado del cuadrito, afirma que hay 2,9 cuadritos para llegar a la base del florero –sabe que es menor que tres cuadritos pero hace una sobreestimación– y procede a dividir el valor numérico de la medida de la altura de la puerta entre 2,9, lo cual es un buen procedimiento pero con una respuesta incorrecta por posible error operatorio, le dio 70,344 cm en vez de 59,16cm.</p>
--	---